Nro 286

…schenk an die Akad. der Wiss.

Math. L.

59 h.

R

Lehrbuch
der
Arithmetik
zum
Gebrauche in den Schulen
und
zum Selbstunterrichte,
von

Johann von Gott Bundschue,
Doktor der Philosophie, und Lyzeal-Professor der höheren Mathematik, wie auch erstem Professor an dem königlich-baierischen Gymnasium zu Kempten, und korrespondirendem Mitgliede der allgemeinen kameralistisch-ökonomischen Gesellschaft zu Erlangen..

Zweiter Theil,
welcher die gemeinen Brüche, und die Auflösung der Aufgaben der Regel Detri, Duplex, Triplex ꝛc. nach dem Proportional-Ansatze, und nach der reesischen und der Ketten-Regel, wie auch eine Anleitung zur Auflösung dieser Aufgaben nach der wälschen Praktik und mittelst des Kopfrechnens, und die in einigen Kantonen der Schweiz üblichen Maaße, Gewichte und Münzen, nebst einer Sammlung mehrerer unaufgelös'ter Beispiele, enthält.

Dritte, vermehrte Auflage.

Kempten, 1823.
gedruckt und im Verlage bei Dannheimer.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Seiner Wohlgeboren

dem

Königlich-Baierischen

Herrn Lyzeal-Direktor und Professor,

Georg Jäger

in Speier,

und

Seiner Hochwürden Wohlgeboren

dem

Königlich-Baierischen

Herrn Professor und Bibliothekar

Anselm Andreas Cammerer

in Kempten,

den

würdigen und verdienten Schulmännern,

seinen

schätzbarsten, unvergeßlichen Freunden,

widmet

dieses Denkmal

unbegrenzter Verehrung und Liebe

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

der Verfasser.

Vorrede zur ersten Auflage.

Der zweite Theil des gegenwärtigen Lehrbuches der Arithmetik enthält die gemeinen Brüche, und die arithmetischen und geometrischen Verhältnisse und Proportionen, wie auch die Auflösung der Aufgaben der so genannten Regel Detri.

Weil eine richtige und vollständige Kenntniß dieser Brüche, um die vorkommenden Rechnungsaufgaben, namentlich die der Regel Detri, auflösen zu können, unerläßlich nothwendig ist, und dieselben zugleich die Grundlage für jene Veränderungen bilden, welche bei den Brüchen in der Buchstabenrechnung, wie auch bei den Dezimal- und Sexagesimalbrüchen vorzunehmen sind, so legte ich auch auf den Vortrag derselben ein vorzügliches Gewicht.

Es kommen dabei viele Regeln und viele Auflösungen von Aufgaben vor; der Schüler muß sie aber alle ohne Ausnahme wissen, wenn er anders Fortschritte machen, und in den Stand versetzt werden soll, alle Beispiele, die ihm vorgelegt werden, richtig behandeln zu können. Der im §. 20. vorkommenden wichtigen Aufgabe, die Brüche durch Annäherung zu verkleinern, schickte ich ein kleineres Beispiel voraus, und ließ dann aus dem Grunde ein größeres folgen, weil dieselbe, was ich in der Anmerkung bei Nro. 5. ausdrücklich bemerke, eben bei solchen Brüchen, derer Zähler und Nenner sehr große Zahlen sind, von anerkannten Vortheilen ist.

Am Ende dieses §. findet man auch, worauf ich den Lehrer gleich jetzt aufmerksam machen muß, in Betreff aller Aufgaben die Bemerkung, man soll die Schüler die gegebenen Regeln gleich Schritt für Schritt in den zu diesem Behufe denselben beigefügten und ausgearbeiteten Beispielen anwenden lassen, um ihnen auf diese Weise die Sache nach und nach anschaulich und verständlich zu machen.

Ich habe mich über den Zweck, den ich bei Verfassung dieses Werkes hatte, in der Vorrede des I. Theiles schon zureichend erklärt; es bedarf also hier keiner Rechtfertigung mehr, warum ich auch die Lehre von den Brüchen so ausführlich und vollständig darstelle, wie man sie im I. Hauptstücke des gegenwärtigen Theiles vorgetragen findet.

Bei den Aufgaben der Regel Detri ist immerhin von Verhältnissen und Proportionen die Rede, da die Auflösung derselben in der Proportionslehre ihren Grund hat, und aus dieser die aufgestellten Regeln entwickelt und abgeleitet werden; um deßwillen suchte ich auch, in so ferne es ohne

die Buchstabenrechnung geschehen konnte, die Schüler mit den Eigenschaften der arithmetischen, sowohl, als auch der geometrischen Proportionen, und mit jenen Auflösungen bekannt zu machen, wo die Gestalt der Proportion beibehalten wird.

Jede Aufgabe, welche zur Regel Detri gehört, läßt sich auf einen jener 5 Fälle zurückführen, die ich im II. Hauptstück II. Abschnitt bei Nro. II. für alle möglichen Regel-Detri-Aufgaben darstelle; da aber die Anwendung der dabei aufgestellten Regeln auf die mannigfaltigste Weise geschehen kann, so führe ich nur die vorzüglichsten, im gemeinen Leben immerhin vorkommenden Aufgaben an. Weiß nun der Schüler alle die verschiedenen Aufgaben, die ich in diesem Theile namentlich berühre, aufzulösen, und hat er es da zur gehörigen Fertigkeit gebracht, so wird man ihm nicht leicht eine Regel-Detri-Aufgabe vorlegen können, die er nicht sollte aufzulösen im Stande sein.

Was die Gründe des Verfahrens betrifft, die ich dem vorliegenden Zwecke gemäß bei den gegebenen Auflösungen der zur Regel Detri gehörigen Aufgaben nicht anführen konnte, so verweise ich diejenigen, welche mit den Elementen der Buchstabenrechnung vertraut sind, auf die von mir im vorigen Jahre herausgegebene Anleitung zur Begründung und Anwendung des reesischen Ansatzes. Hier findet man in Betreff der erwähnten Aufgaben die nämlichen Regeln, welche in diesem zweiten Theile vorkommen, während da zugleich ihre Richtigkeit und allgemeine Giltigkeit mittels der bei den Gleichungen und Proportionen aufgestellten Lehrsätze erwiesen ist.

Im II. Theile dieses Werkes werden die im I. Theile, und in den folgenden Theilen die in den beiden ersten Theilen vorkommenden §§. häufig zitirt; ich habe deßwegen die Sache abgekürzt, und z. B. »I. §. 48.« geschrieben, anstatt daß ich mich ausgedrückt hätte: »man sehe im I. Theile den §. 48.«

Nebst denjenigen Werken, die ich schon im ersten Theile namentlich angeführt habe, benützte ich auch in Absicht auf die in diesem zweiten Theile vorkommenden Zweige sowohl die mathematischen Schriften von Zallinger, Clemm, Spengler, Fridl, Angerer und Schmalzried, als auch die vortreffliche Anleitung zur reesischen Rechnung des kön. würtemb. Hrn. Ober-Regierungs-Rathes C. L. Schübler.

Kempten, den 25. Juli 1813.

Der Verfasser.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Die gegenwärtige zweite Auflage dieses Theiles enthält nebst den in der ersten Auflage vorkommenden arithmetischen Zweigen die Auflösung einiger Aufgaben nach der wälschen Praktik, und in einem eigenen Hauptstücke, durch welches dieser Theil vergrößert wurde, das Kopfrechnen in Absicht auf die leichteren Aufgaben der Regel Detri.

Man findet hier wieder aus den in der Vorrede der ersten Auflage angeführten Gründen die Lehre von den gemeinen Brüchen eben so ausführlich vorgetragen, und wieder die verschiedenen Regel-Detri-Aufgaben sowohl nach dem gewöhnlichen Ansatze in der Gestalt der Proportion, als auch nach der vortheilhaften Kettenregel und der beliebten reesischen Verfahrungsweise aufgelöst.

Was ich im I. Abschnitte des II. Hauptstückes von den arithmetischen und geometrischen Verhältnissen und Proportionen sage, durfte ich in dieser neuen Auflage wegen der Aufgaben der Regel Detri, und auch aus dem Grunde nicht weglassen, weil ich mich darauf in dem voriges Jahr herausgegebenen IV. Theile dieses Lehrbuches immerhin berufe.

In dem III. und IV. Theile dieses Werkes, und in der von mir im Jahre 1812 über die praktische Proportionslehre verfaßten Schrift sind in Betreff der Auflösung der Regel-Detri-Aufgaben die hier angeführten Regeln als richtig und allgemein giltig erwiesen, indem jetzt die Gründe des Verfahrens nicht angegeben werden können, und allererst von den Elementarschülern nebst den benöthigten Begriffen nur die Kenntniß der Regeln, und eine Fertigkeit in der Auflösung der im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsaufgaben verlangt wird.

Weil schon im letzten Hauptstücke des I. Theiles das Kopfrechnen rücksichtlich der vier Rechnungsarten mit ganzen ungenannten und genannten Zahlen vorkommt, so behandelte ich dasselbe in diesem Theile nur mehr in Absicht auf die leichteren Regel-Detri-Aufgaben,

und fügte hierüber in Betreff der gemeinen Brüche keine besondere Anleitung bei. Hat es der Schüler im Kopfrechnen mit ganzen Zahlen zu einiger Fertigkeit gebracht, und weiß er schriftlich mit den Brüchen zu rechnen, so wird er auch leicht im Stande sein, durch sich selbst einfache Bruchrechnungen im Kopfe auszuführen.

Die beiden ersten, in der neuen Auflage so eben erschienenen Theile dieses Lehrbuches enthalten in Verbindung mit den folgenden Theilen alle jene Zweige, die nach der allerhöchsten königl. Vorschrift vom 28. September 1816 sowohl in den beiden Abtheilungen der lateinischen Vorbereitungsschule, als auch in dem Progymnasium, und in der höheren Bürgerschule zu lehren sind. Sie sind deßhalb ganz geeignet, in diesen Klassen beim öffentlichen mathematischen Unterrichte als Leitfaden benützt werden zu können; wie denn auch wirklich meine mathematischen Schriften schon seit mehreren Jahren an den königl. baier. Studienanstalten zu Kempten und Memmingen in allen Klassen als Lehrbücher eingeführt sind, und sie auch die Herren Professoren zu Augsburg und Dilingen mit dem Anfange des künftigen Studienjahres in ihren Klassen einführen werden.

Aufgemuntert durch die günstige Aufnahme, die auf diese Weise meine mathemathischen Werke im Ober-Donaukreise finden, werde ich im nächsten Jahre ein Lehrbuch der Geometrie und Trigonometrie herausgeben, und davon bis künftige Ostern nach dem Wunsche der Herren Professoren der königl. Gymnasien zu Augsburg, Dilingen und Kempten den ersten Theil liefern, damit sie darnach in der Ober-Gymnasialklasse die Anfangsgründe der Geometrie lehren können, und ich mir für meine öffentlichen mathematischen Vorlesungen ein geometrisches Lehrbuch bilde, das mein arithmetisches voraussetzt, nach welchem ich an dem hiesigen königlichen Lyzeum in den beiden philosophischen Kursen die höhere Arithmetik vortrage.

Dilingen, den 24. September 1817.

Der Verfasser.

Vorrede zur dritten Auflage.

Die günstige Aufnahme, die mein Lehrbuch der Arithmetik an sehr vielen Studienanstalten des In- und Auslandes erhalten hat, machte diese dritte Auflage des zweiten Theiles nothwendig, welchem in kurzer Zeit der erste und dritte Theil in der nämlichen Auflage folgen werden, indem wegen der immer eingehenden neuen Bestellungen von der bedeutenden zweiten Auflage derselben nicht mehr viele Exemplars vorräthig sind.

Meine Lehrbücher der Arithmetik, und der Geometrie und Trigonometrie finden, besonders an den königl. baier. Lehranstalten, eine so große Aufnahme, weil sie genau nach dem allgemeinen Normativ des Jahres 1808, und nach den allerhöchsten königl. baier. Vorschriften vom Jäner 1813 und vom September 1816 bearbeitet sind, und in der darin vorgeschriebenen Ordnung alle mathematischen Theile enthalten, welche von der ersten Klasse der Studienschule oder der Unterprimärklasse an bis zur letzten Klasse des Gymnasiums zu lehren sind.

Diesem zur Folge gehört der erste Theil meiner Arithmetik nach seinem Inhalte für die untere lateinische Vorbereitungsschule; der gegenwärtige zweite Theil aber eignet sich für die obere lateinische Vorbereitungsschule und für die Unterprogymnasialklasse; der dritte und vierte Theil hingegen enthält die für die Oberprogymnasialklasse und für das Gymnasium bestimmten arithmetischen Zweige; während mein, zwei Bände starkes geometrisches Lehrbuch alles das befaßt, was jetzt wieder in den drei letzten Gymnasialklassen durch die besonderen Professoren der Mathematik aus der Geometrie und Trigonometrie vorzutragen ist.

Die Gründe des Verfahrens in Absicht auf die Auflösungen der verschiedenen Aufgaben der Regel Detri, welche in diesem Theile vorkommen, sind nach der vorangeschickten Lehre von den geometrischen Proportionen in der zweiten Auflage des IV. Theiles meines Lehrbuches der Arithmetik angegeben. Dieselbe erschien in diesem Jahr bei Hrn. Dannheimer in Kempten, und enthält als Erweiterung im letzten Hauptstücke die Schrift neu aufgelegt, die ich früherhin über die Begründung und Anwendung des reesischen Ansatzes herausgegeben habe.

Unter den öffentlichen Lehrern, die mich bei der Verfassung dieser Lehrbücher auf's Thätigste

unterstützt haben, nenne ich noch, nebst den Herren Professoren Schmalzbauer, Brandstetter und Förch besonders den durch die Herausgabe seiner philologischen, geographischen und historischen Schulschriften rühmlichst bekannten Herrn Professor Andreas Cammerer, welcher bereits zehen Jahre an der diesortigen königl. Studienanstalt die Arithmetik nach meinem Lehrbuche dozirt, und während dieser Zeit immerhin bemüht gewesen ist, durch seine Bemerkungen zur Verbesserung und Vervollkommnung desselben mitzuwirken. Ich statte diesem edlen Freunde, so wie allen Herren Professoren, die auf was immer für eine Weise zur Aufnahnahme und Verbreitung meiner mathematischen Lehrbücher beigetragen haben, wiederholt öffentlich meinen verbindlichsten, innigsten Dank ab.

Da meine beiden mathematischen Lehrbücher durch meinen verehrungswürdigsten Freund, den Herrn Professor Leodegar Brandstetter, an dem Gymnasium zu St. Gallen in allen Klassen eingeführt wurden, so habe ich nach dem Wunsche desselben diesem Theile einen Anhang beigefügt, in welchem, nebst einer Sammlung vieler unaufgelös'ter Beispiele, die in einigen Kantonen der Schweiz üblichen Maaße, Gewichte und Münzen vorkommen. Letztere nahm ich aus der schweizerischen Münz-, Maaß- und Gewichtkunde des

Herrn Friedrich Heldmann (zweite Auflage, 1821), und die ersteren trug ich mehrentheils aus den mathematischen Werken von Angerer, Dewora, Holzapfel, Horn, Kranke, Marsch, Matulik, Muhl, Prändel, Schübler, Spengler und Wilberg zusammen.

In der zweiten Auflage des ersten Theiles der Arithmetik habe ich zur Empfehlung ausführlich die günstigen Urtheile angeführt, die über meine mathematischen Werke in dem k. b. Intelligenzblatte des vormaligen Illerkreises, und in dem allgemeinen Kameral-Korrespondenten zu Erlangen erschienen sind; aus diesem Grunde fügte ich auch diesem Theile am Ende in getreuem Abdrucke die Rezensionen bei, die über meine Lehrbücher in der Münch'ner allgemeinen Literaturzeitung zu lesen sind.

Sollten in dieser Auflage in der Folge einige Druckfehler entdeckt werden, so sollen sie in der dritten Auflage des ersten Theiles dieses Lehrbuches der Arithmetik angezeigt werden.

Kempten,
den 12. Dezember 1822.

Dr. Joh. Bundschue,
Lyzeal-Professor.

Inhalt.

I. Hauptstück.

Von den gemeinen Brüchen.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen, Lehrsätze und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit den gemeinen Brüchen.

I. Erklärungen . . . . Seite 1. §. 1. bis §. 4.
II. Lehrsätze . . . . S. 7. §. 5. — §. 7.
III. Aufgaben: I. Ganze in Brüche zu verwandeln S. 15. § 8.
II. Brüche in andere Brüche zu verwandeln S. 16. §. 9.
Erklärungen in Absicht auf die Verkleinerungen der Brüche . . . . S. 18. §. 10.
Regeln, rücksichtlich der Verkleinerung der Brüche S. 19. §. 11.
III. Für zwei gegebene ganze Zahlen das größte gemeine Maaß zu suchen . . . S. 20. §. 12.
IV. Brüche zu verkleinern . . . S. 22. §. 13.
V. Den Werth der Brüche in ganzen Zahlen auszudrücken . . . . S. 24. §. 14.
VI. Den Werth der Ganzen, oder auch der Brüche, in Einheiten höherer Ordnung auszudrücken S. 26. §. 15.
VII. Eine Zahl zu finden, die durch alle Nenner der gegebenen Brüche ohne Rest theilbar ist S. 27. §. 16.
VIII. Mehrere Brüche in andere Brüche von einem gegebenen allgemeinen Nenner zu verwandeln S. 29. §. 17.
IX. Zwei oder mehrere Brüche unter einerlei Benennung zu bringen . . . . S. 32. §. 18.
X. Bei mehreren Brüchen zu bestimmen, welcher dem Werthe nach der größte oder kleinste Bruch ist S. 36. §. 19.
XI. Brüche durch Annäherung zu verkleinern S. 37. §. 20.
Die Probe dieser Aufgaben, wie auch die Wiederholung in Fragen, und Beispiele . S. 49. §. 21 — §. 23.

II. Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

I. Die Addition der gemeinen Brüche S. 56. §. 24 — §. 27.
Aufgabe, Brüche einzurichten . . S. 63. §. 28.
II. Die Subtraktion dieser Brüche S. 64. §. 29 — §. 32.
III. Die Multiplikation derselben S. 72. §. 33 — §. 38.
IV. Die Division solcher Brüche S. 80. §. 39 — §. 41.

Aufgabe, zusammengesetzte Brüche in einfache zu verwandeln . . . . . S. 84. §. 42.
Die Probe bei den vier Rechnungsarten mit den gemeinen Brüchen . . . . . . S. 87. §. 43.
Bemerkung, die vier Rechnungsarten in Brüchen betr., wie auch d. Wiederholung in Fragen, u. Beispiele S. 88. §. 44 bis §. 46.

II. Hauptstück.

Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen auf die Aufgaben der so genannten Regel Detri.

I. Abschnitt.

Erklärungen, Lehnsätze und Aufgaben als Einleitung zur Auflösung der Aufgaben rc.

Arithmetisches und geometrisches Verhältniß S. 93. §. 47 — §. 50.
Die arithmetische u. geometrische Proportion S. 101. §. 51 — §. 56.
Bestimmung, ob zwei Dinge zusammen in einem mathematischen Verhältnisse stehen oder nicht S. 111. §. 57 — §. 60.
Aufgabe, zu drei gegebenen benannten Zahlen die vierte zu finden . . . . S. 115. §. 61 — §. 62.
Wiederholung in Fragen, und Beispiele S. 125. §. 63 — §. 64.

II. Abschnitt.

Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel Detri nach der reesischen Verfahrungsweise rc.

I. Einige Erklärungen und Aufgaben in Absicht auf den reesischen Ansatz . . S. 129. §. 65 — §. 73.
II. Benennung u. Auflösung der verschiedenen Aufgaben rc.
A) Die einfache gerade Regel Detri S. 142. §. 74.
B) Die einfache verkehrte Regel Detri S. 148. §. 75.
C) Die zusammengesetzte gerade Regel Detri S. 152. §. 76.
D) Die zusammengesetzte verkehrte Regel Detri S. 158. §. 77.
E) Die zusammengesetzte gerade und verkehrte Regel Detri zugleich . . . . . . S. 161. §. 78.
III. Die Auflösung jener Aufgaben, wo Reduktionen niederer Einheiten auf höhere, und umgekehrt, vorkommen . . . . . . S. 167. §. 79 — §. 82.
Wiederholung in Fragen, und Beispiele S. 175. §. 83 — § 84.

III. Abschnitt.

Anwendung der aufgestellten Regeln auf verschiedene im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle, nebst der Auflösung einiger Aufgaben nach der wälschen Praktik.

I. Die Gesellschafts-Regel . S. 179. §. 85 — §. 88.
II. Die Vermischungs-Regel . . . S. 185. §. 89.

III. Steuerrechnungen . . . . . S. 188. §. 90.
IV. Brand=Assekuranz=Rechnungen . S. 191. §. 91.
V. Einige Aufgaben in Absicht auf die Alligations= oder Verbindnngs=Regel . . S. 194. §. 92 bis §. 94.
VI. Einige Aufgaben, wo die Reduktionen verschiedener Maaße, Gewichte u. Münzen vorkommen S. 200. §. 95 — §. 97.
VII. Zeit= und Rabatt=Rechnung S. 208. §. 98 — §. 99.
VIII. Die Tausch. und Zehentrechnung, wie auch die Theilungsrechnung und Regula Falsi S. 213. §. 100 — §. 102.
IX. Berechnung der österreich. Staatspapiere S. 216. §. 103.
X. Auflösung einiger Aufgaben nach der wälschen Praktik . . . . . . S. 217. §. 104 — §. 105.
Verwandlung der Baierthaler in Gulden, und umgekehrt . . . . . . S. 225. §. 106 — §. 107.
Verwandlung der Kronenthaler in Gulden, und umgekehrt . . . . . S. 226. §. 108 — §. 109.
Abgekürzte Zinsrechnung . . . S. 228. §. 110.
Wiederholung in Fragen, und Beispiele S. 231. §. 111 — §. 112.

III. Hauptstück.

Das Kopfrechnen in Betreff der Auflösung der leichteren Regel=Detri=Aufgaben.

I. Abschnitt.

Die Bestimmung des Werthes für mehrere Stücke, wenn derselbe für ein Stück bekannt ist.

Die Benennung der vorkommenden Aufgaben S. 236. §. 113.
Die Sechser=, Schilling=, Zehner= und Zwölfer=Rechnung . . . . . S. 237. §. 114 — §. 117.
Die Fünfzehner=. Zwanziger=und Halb=Gulden=Rechnung . . . . . S. 245. §. 118 — §. 120.
Die Kreutzer= und Pfenning=Rechnung, dann die Fünfpfenning=, Sechspfennung=, Halb=Batzen= und Landmünzrechnung . . S. 249. §. 121 — §. 125.
Die Groschen=, Fünfzehnpfenning=, Batzen= und Fünfer=Rechnung . . . S. 255. §. 126 — §. 129.
Tabelle zur Zerlegung einiger Zahlen, und Beispiele . . . . . S. 260. §. 130 — §. 131.

II. Abschnitt.

Die Bestimmung des Werthes für ein Stück, wenn er für mehrere bekannt ist.

Die Bestimmung des Werthes für ein Stück aus zwei, drei, vier, fünf, sechs, acht, zehn u. zwölf Stücken S. 264. §. 132 — §. 135.
Bestimmung des Werthes für ein Stück aus 15, 20, 24, 30 und 40 Stücken . . S. 271. §. 136 — §. 138.
Bestimmung des Werthes für ein Stück aus 48, 60, 80, 96, 120, 160, 240 und 480 Stücken S. 275. §. 139 — §. 142.

III. Abschnitt.

Die Bestimmung des Werthes für zwei, drei, vier, fünf ꝛc. Stücke aus mehreren Stücken, wie auch die Wochenlohn-, Getreid-, Besoldungs- und Papier-Rechnung, sammt der Berechnung jener Dinge, welche nach dem Gewichte verkauft werden.

I. Bestimmung des Werthes für mehrere Dinge aus mehreren Dingen . . . . . S. 279. §. 143.
II. Wochenlohnrechnung . . . S. 281. §. 144.
III. Getreidrechnung . . S. 282. § 145 bis §. 148.
IV. Besoldungsrechnung . S. 285. §. 149 — §. 150.
V. Papierrechnung . . S. 287. §. 151 — §. 152.
VI. Berechnung jener Dinge, die nach dem Gewichte verkauft werden . . . . . . S. 289. §. 153.

Anhang,

welcher die in einigen Kantonen der Schweiz üblichen Maaße, Gewichte und Münzen, und eine Sammlung mehrerer unaufgelös'ter Beispiele enthält.

I. Abtheilung,

welche die in den Schweizer Kantonen St. Gallen, Appenzell, Thurgau, Zürich und Luzern üblichen Maaße, Gewichte und Münzen enthält.

Münzen, Gewichte und Maaße

1) des Kantons St. Gallen . . . . . S. 291.
2) » » Appenzell . . . . . S. 295.
3) » » Thurgau . . . . . . S. 297.
4) » » Zürich . . . . . . S. 298.
5) und des Kantons Luzern . . . . . S. 302.

II. Abtheilung,

welche mehrere unaufgelös'te Beispiele über die gemeinen Brüche, und die verschiedenen Aufgaben der Regel Detri enthält.

I. Beispiele über die gemeinen Brüche . . . S. 305.
II. Beispiele über die verschiedenen Aufgaben der Regel Detri . . . . S. 312.

I. Hauptstück.

Von den gemeinen Brüchen.

I. Abschnitt.

Vorläufige Erklärungen, Lehrsätze und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit den gemeinen Brüchen.

I.

Erklärungen.

§. 1.

Gebrochene Zahl oder Bruch.

Eine gebrochene Zahl, oder wie man sich kürzer ausdrückt, ein Bruch ist diejenige Größe, welche einen Theil, oder mehrere Theile eines Ganzen in Beziehung auf dasselbe ausdrückt, wie dieses schon in dem I. Theile dieses Lehrbuches im §. 4. angezeigt wurde.

Wenn ich nun z. B. sage „drei vierte Theile eines Guldens," so drücke ich dadurch einen Bruch — eine gebrochene Zahl aus, weil ich hier einige Theile des Guldens, somit einige Theile eines Ganzen, und diese zugleich in Vergleichung oder im Verhältnisse zu dem Ganzen ausdrücke.

Im Gegentheile aber ist nicht die Rede von einem Bruche, wenn ich z. B. bloß sage „3 Gulden, oder 1 Kreutzer," weil ich im ersten Falle den ganzen Gulden selbst, und also nicht Theile desselben, mehrmal setze, und im zweiten Falle der Kreutzer, welcher der sechszigste Theil des Guldens ist, als ein für sich bestehendes Ganzes, und deßhalb nicht als ein Theil eines anderen Ganzen dargestellt wird.

Die Benennung „Bruch oder gebrochene Zahl (Fractio)“ kommt von dem Ausdrucke „brechen (frango)“ her; weil nämlich gewisse körperliche Gegenstände, wenn man sie zerbricht, in mehrere Theile getheilt werden.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß bei ganzen Zahlen das Ganze, oder die Einheit selbst, hingegen aber bei gebrochenen Zahlen oder bei Brüchen nur ein gewisser Theil des Ganzen oder der Einheit ein- oder mehrmal genommen wird.

Anmerkung: In der Vorrede zur ersten Auflage dieses Theiles wurde schon bemerkt, daß die aus dem ersten Theile vorkommenden Paragraphe z. B. kurz so zitirt werden: »I. §. 25. oder I. §. 45. Zus. II.«, anstatt zu schreiben, »man sehe im I. Theile dieses Lehrbuches den §. 25., oder in demselben den II. Zusatz des §. 45. nach.«

§. 2.

Nenner, Zähler, und Bezeichnungsweise der Brüche.

Weil die Brüche Theile von den Ganzen ausdrücken (§. 1.), und sie somit bestimmt angeben, was für Theile von dem Ganzen, und wie oft dieselben genommen werden müssen, so sind zur Bezeichnung derselben, um sie nicht immer mit Worten schreiben zu müssen, zwei Zahlen unumgänglich nothwendig, die, wenn sie auch der Kürze wegen nicht immer geschrieben werden, indem man mittels gewisser Zeichen manchmal die eine aus der andern erkennen kann, im Grunde doch jederzeit vorhanden sein müssen.

a) Diejenige von diesen beiden Zahlen, welche angibt, was für Theile von dem Ganzen vorhanden sind, und somit die Beschaffenheit oder Qualität der vorkommenden Theile bestimmt, heißt man Nenner des Bruches (Denominator); dieser benennt die Theile, gibt ihnen einen bestimmten Namen, und drückt z. B. aus, ob in dem gegebenen Bruche dritte, vierte, fünfte 2c. Theile, oder kürzer, ob Drittel, Viertel, Fünftel 2c. vorkommen.

b) Hingegen aber jene der beiden erwähnten Zahlen, welche anzeigt, wie oft der durch den Nenner

bestimmte Theil zu nehmen ist, heißt man **Zähler** des Bruches (Numerator); dieser zählt gleichsam die Anzahl oder die Menge der vorhandenen Theile, und bestimmt dadurch die **Anzahl** oder **Quantität** derselben.

c) Bei der **Bezeichnung** der Brüche schreibt man zuerst den Zähler, zieht dann einen Querstrich oder eine horizontale Linie (—), und schreibt dann unten den Nenner hin.

Auf diese Weise wird z. B. der Bruch „drei vierte Theile eines Guldens“ so geschrieben „$\frac{3}{4}$ fl.“, und der Kürze wegen gelesen „drei Viertel eines Guldens.“

In diesem Beispiele ist die Zahl 4 der **Nenner**, dann die Zahl 3 der **Zähler**, weil jene ausdrückt, daß hier vierte Theile oder Viertel vorkommen, diese hingegen anzeigt, daß der vierte Theil des Guldens 3 mal zu nehmen ist, und die zwischen dem Zähler und Nenner gezogene horizontale Linie oder der Querstrich (—) ist das **Bruchzeichen**.

Man schreibt auch öfters die Brüche mit diesem Zeichen (/), oder mittels eines schiefen Striches (/); z. B. $^5/_6$, oder $^7/_8$, das heißt, fünf Sechstel oder sieben Achtel.

I. **Zusatz**: Der Bruch $^3/_4$ fl. zeigt dem Gesagten gemäß an, daß man den 4ten Theil des Guldens 3 mal nehmen soll.

Um nun dieses zu erhalten, muß man den Gulden **in vier gleiche Theile theilen, und davon einen Theil, somit den vierten Theil nehmen, welcher dann kraft des Zählers 3 mal zu setzen ist.** Weil der Gulden 60 kr. hat, so beträgt der 4te Theil desselben, wenn man nämlich 60 kr. mit 4 dividirt, 15 kr., und diese 3 mal genommen, oder mit 3 multiplizirt, geben 45 kr. (I. §. 45.); oder $^3/_4$ fl. $=$ (1 fl. : 4) $\times$ 3 $=$ (60 kr. : 4) $\times$ 3 $=$ 15 kr. $\times$ 3 $=$ 45 kr.

II. **Zusatz**: Der Bruch $^3/_4$, bei welchem das Ganze nicht ausdrücklich benannt ist, drückt überhaupt drei vierte Theile, oder 3 Viertel eines Ganzen, und somit in Gemäßheit des vorigen Zusatzes eben so viel

aus, als es soll von einem Ganzen der vierte Theil 3mal genommen werden, oder $^3/_4$ = (1 : 4) × 3, indem das Ganze, welches als eine Einheit höherer Art genommen wird (I. §. 3.), durch 1 ausgedrückt werden kann.

§. 3.

Eintheilung der Brüche in ächte und unächte, ferner in einfache und zusammengesetzte Brüche.

Theilet man ein Ganzes, z. B. einen Gulden, in mehrere gleiche Theile, und nimmt man somit von dem Ganzen einen bestimmten Theil, so kann dieser so oft gesetzt, oder gedacht werden, als man nur immer will, indem man ihn, wie jede andere benannte Zahl, mit jeder beliebigen Zahl multipliziren kann.

Um deßwillen kann ein Bruch seinem Werthe nach weniger, oder eben so viel, oder mehr als das Ganze selbst betragen, je nachdem nämlich der Zähler anzeigt, daß wenigere, oder eben so viele, oder mehrere Theile zu nehmen sind, als erfordert werden, daß sie zusammen das Ganze ausmachen; woraus nun die Eintheilung in ächte und unächte oder eigentliche und uneigentliche Brüche hervorgeht.

a) Ein ächter oder eigentlicher Bruch (Fractio vera vel genuina) heißt derjenige Bruch, der kleiner ist, als jenes Ganze, von welchem durch denselben gewisse Theile ausgedrückt werden, bei dem somit nicht so viele Theile genommen werden, daß sie zusammen das Ganze geben.

b) Ein unächter oder uneigentlicher Bruch (Fractio spuria) heißt derjenige Bruch, der seinem Werthe nach so groß, oder noch größer ist, als jenes Ganze, von dem durch denselben gewisse Theile ausgedrückt werden, bei welchem folglich kraft des Zählers der durch den Nenner bestimmte Theil so oft genommen wird, daß man so viel, oder noch mehr, als das Ganze erhält.

Um denjenigen Theil zu bekommen, den man dem vorhandenen Nenner gemäß nehmen muß, ist das Ganze

mit dem Nenner zu dividiren, damit es in so viele gleiche Theile getheilt wird, als es der Nenner anzeigt (§. 2. Zus. 1.). Ferner alle Theile zusammen geben das Ganze wieder (I. §. 10. Nro. 2.); wenn demnach z. B. ein Gulden in vier gleiche Theile getheilt wird, so geben diese zusammen wieder den ganzen Gulden, oder $\frac{1}{4}$ fl. = $\frac{1}{4}$ von 60 kr. = 15 kr., und 15 kr. $\times$ 4 = 60 kr. = 1 fl.; indem $\frac{1 \text{ fl.}}{4} = \frac{1}{4}$ fl. $= \frac{60 \text{ fl.}}{4}$ = 15 kr., und 15 kr. + 15 kr. + 15 kr. + 15 kr. = 60 kr. = 1 fl.

Deßwegen ist beim ächten Bruche der Zähler allezeit kleiner, und beim unächten der Zähler immerhin eben so groß, oder noch größer, als der Nenner, und dieses aus dem einfachen Grunde, weil beim ächten Bruche das Ganze in mehrere gleiche Theile getheilt wird, als der Zähler Einheiten hat, und also da weniger solche Theile genommen werden, als daß sie ein Ganzes geben würden, welches letztere in so viele gleiche Theile getheilt wird, als der Nenner Einheiten hat. Im Gegentheile aber beim unächten Bruche, der so viel oder mehr als ein Ganzes ist, muß der durch den Nenner bestimmte Theil eben so oft, oder öfter genommen werden, als der Nenner Einheiten hat; das Ganze wird aber immerhin in so viele gleiche Theile getheilt, als es der Nenner anzeigt, also muß hier der Zähler so groß, oder noch größer, als der Nenner sein.

Daher werden die ächten Brüche auch jene Brüche genannt, bei welchen der Zähler kleiner ist als der Nenner; unächte Brüche hingegen werden jene genannt, bei denen der Zähler so groß, oder noch größer, als der Nenner ist; z. B. $\frac{3}{4}$ ist ein ächter Bruch, dagegen aber $\frac{4}{4}$, und $\frac{8}{4}$ sind unächte Brüche, weil beim ersten Bruche der Zähler 3 kleiner ist als der Nenner 4, welches bei den beiden letzten Brüchen der Fall nicht ist.

c) Einfache Brüche heißt man diejenigen, bei welchen sowohl der Zähler als der Nenner ganze Zahlen sind.

d) Zusammengesetzte oder gebrochene Brü-

che, auch **Bruchsbrüche**, hingegen sind jene, bei welchen der Zähler oder der Nenner, oder beide zugleich ebenfalls Brüche oder gebrochene Zahlen sind; z. B. $^3/_4$ ist ein **einfacher** Bruch, weil der Zähler 3 und der Nenner 4 ganze Zahlen sind; hingegen aber $\frac{1/2}{4}$, oder $\frac{4}{2/3}$, oder endlich $\frac{7/8}{5/6}$ sind **zusammengesetzte** Brüche, weil die Zähler $^1/_2$ und $^7/_8$, und die Nenner $^2/_3$ und $^5/_6$ ebenfalls Brüche sind.

Anmerkung: 1) Es ist beinahe immerhin nur von einfachen Brüchen die Rede, weil die zusammengesetzten bei den Berechnungen zu unbequem wären, und man durch gewisse Veränderungen jeden zusammengesetzten Bruch, ohne seinen Werth zu verändern, in einen einfachen verwandeln kann, wie man späterhin bei der Division der Brüche sehen wird.

2) Wie im I. Theile dieses Lehrbuches die in demselben vorkommenden Paragraphe zitirt werden, eben so geschieht dieses auch im gegenwärtigen Theile. Daher zeigt z. B. der Ausdruck (§. 2.) an, man sehe in diesem II. Theile den §. 2. nach.

§. 4.

Eintheilung der Brüche in gemeine, Dezimal- und Sexagesimalbrüche.

a) Brüche, bei welchen der Nenner wie immer beschaffen sein kann, und somit nicht eine bestimmte Zahl, oder ein Produkt der nämlichen mehrmal als Faktor gesetzten Größe sein muß, heißt man **gemeine Brüche**.

b) **Dezimalbrüche** heißt man diejenigen, die zum Nenner immerhin 1 mit angehängten Nullen haben, bei denen also der Nenner allezeit 10, oder ein solches Produkt ist, das man erhält, wenn man 10 mehrmal mit sich selbst multiplizirt, und somit diese Zahl mehrmal als Faktor setzt (I. §. 45.).

c) **Sexagesimalbrüche** sind solche, bei welchen der Nenner die Zahl 60, oder ein solches Produkt ist, das man erhält, wenn man 60 mehrmal als Faktor setzt, das ist, mehrmal mit sich selbst multiplizirt.

Die Brüche z. B. $^3/_4$, $^6/_{10}$, $^7/_{60}$ ꝛc. sind gemeine Brüche, wenn man auf die Beschaffenheit des Nenners keine Rücksicht nimmt; sieht man aber bestimmt darauf, daß im zweiten Bruche der Nenner 10, und im dritten der Nenner 60 ist, so wird der zweite ein Dezimal- und der dritte ein Sexagesimalbruch genannt, während dann nur mehr der erste Bruch $^3/_4$ die Benennung eines gemeinen Bruches beibehält.

Nur von den gemeinen Brüchen ist hier die Rede; die Dezimal- und Sexagesimalbrüche werden im folgenden dritten Theile dieses Lehrbuches vorgetragen werden.

I. Zusatz: Die Dezimal- und Sexagesimalbrüche sind eigentlich nur besondere Arten von Brüchen, und im Grunde immerhin auch gemeine Brüche, wenn auch ihre Nenner, wovon in der Folge die Rede sein wird, nicht ausdrücklich geschrieben werden.

II. Zusatz: Aber nicht umgekehrt ist zugleich auch jeder gemeine Bruch ein Dezimal- oder Sexagesimalbruch, weil bei jenem der Nenner jede beliebige Zahl sein kann, welches bei den letzteren Brüchen keineswegs der Fall ist.

III. Zusatz: Was von den gemeinen Brüchen oder von den Brüchen überhaupt gesagt und erwiesen wird, gilt auch von den Dezimal- und Sexagesimalbrüchen, weil diese letzteren unter jenen schon enthalten sind.

II.

Lehrsätze:

§. 5.

I. Lehrsatz:

Bei jedem Bruche kann der Zähler als Dividend, der Nenner als Divisor, und der Bruch selbst als Quotient betrachtet werden.

Beweis:

1) Nach dem von dem Bruche aufgestellten Begriffe

(§. 1.) muß das Ganze mit dem Nenner dividirt, und dann der Quotient mit dem Zähler multiplizirt werden, welches im II. Zusatze des §. 2. ausführlich erläutert wurde; weßwegen z. B. $^3/_4 = (1 : 4) \times 3$;

2) Der Quotient 1 : 4 wird mit 3 multiplizirt, wenn man den Dividend 1 mit 3 multiplizirt, und das Produkt wieder mit 4 dividirt; weil dadurch der 3mal größere Dividend, da der Divisor unverändert bleibt, 3mal größere Theile gibt (I. §. 61 und 62.); daher $(1 : 4) \times 3 = 3 : 4$;

3) Zwei Größen, die der nämlichen dritten gleich sind, sind auch unter sich gleich (I. §. 10. Nro. 4.), daher ist auch $^3/_4 = 3 : 4$; oder

$$^3/_4 = (1 : 4) \times 3,$$
dann $$(1 : 4) \times 3 = 3 : 4,$$
also ist $$^3/_4 = 3 : 4.$$

I. Zusatz: Es ist gleich viel, ob man zwischen dem Zähler und Nenner das Divisionszeichen, oder das Bruchzeichen setzt, d. h., ob man z. B. schreibt $^3/_4$, und lies't „drei Viertel," oder ob man schreibt „3 : 4", und lies't „3 dividirt durch 4."

Hat man z. B. $^3/_4$ fl., so ist es gleich viel, ob man 3 vierte Theile eines Guldens, oder den vierten Theil von 3 Gulden setzt; indem $^3/_4$ fl. = (1 fl. : 4) × 3 = 45 kr., und $^3/_4$ fl. = 3 fl. : 4 = 180 : 4 = 45 kr.

Aus diesem Grunde habe ich im I. Theile §. 61. e. das Bruchzeichen zugleich auch als Divisionszeichen angegeben.

Will man demnach bloß den Quotienten ausdrücken, den man erhält, wenn man eine Zahl durch die andere dividirt, so kann man zur Bezeichnung der Division das Divisionszeichen (:), oder das Bruchzeichen (—) wählen. Will man aber bestimmt die Gestalt eines Bruches, d. h., einen Bruch, und also nicht bloß überhaupt den Werth desselben ausdrücken, wie dieses z. B. der Fall ist, wenn man ganze Zahlen in Brüche verwandelt, so muß auch bestimmt das Bruch-

zeichen genommen werden; indem nur durch Hilfe dieses Zeiches (§. 2. c.) die Zahlen bruchartig, d. h., in der Gestalt der Brüche dargestellt werden können.

II. Zusatz: Wenn zwei oder mehrere Brüche Theile eines und des nämlichen Ganzen ausdrücken, so ist

a) bei gleichen Nennern jener Bruch der größere, der den größern Zähler hat; z. B. $^3/_4$ fl. > $^2/_4$ fl.;

b) bei gleichen Zählern ist jener Bruch der größere, welcher den kleinern Nenner hat; z. B. $^3/_2$ fl. > $^3/_4$ fl.; und

c) bei ungleichen Zählern und Nennern ist jener Bruch der größere, der den größern Zähler und den kleinern Nenner hat, z. B. $^6/_2$ fl. > $^3/_4$ fl.

Im ersten Falle bei a. wird der vierte Theil des nämlichen Ganzen im ersten Bruche 3mal, und im zweiten Bruche nur 2mal genommen, daher muß auch der erste Bruch größer sein (§. 2. a und b.), oder

$$\begin{array}{c} 3 > 2 \\ 4 = 4 \\ \hline \end{array}$$

also ist $3:4 > 2:4$, d. h., $^3/_4 > ^2/_4$ (I. §. 62. III.).

Im zweiten Falle bei b. wird dem Nenner des ersten Bruches gemäß das Ganze in zwei, und nach dem Nenner des zweiten das nämliche Ganze in vier gleiche Theile getheilt, um den zweiten und vierten Theil des Ganzen zu erhalten.

In je weniger gleiche Theile das nämliche Ganze getheilt wird, desto größer werden dieselben; folglich ist der zweite Theil größer, als der vierte Theil.

Kraft der Zähler werden diese Theile in beiden Brüchen gleich oft genommen, um deßwillen ist der erste Bruch größer als der zweite, oder

$$\begin{array}{c} 3 = 3 \\ 2 < 4 \\ \hline \end{array}$$

also ist $3:2 > 3:4$, d. h., $^3/_2 > ^3/_4$ (I. §. 62. II.).

Endlich im dritten Falle bei c. wird im ersten Bruche der größere Theil öfter, als im zweiten der kleinere,

gesetzt, daher auch der erste Bruch größer sein muß, als der zweite, oder

$$\frac{\begin{array}{c}6 > 3\\ 2 < 4\end{array}}{}$$

also ist $6 : 2 > 3 : 4$, d. h., $\frac{6}{2} > \frac{3}{4}$ (I. §. 62. IV.).

III. Zusatz: Wenn in zwei oder mehreren Brüchen der Zähler dem Nenner gleich ist, so sind diese Brüche, im Falle sie Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, einander gleich, z. B. $\frac{4}{4} = \frac{8}{8}$; weil hier jeder Bruch dem Ganzen gleich ist, da jedesmal in dieser Voraussetzung das Ganze in eben so viele gleiche Theile getheilt wird, als es der Nenner, der hier dem Zähler gleich ist, anzeigt, und diese Theile des nämlichen Ganzen auch jedesmal so oft genommen werden, daß sie zusammen das Ganze geben (§. 3. b.), oder

$$\left.\begin{array}{l}\frac{4}{4} = 4 : 4 = 1\\ \frac{8}{8} = 8 : 8 = 1\end{array}\right\} \text{(I. §. 61. Zus. IV.)},$$

also ist $\frac{4}{4} = \frac{8}{8}$ (I. §. 10. Nro. 4.).

IV. Zusatz: Wenn die Zähler zweier oder mehrerer Brüche, welche Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, und ebenfalls alle Nenner unter einander gleich sind, so sind die Brüche selbst einander gleich, z. B. $\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$, oder

$$\frac{\begin{array}{c}2 = 2\\ 4 = 4\end{array}}{}$$

also ist $2 : 4 = 2 : 4$, d. h., $\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$ (I. §. 62. I.).

Es ist also auch jeder Bruch, wie überhaupt jede Größe (I. §. 10. Nro. 1.), sich selbst gleich.

V. Zusatz: Bei einem unächten Bruche findet man die darin enthaltenen Ganzen, wenn man den Zähler mit dem Nenner dividirt, z. B. $\frac{8}{4} = 2$, und $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$; weil $\frac{8}{4} = 8 : 4 = 2$, und $\frac{9}{4} = 9 : 4 = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$.

Wenn demnach bei der Division ganzer Zahlen ein Rest bleibt, der mit dem Divisor, indem alle Theile des Dividends damit zu dividiren sind, dividirt werden soll, so erhält man, da der Rest immer kleiner ist, als

der Divisor, jedesmal einen ächten Bruch, der durch das Additionszeichen, oder kürzer gewöhnlich ohne dasselbe dem Quotienten beigesetzt wird, wie dieses bei der Division ganzer Zahlen geschehen ist (I. §. 72.), wo $72^{1345}/_{4000}$ als Quotient durch die Division gefunden wurde.

Anmerkung: Sowohl aus diesen Zusätzen, als auch aus dem, was von den Brüchen in den bisherigen §§. dieses Hauptstückes gesagt wurde, ist ersichtlich, daß der Werth eines Bruches weder durch den Zähler allein, noch durch den Nenner allein, sondern durch den Zähler und Nenner zugleich, oder wie sich einige ausdrücken, durch das Verhältniß des Zählers zum Nenner, und durch die Größe des Ganzen, von welchem gewisse Theile gesetzt werden, bestimmt wird.

§. 6.

II. Lehrsatz:

A) Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man entweder den Zähler mit dieser Zahl multiplizirt, oder den Nenner damit dividirt;

B) Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl dividirt, wenn man damit den Zähler dividirt, oder mit derselben den Nenner multiplizirt.

In den beiden ersten Fällen bleibt der Nenner, und in den beiden letzten der Zähler unverändert.

Beweis von A:

a) Es sei z. B. $^3/_4$ mit 2 zu multipliziren, d. h., man solle $^3/_4$ zweimal setzen (I. §. 45. a.). Nach den bei den genannten Zahlen aufgestellten Regeln (I. §. 101.), indem $^3/_4$ eben so viel ist als 3 Viertel (§. 2.), erhält man das verlangte Produkt, wenn man bloß die Zahlen mit einander multiplizirt, und dem Produkte wieder die Benennung des Multiplikands beifügt; daher ist 3 Viertel $\times 2 = 6$ Viertel, oder $^3/_4 \times 2 = {}^6/_4$. Ist von einem Gulden die Rede, so ist

$\frac{3}{4}$ fl. = 45 kr. (§. 1 und §. 2.),
ferner 2 = 2

also ist $\frac{3}{4}$ fl. × 2 = 45 kr. × 2 (I. §. 46. I.);
dann 45 kr. × 2 = 90 kr.
und $\frac{6}{4}$ fl. = 90 kr.

folglich ist $\frac{3}{4}$ fl. × 2 = $\frac{6}{4}$ fl.

b) Läßt man den Zähler unverändert, und dividirt man dagegen den Nenner mit 2, so setzt man davon den zweiten Theil (die Hälfte), der nun auch, wenn man damit den vorigen Zähler dividirt, einen Quotienten gibt, der das Zweifache des vorigen ist.

Nach dem Lehrsatze des §. 5. ist aber der Bruch eben jener Quotient, den man erhält, wenn man den Zähler mit dem Nenner dividirt, somit wird er dadurch mit 2 multiplizirt, daß man seinen Nenner mit 2 dividirt, während man dann den Zähler unverändert läßt.

Ist nun wieder von einem Gulden die Rede, so ist
$\frac{3}{4}$ fl. = 45 kr.,
ferner 2 = 2,

also ist $\frac{3}{4}$ fl. × 2 = 45 kr. × 2 = 90 kr.
dann $\frac{3}{2}$ fl. = 90 kr.

folglich ist $\frac{3}{4}$ fl. × 2 = $\frac{3}{2}$ fl.

Das heißt $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{6}{4}$, oder auch $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{4 : 2} = \frac{3}{2}$.

Beweis von B:

a) Es sei z. B. $\frac{4}{5}$ mit 4 zu dividiren, d. h., man soll jene Zahl finden, die in $\frac{4}{5}$ viermal enthalten ist, oder die 4mal gesetzt $\frac{4}{5}$ wieder gibt (I. §. 61. Zus. 1.), oder was eines ist, man soll $\frac{4}{5}$ in vier gleiche Theile theilen, und davon einen — den vierten Theil nehmen (I. §. 111. B.).

Anstatt $\frac{4}{5}$ kann ich auch schreiben „4 Fünftel,“ indem 4 fünfte Theile eines Ganzen das Nämliche be-

zeichnen, und das Wort „Fünftel“ nur der kürzere Ausdruck ist.

Nach den bei den benannten Zahlen aufgestellten Divisionsregeln (I. §. 105.) ist 4 Fünftel : 4 = 1 Fünftel; mithin ist auch $^4/_5 : 4 = {}^1/_5$, welches man eben erhält, wenn man den Zähler mit 4 dividirt, und den Nenner unverändert läßt.

Ferner ist $^1/_5$ wirklich der vierte Theil von $^4/_5$, da $^1/_5 \times 4 = {}^4/_5$.

Ist von einem Gulden die Rede, so ist

$^4/_5$ fl. = 48 kr. (§. 1. und §. 2.)
und 4 = 4 (I. §. 10. Nro. 1.)

also ist $^4/_5$ fl. : 4 = 48 kr. : 4 = 12 kr.
ferner $^1/_5$ fl. = 12 kr.

folglich ist $^4/_5$ fl. : 4 = $^1/_5$ fl. (I. §. 10. Nro. 4.).

b) Läßt man in dem Bruche den Zähler unverändert, und multiplizirt man dagegen den Nenner mit 4, so wird dieses Produkt das Vierfache des vorigen Nenners; dividirt man nun damit den Zähler, so erhält man einen Quotienten, der deßwegen nur der vierte Theil des vorigen ist; eben dieser Quotient ist der Bruch, man hat also dadurch von diesem den vierten Theil gesetzt, d. h., ihn mit 4 dividirt; oder $^4/_5 : 4 = {}^4/_{20}$.

Ist nun wieder von einem Gulden die Rede, so ist

$^4/_5$ fl. = 48 kr.
4 = 4

also ist $^4/_5$ fl. : 4 = 48 kr. : 4 = 12 kr. (I. §. 62. I.).
ferner $^4/_{20}$ fl. = 12 kr.

folglich ist $^4/_5$ fl. : 4 = $^4/_{20}$ fl. (I. §. 10. Nro. 4.);

das heißt, $^4/_5 : 4 = \frac{4 : 4}{5} = {}^1/_5 = \frac{4}{5 \cdot 4} = {}^4/_{20}$.

Man multiplizirt, um keinen neuen, und dadurch keinen zusammengesetzten Bruch (§. 3. d.) zu erhalten, sowohl bei der Division, als auch bei der Multiplikation jederzeit auf die angegebene Weise, wenn man den Zähler oder Nenner nicht ohne Rest sollte dividiren können; z. B. $^3/_7 \times 4 = {}^{12}/_7$, und $^5/_9 : 6 = {}^5/_{54}$.

§. 7.

III. Lehrsatz:

A) Der Bruch, d. h., der Werth des Bruches bleibt unverändert, wenn man dessen Zähler und Nenner zugleich mit der nämlichen Zahl multiplizirt; und

B) Der Bruch bleibt auch unverändert, wenn man dessen Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl dividirt.

Beweis von A und B zugleich.

1) Der Bruch kann als ein Quotient betrachtet werden, wo dann der Zähler desselben der Dividend, und der Nenner der Divisor ist (§. 5.);

2) Der Quotient bleibt unverändert, wenn man den Dividend und den Divisor mit der nämlichen Zahl multiplizirt oder dividirt (I. §. 64.);

3) Also bleibt der Werth des Bruches unverändert, wenn man den Zähler und den Nenner mit der nämlichen Zahl multiplizirt und dividirt.

Die Wahrheit dieses Lehrsatzes könnte aus dem vorigen Lehrsatze auch so erwiesen werden:

1) Den Zähler eines Bruches mit einer ganzen Zahl multiplizirem heißt eben so viel, als den Bruch selbst mit dieser Zahl multipliziren, und den Nenner desselben zugleich mit dieser Zahl multipliziren, heißt eben so viel, als den Bruch selbst mit dieser Zahl dividiren;

2) Eine Zahl bleibt dem Werthe nach unverändert, wenn man sie mit der nämlichen Zahl multiplizirt und dividirt (I. §. 63. Zus. II.);

3) Also bleibt auch der Werth des Bruches unverändert, wenn man den Zähler und den Nenner mit der nämlichen Zahl multiplizirt.

Auf eine ähnliche Art würde man beweisen, daß

der Bruch nicht verändert wird, wenn man Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl dividirt.

Daher ist z. B. $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$, und $\frac{2}{4} = \frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2}$.

Drücken diese Brüche Theile eines Gulden aus, so sind $\frac{3}{5}$ fl. = 36 kr., und $\frac{12}{20}$ fl. betragen ebenfalls 36 kr., ferner $\frac{2}{4}$ fl. = 30 kr., und $\frac{1}{2}$ fl. gibt ebenfalls 30 kr.; es ist somit durch die eben benannte Veränderung, wenn gleich Zähler und Nenner kleinere oder größere Zahlen geworden sind, der Werth der Brüche nicht verändert worden.

III.

Aufgaben.

§. 8.

I. Aufgabe, Ganze in Brüche zu verwandeln, die Theile der nämlichen anfangs gegebenen Ganzen ausdrücken.

Auflösung:

a) Ist kein bestimmter Nenner gegeben, so schreibe man die gegebene Zahl als Zähler, mache das Bruchzeichen, und schreibe 1 als Nenner des Bruches; z. B. man soll 6 Ganze in einen Bruch verwandeln, man erhält $\frac{6}{1}$;

b) Ist ein bestimmter Nenner gegeben, so multiplizire man damit die ganze Zahl, das erhaltene Produkt schreibe man, indem man das Bruchzeichen macht, als Zähler des Bruches. Man soll z. B. 6 Ganze in einen Bruch verwandeln, der den Nenner 4 hat; man erhält auf die angegebene Weise den Bruch $\frac{24}{4}$.

Grund des Verfahrens:

Wenn Ganze in Brüche verwandelt werden, so darf der Werth nicht verändert werden, d. h., der erhaltene Bruch muß dem Werthe nach eben so viel betragen, als die anfangs gegebene ganze Zahl; es ist aber

1) die ganze Zahl 6 dem Werthe nach, indem 1 nichts dividirt (I. §. 61. Zus. II.), eben so viel als $^6/_1$, oder $6 = {}^6/_1$; und
2) die ganze Zahl 6 ist eben so viel als $^{24}/_4$, oder $6 = {}^{24}/_4$; weil so die Zahl 6 mit 4 sowohl multiplizirt, als auch dividirt wird (I. §. 63. Zus. II.), und der gegebenen Aufgabe gemäß der Bruch Theile des anfangs gegebenen Ganzen ausdrücken muß.

§. 9.

II. Aufgabe, Brüche in andere Brüche zu verwandeln, die einen gegebenen Nenner haben.

Auflösung:

a) Kann man mit dem Nenner des ersten Bruches den Nenner des neuen Bruches ohne Rest dividiren, so dividirt man wirklich, multiplizirt mit dem Quotienten den Zähler des ersten Bruches, und schreibt unter dieses Produkt, nachdem man das Bruchzeichen gemacht hat, den gegebenen Nenner; z. B. $\frac{3}{4}$ sei in einen Bruch zu verwandeln, der den Nenner 60 hat. Es ist hier 60 durch 4 ohne Rest theilbar, da $60 : 4 = 15$ ist, und somit kein Rest bleibt; man multiplizirt den Quotienten 15 mit 3, man erhält 45; daher ist $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$; auf diese Weise ist der Bruch $\frac{3}{4}$ in einen andern Bruch $\frac{45}{60}$, der den gegebenen Nenner 60 hat, verwandelt worden;

b) Kann man den neuen Nenner mit dem Nenner des gegebenen Bruches nicht ohne Rest dividi-

ren, so multiplizire man vorhin den neuen Nenner mit dem Zähler des Bruches, und dividire dann das Produkt mit dem Nenner des gegebenen Bruches; den dadurch erhaltenen Quotienten setze man dann als Zähler jenes Bruches, in welchen der erste verwandelt werden soll; z. B. man soll $\frac{3}{8}$ in einen andern Bruch verwandeln, der den Nenner 60 hat; man multiplizire 60 mit 3, man erhält 180, dieses Produkt 180 dividire man mit 8, man erhält $22\frac{4}{8}$, und somit den zusammengesetzten Bruch $\frac{22\frac{4}{8}}{60}$; oder was eines ist, $22\frac{4}{8}$ Sechsgerl; wodurch der zusammengesetzte Bruch, indem man ihn als eine benannte Zahl betrachtet, wieder in der Gestalt eines einfachen Bruches (§. 3. d.) ausgedrückt wird.

Beweis:

1) Ein Bruch bleibt unverändert, wenn man den Zähler und Nenner desselben mit der nämlichen Zahl multiplizirt oder dividirt (§. 7. A. u. B.);

2) Nun aber dieses geschieht, wenn man nach dieser Regel einen Bruch in einen andern mit einem gegebenen Nenner verwandelt;

3) Also erhält man jederzeit einen Bruch, der dem Werthe nach dem vorigen gleich ist, und zugleich den gegebenen Nenner hat.

In dem angeführten ersten Beispiele bei a. hat man $^3/_4$ in $^{45}/_{60}$ verwandelt, indem man den Zähler und Nenner des Bruches $^3/_4$ sowohl mit 60 multiplizirte, als auch zugleich mit 4 dividirte; es ist nämlich $^3/_4 = \frac{3\,.\,60}{4\,.\,60} = {}^{180}/_{240}$, und $\frac{180:4}{240:4} = {}^{45}/_{60}$, also ist auch $^3/_4 = {}^{45}/_{60}$ (I. §. 10. Nro. 4.).

In dem angeführten zweiten Beispiele bei b.

hat man den Bruch $\frac{3}{8}$ in den Bruch $\frac{22\frac{4}{8}}{60}$ verwandelt; indem man den Zähler und Nenner des Bruches $\frac{3}{8}$ sowohl mit 60 multiplizirte, als auch mit 8 dividirte; es ist nämlich $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 60}{8 \cdot 60} = \frac{180}{480}$, und $\frac{180 : 8}{480 : 8} = \frac{22\frac{4}{8}}{60}$, also ist auch in Gemäßheit des eben zitirten Grundsatzes $\frac{3}{8} = \frac{22\frac{4}{8}}{60}$, oder $\frac{3}{8} = 22\frac{4}{8}$ Sechzgerl (§. 2. a.).

§. 10.
Einige Erklärungen in Absicht auf die Verkleinerung der Brüche.

a) Eine Zahl heißt das Maaß einer anderen Zahl, wenn sie diese ohne Rest dividirt; z. B. 4 ist das Maaß von 12, weil 12 : 4 = 3, und also da kein Rest bleibt.

b) Eine Zahl heißt das gemeine Maaß mehrerer anderen Zahlen, wenn sie dieselben, oder auch nur einige davon, wenigstens zwei, ohne Rest dividirt; z. B. 4 ist das gemeine Maaß der Zahlen 8, 12, 16, und auch der Zahlen 3, 8, 12, 5, 16, weil sie im ersten Falle alle, und im zweiten einige, nämlich drei dieser Zahlen ohne Rest dividirt.

c) Eine Zahl, die nur durch 1, und durch sich selbst ohne Rest theilbar ist, heißt eine einfache, oder eine Primzahl (Numerus primus), z. B. die Zahlen 3, 5, 7, 13 ꝛc.

Jede Zahl ist durch 1, und durch sich selbst theilbar; z. B. 13 : 13 = 1, und 13 : 1 = 13.

d) Eine Zahl, die nicht bloß durch 1, und durch sich selbst, sondern auch durch eine oder mehrere andere Zahlen theilbar ist, heißt eine zusammengesetzte Zahl (Numerus compositus); z. B. 8, 12, 24; indem 8 : 2 = 4, 8 : 4 = 2, 12 : 4 = 3, 12 : 6 = 2, 24 : 8 = 3, 24 : 6 = 4 ꝛc.

e) Zahlen, die außer der Zahl 1 kein gemeines Maaß haben, heißt man relative Primzahlen; z. B. 4, 15; indem es außer 1 keine Zahl gibt, mit der man 4 und 15 zugleich ohne Rest theilen könnte.

f) Zahlen, die außer 1 ein gemeines Maaß haben, heißen zusammengesetzte Zahlen unter sich; z. B. 4, 8, 16, diese Zahlen sind durch 2 oder 4 theilbar.

g) Eine Zahl, die zwei oder mehrere gegebene Zahlen so ohne Rest dividirt, daß die Quotienten relative Primzahlen sind, heißt das größte gemeine Maaß dieser Zahlen; z. B. zu den Zahlen 8, 16 und 24 ist 8 das größte gemeine Maaß, weil $8 : 8 = 1$, dann $16 : 8 = 2$, und $24 : 8 = 3$, und die erhaltenen Quotienten 1, 2 und 3 relative Primzahlen sind.

§. 11.

Regeln rücksichtlich der Verkleinerung der Brüche.

Nachstehende Regeln, derer allgemeine Giltigkeit im III. Theile dieses Lehrbuches bei der Theilbarkeit ganzer Zahlen erwiesen wird, können öfter bei der Verkleinerung der Brüche sehr geschwind und leicht in Anwendung gebracht werden:

a) Wenn das letzte oder niedrigste Ziffer zur rechten Seite durch 2, 5 oder 10 (im letzten Falle muß das niedrigste Ziffer Null sein) ohne Rest theilbar ist, so ist die Zahl selbst durch 2, 5 oder 10 ohne Rest theilbar; z. B. 468 ist durch 2, dann 465 durch 5, und 460 durch 10 ohne Rest theilbar; weil $8 : 2 = 4$, dann $5 : 5 = 1$, und im letzten Falle $460 : 10 = 46$.

b) Läßt sich die Summe des an der Stelle der Einer stehenden Ziffers, und des gegen die Linke hin folgenden doppelten Ziffers mit 4 theilen, oder kann man die Summe des äußersten rechtsstehenden Ziffers, dann des folgenden doppelten, und des vierfachen an der Stelle der Hunderte stehenden

Ziffers mit 8 theilen, so kann man auch die Zahlen selbst ohne Rest mit 4 oder 8 theilen; z. B. 628 ist durch 4, und 2592 durch 8 ohne Rest theilbar, weil $8 + 2 \times 2 = 8 + 4 = 12$, und 12 durch 4 theilbar, dann $2 + 9 \times 2 + 5 \times 4 = 2 + 18 + 20 = 40$, und 40 durch 8 theilbar ist.

c) Addirt man alle Ziffern bloß nach ihrem natürlichen Werthe, und läßt sich die Summe durch 3 oder 9 ohne Rest theilen, so läßt sich die ganze gegebene Zahl durch 3 oder 9 ohne Rest theilen; z. B. 3644 läßt sich sowohl durch 3 als 9 ohne Rest theilen, weil $4 + 5 + 6 + 3 = 18$, und diese Zahl 18 durch beide ohne Rest getheilt werden kann, da $18 : 9 = 2$, und $18 : 3 = 6$.

§. 12.

III. Aufgabe, für zwei gegebene ganze Zahlen das größte gemeine Maaß zu suchen; z. B. für die Zahlen 360 und 1155.

Auflösung:

1) Die größere Zahl 1155, die man mit dem Buchstaben A benennen kann, nehme man als Dividend, und die kleinere Zahl 360, die man mit dem Buchstaben B benennt, setze man als Divisor, und dividire wirklich:

$$\begin{array}{r|l} A = 1155 & 3 \\ B = 360 & \\ 1080 & \\ \hline 75 & \end{array}$$

2) Den gebliebenen Rest 75 benenne man mit C, und dividire damit den vorigen Divisor B = 360, man erhält:

$$\begin{array}{r|l} B = 360 & 4 \\ C = 75 & \\ 300 & \\ \hline 60 & \end{array}$$

3) Den gebliebenen Rest 60 benenne man mit D, und dividire damit $C = 75$, man erhält:

$$\begin{array}{r|l} C = 75 & 1 \\ D = 60 & \\ 60 & \\ \hline 15 & \end{array}$$

4) Den gebliebenen Rest 15 benenne man mit E, und dividire damit den vorigen Divisor $D = 60$, man erhält:

$$\begin{array}{r|l} D = 60 & 4 \\ E = 15 & \\ 60 & \\ \hline - & \end{array}$$

5) Weil man die Division so lange fortsetzte (welches immerhin geschehen muß), bis man einen Divisor $E = 15$ erhielt, der seinen Dividend $D = 60$ ohne Rest dividirte, so ist eben diese Zahl $E = 15$ das gesuchte größte gemeine Maaß der Zahlen 360 und 1155; denn $360 : 15 = 24$, und $1155 : 15 = 77$, welche beide Zahlen 24 und 77, wie dieses bei der Theilbarkeit ganzer Zahlen erwiesen wird, relative Primzahlen sind.

6) Bekommt man bei diesem Verfahren den Rest $= 1$, so zeigt dieses an, daß die Zahl 1 das größte gemeine Maaß ist, und somit die beiden gegebenen Zahlen schon relative Primzahlen sind, indem 1 als Divisor den Dividend zum Quotienten gibt (I. §. 61. Zus. II.).

Bei der Auflösung dieser Aufgabe ist zu bemerken, daß man die einzelnen Quotienten, da bei jeder Division ein anderer Dividend und Divisor vorkommt, im-

merhin rechts hinschreiben könne, und sie somit nicht, wie es bei der Division ganzer Zahlen verlangt worden ist, neben einander zu schreiben sind.

Die Auflösung in dem eben angeführten Beispiele, wie auch jene in noch zwei anderen Beispielen füge ich hier noch kürzer bei:

I. Beispiel:

A =	1155	3
B =	360	
	1080	
C =	75	4
	300	
D =	60	1
	60	
E =	15	4
	60	
	—	

Also ist 15 das größte gemeine Maaß der Zahlen 360 und 1155.

II. Beispiel:

A =	494	1
B =	442	
	442	
C =	52	8
	416	
D =	26	2
	52	
	—	

Also ist 26 das größte gemeine Maaß der Zahlen 494 und 442; 494 : 26 = 19, 442 : 26 = 17.

III. Beispiel:

A =	19	1
B =	17	
	17	
C =	2	8
	16	
D =	1	2
	2	
	—	

Also ist D = 1 das größte gemeine Maaß, d. h., die Zahlen 19 und 17 sind relative Primzahlen.

Anmerkung: Man kann die bei der Bestimmung des größten gemeinen Maaßes zweier Zahlen links gesetzten Buchstaben A, B, C rc. auch weglassen, und die Produkte ausstreichen, welche zum Vorscheine kommen, wenn man allemal den Divisor mit dem Quotienten multiplizirt.

§. 13.

IV. Aufgabe, Brüche zu verkleinern.

Auflösung:

Brüche verkleinern heißt dieselben auf eine kleinere Benennung bringen, welches geschieht, wenn man dieselben, ohne ihren Werth zu verändern, in andere Brüche verwandelt, derer Zähler und Nenner kleinere Zahlen sind.

Auf die kleinste Benennung werden dann die Brüche gebracht, wenn man sie, ohne ihren Werth zu

verändern, in solche Brüche verwandelt, derer Zähler und Nenner relative Primzahlen sind; wodurch sie dann in solche Brüche verwandelt werden, die nicht mehr verkleinert werden können.

Die Verkleinerung der Brüche geschieht nach folgenden Regeln:

a) Theilet der Zähler den Nenner, oder dieser jenen ohne Rest, so ist eben ein solcher Zähler oder Nenner das größte gemeine Maaß des Zählers und Nenners, mit dem man somit den Bruch auf die kleinste Benennung bringen kann; z. B. man soll den Bruch $\frac{50}{100}$ verkleinern; 50 theilet sich selbst und 100 ohne Rest, indem $50 : 50 = 1$, und $100 : 20 = 5$, daher ist $\frac{50}{100} = \frac{50 : 50}{100 : 50} = \frac{1}{2}$, wo 1 und 2 relative Primzahlen sind.

b) Ist dieses der Fall nicht, so suche man entweder nach §. 11. ein gemeines Maaß, oder nach §. 12. das größte gemeine Maaß für den Zähler und Nenner, und dividire damit diese beiden; man wird den Bruch im zweiten Falle immer auf die kleinste, und im ersten Falle, wenn nicht auf die kleinste, wenigstens doch auf eine kleinere Benennung gebracht, und dadurch den Bruch verkleinert haben.

Es seien z. B. die Brüche $\frac{8}{12}$, dann $\frac{24}{39}$ und $\frac{360}{1155}$ zu verkleinern; man erhält $\frac{8}{12} = \frac{8 : 2}{12 : 2} = \frac{4}{6}$, ferner $\frac{24}{39} = \frac{24 : 3}{39 : 3} = \frac{8}{13}$, und $\frac{360}{1155} = \frac{360 : 15}{1155 : 15} = \frac{24}{77}$; wodurch nun der erste Bruch $\frac{8}{12}$ auf eine kleinere, und die beiden letzten Brüche

$\frac{24}{39}$ und $\frac{360}{1155}$ auf die kleinste Benennung gebracht worden sind.

c) Sieht man gleich zum voraus, oder findet man nach §. 12., daß Zähler und Nenner außer 1 kein gemeines Maaß mehr haben, so sind dieselben schon relative Primzahlen, und die Brüche können dann nicht mehr verkleinert werden; z. B. $\frac{5}{7}$ $= \frac{5:1}{7:1} = \frac{5}{7}$.

Der Grund des Verfahrens ist einleuchtend, indem man offenbar sieht, daß so immerhin Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl dividirt werden, wodurch der Werth der Brüche nicht verändert wird (§. 7. B.).

§. 14.

V. Aufgabe, den Werth der Brüche, welche Theile eines bestimmten Ganzen darstellen, in ganzen Zahlen, oder wenigstens in solchen Brüchen auszudrücken, die Theile eines Ganzen niederer Ordnung bezeichnen.

Auflösung:

a) Ist der Bruch ein unächter oder uneigentlicher Bruch, so dividire man den Zähler mit dem Nenner (§. 5. Zus. V.), um so, wie sich einige ausdrücken, die Ganzen herauszuziehen, und somit zu finden, wie viel Ganze in dem Bruche enthalten sind. Bleibt dabei ein Rest, so hänge man mittels des Additionszeichens, oder ohne dasselbe den Rest als einen neuen Bruch, indem man den Rest als Zähler, und den vorigen Nenner als Nenner unter denselben hinschreibt, den durch die Division erhaltenen Ganzen an; z. B. $\frac{8}{4}$ fl. $= 2$ fl.,

und $\frac{11}{4}$ fl. = 2 fl. + $\frac{3}{4}$ fl., oder kürzer: $\frac{11}{4}$ fl. = $2\frac{3}{4}$ fl.

b) Will man den Werth dieses neuen Bruches $\frac{3}{4}$ fl., oder überhaupt den eines ächten Bruches in ganzen Zahlen ausdrücken, so muß derselbe, da er weniger ist, als jenes Ganze, von dem er gewisse Theile ausdrückt, auf niedere Einheiten (I. §. 90. und 91. A.) reduzirt werden, indem man ihn mit der Reduktionszahl multiplizirt; z. B. $\frac{3}{4}$ fl. = $\frac{3}{4} \times 60$ kr. = $\frac{180}{4}$ kr. = 45 kr., daher geben $\frac{3}{4}$ fl., indem 1 fl. 60 kr. hat, 45 kr., oder $\frac{3}{4}$ fl. sind = 45 kr.

Auf diese Weise wird eigentlich nach §. 9. der Bruch $3/4$ in einen andern verwandelt, der den Nenner 60 hat, indem $3/4 = \frac{3 \,.\, 60}{4 \,.\, 60} = 180/240 = \frac{180 : 4}{240 : 4} = 45/60$, und $45/60$ fl. = 45 kr.

Läßt sich die Reduktionszahl mit dem Nenner des Bruches dividiren, so ist es einfacher, wenn man gleich anfangs dividirt, und dann mit dem Zähler den Quotienten multiplizirt; kann man aber nicht ohne Rest dividiren, so muß man auf die eben angegebene Weise verfahren; z. B. $7/10$ Znt. werden in ganzen Zahlen ausgedrückt, wenn man die Reduktionszahl 100, da 1 Zentner 100 Pfund hat, mit 10 dividirt, und den Quotienten 10 mit 7 multiplizirt, man erhält $7/10$ Znt. = 70 Pfund.

c) Wenn es die Aufgabe erfordert, so kann man auf diese Weise den Werth eines jeden Bruches immer wieder in Einheiten niederer Ordnung ausdrücken, bis man auf die Einheiten der niedrigsten Benennung kommt, wo dann der letzte Bruch, welcher Theile des Ganzen der niedrigsten Ordnung ausdrückt, beibehalten werden muß; z. B. $\frac{9}{17}$ fl. = $31\frac{13}{17}$ kr. = 31 kr. $6\frac{2}{17}$ Häller.

§. 15.

VI. **Aufgabe**, den Werth der Ganzen, oder auch der Brüche, welche Theile eines bestimmten Ganzen ausdrücken, in Einheiten höherer Ordnung anzugeben.

Auflösung:

a) Sowohl die gegebenen ganzen Zahlen, als auch die Brüche, sie mögen ächte oder unächte Brüche sein, dividirt man (I. §. 90. u. 91. B.) mit der Reduktionszahl, um so dieselben auf Einheiten höherer Ordnung zu reduziren. Wenn man die auf diese Weise erhaltenen Brüche verkleinern kann, so verkleinert man wirklich nach §. 13. Z. B. Man mache 15 kr. zu Gulden, man erhält, daß 15 kr. $= \frac{15}{60}$ fl., und sie somit $\frac{1}{4}$ fl. geben; oder man mache $\frac{2}{3}$ kr. zu Gulden, man erhält daß $\frac{2}{3}$ kr. $= \frac{2}{180}$ fl. $= \frac{1}{90}$ fl.; weil $\frac{2}{3} : 60$ $= \frac{2}{3 \cdot 60} = \frac{2}{180} = \frac{1}{90}$ (§. 6. B.)

b) Soll man die auf diese Weise erhaltenen Brüche wieder auf Einheiten höherer Ordnung reduziren, so dividirt man wieder mit der gehörigen Reduktionszahl, und setzt dann dieses Verfahren so lange fort, bis die gegebenen ganzen Zahlen oder Brüche auf die verlangten Einheiten reduzirt sind.

Man soll z. B. $\frac{1}{2}$ Quintel auf Zentner reduziren; man dividirt nun mit 4, weil 4 Quintel 1 Loth geben, es ist $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$, daher ist $\frac{1}{2}$ Quintel $= \frac{1}{8}$ Loth; ferner dividirt man mit 32, weil 1 Pfund 32 Loth deßhalb ist $\frac{1}{8}$ Loth $= \frac{1}{256}$ Pfund, indem $\frac{1}{8} : 32$ $= \frac{1}{256}$; endlich dividirt man mit 100, weil 100 Pfund 1 Zentner geben, es ist $\frac{1}{256}$ Pfund $= \frac{1}{25600}$ Zentner; weßwegen $\frac{1}{2}$ Quintel $= \frac{1}{8}$ Loth $= \frac{1}{256}$ Pfund $= \frac{1}{25600}$ Zentner, d. h., es ist $\frac{1}{2}$ Quintel $= \frac{1}{25600}$ Zentner (I. §. 10. Nro. 4.).

§. 16.

VII. Aufgabe, eine Zahl zu finden, die durch alle Nenner der gegebenen Brüche ohne Rest theilbar ist.

Auflösung:

1) Es seien z. B. die Brüche $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{4}{21}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{3}{10}$ gegeben, und man soll eine Zahl finden, die durch die Nenner aller dieser Brüche ohne Rest theilbar ist;

2) Man suche nun zu diesen Nennern ein gemeines Maaß, d. h., eine solche Zahl, die mehrere dieser Nenner, wenigstens zwei, ohne Rest dividirt;

3) Die gebrauchten Maaße schreibe man links, und rechts die vorhandenen Nenner, die man von jenen durch einen Vertikalstrich trennt;

4) Wo man immer mit dem gemeinschäftlichen Maaße ohne Rest dividiren kann, da dividirt man wirklich, und setzt der Ordnung nach die erhaltenen Quotienten unter die oben stehenden Zahlen hin. Wo man aber nicht ohne Rest theilen kann, da schreibt man die oben stehenden Zahlen unverändert herunter. Weil man zuletzt multipliziren muß, und der Faktor 1 nichts multiplizirt, so ist es nicht nothwendig, daß man den Quotienten 1 anschreibt, außer zuletzt, wo man, zumal wenn nur noch eine einzige andere Zahl übrig ist, die Zahl 1 einmal schreiben kann. Man erhält:

2	6, 7, 12, 8, 15, 21, 14, 10
	3, 7, 6, 4, 15, 21, 7, 5

5) Zu den unten stehenden Zahlen suche man wieder ein gemeines Maaß, etwa wieder 2, und verfahre dann wie vorhin:

2	6, 7, 12, 8, 15, 21, 14, 10
2	3, 7, 6, 4, 15, 21, 7, 5
	3, 7, 3, 2, 15, 21, 7, 5

6) Zu den unten stehenden Zahlen suche man wieder ein gemeines Maaß, etwa 3, zu den dadurch erhaltenen Zahlen suche man abermal ein gemeines Maaß, etwa 7, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man relative Primzahlen erhält, für die es dann kein gemeines Maaß mehr gibt:

2	6, 7, 12, 8, 15, 21, 14, 10
2	3, 7, 6, 4, 15, 21, 7, 5
3	3, 7, 3, 2, 15, 21, 7, 5
7	7, 2, 5, 7, 7, 5
5	2, 5, 5
	2, 1

7) Die zuletzt gebliebenen Zahlen 2 und 1 sind relative Primzahlen; man multiplizire demnach sowohl diese, als auch alle gebrauchten Maaße, indem man die Stellen der Faktoren verwechseln kann, in beliebiger Ordnung mit einander (I. §. 57.); man findet, daß $1 . 2 . 5 . 7 . 3 . 2 . 2 = 840$;

8) Es ist nun 840 die Zahl, die durch die erwähnten Nenner ohne Rest theilbar ist;

Der Beweis für die Wahrheit und allgemeine Giltigkeit der aufgestellten Regeln, daß nämlich das auf diese Weise erhaltene Produkt jederzeit die verlangte Zahl ist, wird in der Buchstabenrechnung bei der Theilbarkeit ganzer Zahlen im III. Theile dieses Lehrbuches angegeben werden.

Man kann sich aber gleich jetzt in Absicht auf dieses Beispiel von der Richtigkeit des Verfahrens überzeugen, wenn man den Versuch macht, und die Zahl 840 durch die erwähnten Nenner dividirt, wo dann nirgends ein Rest bleiben wird; indem $840 : 6 = 140$, dann $840 : 7 = 120$ ꝛc.

Anmerkung: 1) Sind die Nenner der Art, daß sie außer 1 ein gemeines Maaß haben, so erhält man nach dieser Verfahrungsweise eine kleinere Zahl, als diejenige wäre, wenn man gleich anfangs alle Nenner unter sich multiplizieren würde, in welchem letzteren Falle auch eine Zahl zum Vorscheine käme, die jedesmal durch alle Nenner ohne Rest theilbar wäre.

2) Je mehrere gemeine Maaße für die Nenner aufgesucht werden können, desto kleiner und bequemer wird die gesuchte Zahl, um mittels derselben, wie man in den folgenden §§. sehen wird, auf eine leichtere Weise Brüche unter einerlei Benennung zu bringen.

§. 17.

VIII. Aufgabe, mehrere Brüche in andere Brüche von einem gegebenen allgemeinen Nenner zu verwandeln, wenn man zum voraus weiß, daß sich dieser durch alle Nenner der vorhandenen Brüche ohne Rest dividiren läßt.

Auflösung:

1) Man nehme als Beispiel die im vorigen §. angeführten Brüche $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{4}{21}$, $\frac{1}{14}$ und $\frac{3}{10}$; man weiß zufolge dieses §., daß die Zahl 840 durch die Nenner aller dieser Brüche theilbar ist;

2) Man schreibe nun in einer senkrechten Reihe von oben nach unten alle gegebenen Brüche, ziehe zur rechten Seite einen senkrechten Strich, und mache dadurch eine neue Spalte;

3) Oben in dieser Spalte schreibe man die zum voraus bekannte Zahl, welche der allgemeine Nenner ist, der auch Generalnenner genannt wird, dividire diesen durch alle Spezialnenner der gegebenen Brüche, und schreibe die Quotienten rechts neben hin, ziehe abermal zur Rechten einen senkrechten Strich, und bilde sich dadurch eine dritte Spalte;

4) Nun multiplizire man den Zähler eines jeden links stehenden Bruches mit dem jedesmal erhaltenen

Quotienten, und setze die Produkte der Ordnung nach in die dritte Spalte rechts neben die Quotienten hin, so sind diese die neuen Zähler;

5) Endlich schreibe man unter diese Zähler den Generalnenner, entweder unter jeden Zähler, oder nur unter den ersten Zähler, und mache dann bei den übrigen unter das Bruchzeichen einen Punkt, zum Zeichen, daß der oben stehende Nenner hingedacht werden muß; oder man schreibe alle neuen Zähler der Ordnung nach von der Linken zur Rechten in eine horizontale Reihe, ziehe unter dieselben eine gerade Linie, und schreibe in die Mitte unten den Generalnenner einmal hin;

6) Will man nicht nach Nro. 3 und 4. zuerst mit allen Nennern den Generalnenner dividiren, und dann die Quotienten mit den Zählern multipliziren, so kann man dagegen bei einem jeden Bruche, wie man den Generalnenner durch den Nenner desselben dividirt hat, gleich mit dem Zähler den Quotienten multipliziren.

Verfährt man nun in dem erwähnten Beispiele nach diesen Regeln, so erhält man:

A	B	C	. . .	M		O		S
	840							
$\frac{5}{6}$	140	700	mithin ist	$\frac{5}{6}$	=	$\frac{700}{840}$	=	$\frac{700}{840}$
$\frac{2}{7}$	120	240	. . .	$\frac{2}{7}$	=	$\frac{240}{840}$	=	$\frac{240}{\cdot}$
$\frac{5}{12}$	70	350	. . .	$\frac{5}{12}$	=	$\frac{350}{840}$	=	$\frac{350}{\cdot}$
$\frac{7}{8}$	105	735	. . .	$\frac{7}{8}$	=	$\frac{735}{840}$	=	$\frac{735}{\cdot}$
$\frac{11}{15}$	56	616	. . .	$\frac{11}{15}$	=	$\frac{616}{840}$	=	$\frac{616}{\cdot}$
$\frac{4}{21}$	40	160	. . .	$\frac{4}{21}$	=	$\frac{160}{840}$	=	$\frac{160}{\cdot}$
$\frac{1}{14}$	60	60	. . .	$\frac{1}{14}$	=	$\frac{60}{840}$	=	$\frac{60}{\cdot}$
$\frac{3}{10}$	84	252	. . .	$\frac{3}{10}$	=	$\frac{252}{840}$	=	$\frac{252}{\cdot}$
Q	D	F		N		P		R

oder man schreibe die neuen Brüche auch so an:

$$»\frac{700,\ 240,\ 350,\ 735,\ 616,\ 160,\ 60,\ 252}{840}«$$

In der Spalte A Q stehen die anfangs gegebenen Brüche, in der Spalte B D die Quotienten, die man erhielt, indem man den Generalnenner 840 mit jedem Spezialnenner dividirte, und in der Spalte C F stehen die neuen Zähler, die man erhielt, indem man die vorigen Quotienten mit den Zählern der Brüche multiplizirte. — Ferner in der Reihe M N stehen wieder die nämlichen anfangs gegebenen Brüche, in der Reihe O P die neuen Brüche, in welchen dieselben verwandelt wurden, und endlich in der Reihe S R diese nämlichen neuen Brüche mit der Abkürzung, daß der Generalnenner 840 nur beim ersten Bruche angeschrieben, und bei den übrigen mit einem Punkte bezeichnet wurde.

Der Grund des Verfahrens ist sowohl aus dem §. 9., als auch daher ersichtlich, weil der Generalnenner durch alle Spezialnenner ohne Rest theilbar ist, und deßwegen jeder dieser letzteren ein Faktor desselben, und der in dieser Spalte B D stehende Quotient der andere Faktor ist, welche beide Faktoren, mit einander multiplizirt, immer den Generalnenner wieder geben.

Nun hat man aber auch mit den Quotienten der Spalte B D die Zähler der Brüche der Spalte A Q, und also den Zähler und Nenner eines jeden Bruches mit der nämlichen Zahl multiplizirt, und daher den Werth der gegebenen Brüche nicht verändert (§. 7. A.) indem offenbar $5/6 = \frac{5\,.\,140}{6\,.\,140} = 700/840$, $2/7 = \frac{2\,.\,120}{7\,.\,120} = 240/840$, $5/12 = \frac{5\,.\,70}{12\,.\,70} = 350/840$, $7/8 = \frac{7\,.\,105}{8\,.\,105} = 735/840$, $11/15 = \frac{11\,.\,56}{15\,.\,56} = 616/840$, $4/21 = \frac{4\,.\,40}{21\,.\,40} = 160/840$, $1/14 = \frac{1\,.\,60}{14\,.\,60} = 60/840$, und $3/10 = \frac{3\,.\,84}{10\,.\,84} = 252/840$.

§. 18.

IX. Aufgabe, zwei oder mehrere Brüche unter einerlei Benennung zu bringen.

a) Auflösung nach der gewöhnlichen Regel:

Mehrere Brüche unter einerlei Benennung bringen, heißt, sie, ohne ihren Werth zu verändern, in solche Brüche verwandeln, die alle den nämlichen Nenner haben.

Dabei sind folgende Regeln zu beobachten:

1) Man multiplizire jeden Zähler mit allen übrigen Nennern, d. h., mit allen Nennern, nur mit dem seinigen nicht (I. §. 57.), und nehme der Ordnung nach diese Produkte für die Zähler;

2) Man multiplizire nun auch alle Nenner mit einander, und nehme dieses Produkt als den gemeinschaftlichen Nenner der neuen Brüche. Es seien z. B. die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{7}$ unter einerlei Benennung zu bringen. Man erhält nach diesen Regeln, daß $1 . 3 . 5 . 7 = 105$; dann $2 . 2 . 5 . 7 = 140$; ferner $3 . 2 . 3 . 7 = 126$; wie auch $4 . 2 . 3 . 5 = 120$, und $2 . 3 . 5 . 7 = 210$; es sind demnach diese die neuen Brüche: $\frac{105}{210}$, $\frac{140}{210}$, $\frac{126}{210}$ und $\frac{120}{210}$, oder kürzer: $\frac{105,\ 140,\ 126,\ 120}{210}$.

Beweis:

Auf diese Weise wird bei einem jeden Bruche der Zähler und Nenner mit dem Produkte der übrigen Nenner, somit mit der nämlichen Zahl multiplizirt, also wird der Werth der Brüche nicht verändert (§. 7. A.), und man hat die vorigen Brüche in neue verwandelt, die alle den nämlichen Nenner haben; indem $\frac{1}{2} = \frac{1 . 3 . 5 . 7}{2 . 3 . 5 . 7} = \frac{105}{210}$, $\frac{2}{3} = \frac{2 . 2 . 5 . 7}{3 . 2 . 5 . 7} = \frac{140}{210}$

$= {}^{140}/_{210}$, ${}^{3}/_{5} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7}{5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7} = {}^{126}/_{210}$, und ${}^{4}/_{7}$
$= \frac{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5} = {}^{120}/_{210}$.

Bei den Nennern dieser Brüche kommen die nämlichen Faktoren vor, die, indem man ihre Stellen verwechseln kann (I. §. 49.), immer das nämliche Produkt, und somit den gemeinschaftlichen Nenner geben.

b) Auflösung nach einer leichteren Verfahrungsweise:

1) Weil man keine zusammengesetzte Brüche erhalten darf, so darf man nicht jede beliebige Zahl als gemeinschaftlichen Nenner annehmen, und dann nach Vorschrift des §. 9. die diesem Nenner entsprechenden Zähler suchen;

2) Vielmehr muß darauf gesehen werden, daß man eine solche ganze Zahl findet, die durch alle Nenner der gegebenen Brüche ohne Rest theilbar ist;

3) Weiß man gleich beim ersten Anblicke der Nenner eine Zahl, die durch diese ohne Rest theilbar ist, oder ist der größte Nenner durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar, so nehme man jene Zahl oder diesen Nenner als gemeinschaftlichen Nenner an; ist dieses der Fall nicht, so suche man nach Vorschrift des §. 16. eine Zahl, die durch alle Nenner theilbar ist, und deßhalb als Generalnenner angenommen werden kann;

4) Hat man aber einmal den gemeinschaftlichen Nenner, so suche man nach §. 17. die neuen Zähler, und schreibe jenen unter diese.

I. Beispiel:

Es seien die Brüche ${}^{1}/_{2}$, ${}^{2}/_{3}$, ${}^{3}/_{4}$, ${}^{5}/_{6}$ und ${}^{7}/_{8}$ unter einerlei Benennung zu bringen. Man sieht hier,

daß die Zahl 24 durch alle Nenner dieser Brüche ohne Rest theilbar ist. Man suche nun nach §. 17. die neuen Zähler, und man erhält die verlangten neuen Brüche, nämlich: $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$, $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$, $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$, $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ und $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$, oder kürzer:

$$\frac{12,\ 16,\ 18,\ 20,\ 21}{24}.$$

II. Beispiel:

Es seien die Brüche $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{4}{1000}$ und $\frac{5}{10000}$ unter einerlei Benennung zu bringen.

Man sieht hier, daß der größte Nenner 10000 durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar ist, und somit als Generalnenner angenommen werden kann.

Nach §. 17. suche man die neuen Zähler, und schreibe unter sie den gemeinschaftlichen Nenner 10000, man bringt auf diese Weise die gegebenen Brüche auf einerlei Benennung.

Man erhält demnach: $\frac{3}{10} = \frac{3000}{10000}$, $\frac{7}{100} = \frac{700}{10000}$, $\frac{4}{1000} = \frac{40}{10000}$, und der Bruch $\frac{5}{10000}$ ist ohnehin sich selbst gleich (I. §. 10. Nro. 1.), d. h., $\frac{5}{10000} = \frac{5}{10000}$; oder $\frac{3000,\ 700,\ 40,\ 5}{10000}$.

In diesem Falle, wenn nämlich der größte Nenner durch die übrigen ohne Rest theilbar ist, kann man sich die Arbeit, um nicht überflüssiger Weise die nämlichen Brüche mehrmal schreiben zu müssen, dadurch abkürzen, daß man gleich mit jedem Nenner den größten Nenner dividirt, und dann den Zähler und Nenner eines jeden Bruches mit dem gefundenen Quotienten multiplizirt. — Den Quotienten kann man dann jedesmal oben oder unten zu den Brüchen hinschreiben.

Es seien z. B. die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{32}$, $\frac{9}{64}$ unter einerlei Benennung zu bringen.

Weil der größte Nenner 64 durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar ist, so nehme man diesen als den Generalnenner an, dividire ihn mit allen übrigen Nennern, und multiplizire dann die Quotienten der Ordnung nach mit dem Zähler und Nenner eines

jeden Bruches. Es ist aber 64 : 2 = 32, 64 : 4 = 16, 64 : 8 = 8, 64 : 16 = 4, 64 : 32 = 2 und 64 : 64 = 1, oder man lasse die letzte Veränderung weg, weil der letzte Bruch $^9/_{64}$, der zu seinem Nenner den Generalnenner 64 schon hat, unverändert bleibt. Man erhält auf diese Weise der Ordnung nach folgende neue Brüche:

Die gegebenen Brüche	$^1/_2$,	$^2/_4$,	$^3/_8$,	$^5/_{16}$,	$^7/_{32}$,	$^9/_{64}$.
Die Quotienten	32,	16,	8,	4,	2,	1.
Die neuen Brüche	$^{32}/_{64}$,	$^{32}/_{64}$,	$^{24}/_{64}$,	$^{20}/_{64}$,	$^{14}/_{64}$,	$^9/_{64}$,

oder kürzer: $\frac{32,\ 32,\ 24,\ 20,\ 14,\ 9}{64}$.

Zufolge dieser Verfahrungsweise ist der Generalnenner immer der Dividend, der mit den Spezialnennern dividirt wird; weßwegen jeder dieser letzteren mit dem unten stehenden Quotienten multiplizirt, den Generalnenner wieder geben muß; um deßwillen könnte diese zweite Multiplikation, weil man immer 64 zum Produkte erhalten muß, auch unterbleiben; indessen aber, wenn man sie vornimmt, wird sie eine Probe der zuerst angeführten Division sein. Die erste Multiplikation des Zählers mit dem Quotienten muß, um die neuen Zähler zu finden, immerhin vorgenommen werden.

Ueberdieß wird dadurch der Zähler und Nenner eines jeden Bruches mit der nämlichen Zahl multiplizirt, also hat man die gegebenen Brüche, ohne ihren Werth zu verändern, auf einerlei Benennung gebracht; indem $^1/_2 = \frac{1\ .\ 32}{2\ .\ 32} = {}^{32}/_{64}$, dann $^2/_4 = \frac{2\ .\ 16}{4\ .\ 16} = {}^{32}/_{64}$ ꝛc.

III. Beispiel:

Es seien z. B. die Brüche $^3/_7$, $^7/_9$, $^8/_{11}$, $^{10}/_{13}$ und $^{10}/_{17}$ auf einerlei Benennung zu bringen.

Weil hier die Nenner relative Primzahlen sind, und also dafür kein gemeines Maaß mehr gefunden werden kann, so multiplizirt man, um einen allgemeinen Nenner zu erhalten, diese Nenner unter einander, man erhält 153153 = 7 . 9 . 11 . 13 . 17.

Nun suche man nach §. 17. die neuen Zähler, und schreibe unter diese den Generalnenner 153153, so hat man die Brüche auf einerlei Benennung gebracht, indem $^{3}/_{7} = {}^{65637}/_{153153}$, $^{7}/_{9} = {}^{119119}/_{153153}$, $^{8}/_{11} = {}^{111384}/_{153153}$, $^{10}/_{13} = {}^{117810}/_{153153}$, $^{12}/_{17} = {}^{108108}/_{153153}$, oder kürzer: $\frac{65637,\ 119119,\ 111384,\ 117810,\ 108108}{153153}$.

Anmerkung: Wenn alle Nenner unter sich relative Primzahlen sind, so ist die bei b. angegebene Verfahrungsweise ebenfalls bequemer, als wenn man nach der bei a. aufgestellten gewöhnlichen Regel verfahren würde.

§. 19.

X. Aufgabe, bei mehreren gegebenen Brüchen zu bestimmen, welcher dem Werthe nach der größte oder kleinste Bruch ist.

Auflösung:

a) Drücken die Brüche Theile von mehreren Ganzen aus, die gleichartig sind, und durch Reduktion gleichnamig gemacht werden können, so reduzire man allererst die Brüche entweder nach §. 14. oder nach §. 15., um so bei allen Theile eines und des nämlichen Ganzen zu erhalten;

b) Drücken nun alle Brüche Theile des nämlichen Ganzen aus, so bringe man sie nach §. 18. auf einerlei Benennung; wo dann jener Bruch der größte oder kleinste Bruch ist, der den größten oder kleinsten Zähler hat (§. 5. Zus. II. a.);

c) Wären die Ganzen, von welchen die Brüche gewisse Theile ausdrücken, ungleichartig (I. §. 78. c.), und könnten somit diese zu einander weder addirt, noch von einander subtrahirt werden, so kann auch die Frage nicht gestellt werden, welcher der gegebenen Brüche der größte ist, indem in dieser Voraussetzung die Brüche rücksichtlich ih-

res Werthes nicht mit einander verglichen werden können.

Man soll z. B. bestimmen, welcher von den Brüchen $^1/_{120}$ fl. und $^1/_3$ kr. dem Werthe nach der größere ist. Nach §. 15. ist $^1/_3$ kr. = $^1/_{180}$ fl.; bringt man nun die Brüche $^1/_{120}$ und $^1/_{180}$ auf gleiche Benennung, so erhält man $^3/_{360}$ und $^2/_{360}$, wo man offenbar sieht, daß $^3/_{360}$ fl. größer ist als $^2/_{360}$ fl., weßhalb auch $^1/_{120}$ fl. größer ist als $^1/_3$ kr.

Die nämliche Vergleichung könnte man anstellen, wenn man den Bruch $^1/_{120}$ fl. auf Kreutzer reduziren würde.

§. 20.

XI. Aufgabe, Brüche durch Annäherung zu verkleinern.

Auflösung:

Brüche durch Annäherung verkleinern heißt, sie in andere Brüche verwandeln, die den gegebenen, was ihren Werth betrifft, zwar nicht nach aller Schärfe gleich sind, indeß aber doch, während die Zähler und Nenner kleinere Zahlen geworden sind, denselben so nahe kommen, daß das noch Fehlende als unbedeutend und verschwindend betrachtet werden kann. Um die Verkleinerung der Brüche in diesem Sinne vorzunehmen, sind nachstehende Regeln zu beobachten:

1) Ist der zu verkleinernde Bruch ein unächter Bruch (§. 3. b.), so dividire man allererst den Zähler mit dem Nenner, um, wie man sich ausdrückt, dadurch die Ganzen aus dem Bruche herauszuziehen (§. 5. Zus. V.), und setze unter den Rest, den man als den Zähler des neuen Bruches betrachtet, den Nenner des vorigen Bruches wieder als Nenner. Der neue Bruch, den man auf diese Weise erhält, ist nun derjenige Bruch, der durch Annäherung zu verkleinern ist;

2) Man suche nach §. 12. das größte gemeine Maaß zum Zähler und Nenner dieses Bruches, und bezeichne sich aber jetzt die erhaltenen Quotienten der Ordnung nach mit den Buchstaben a, b, c, d ꝛc.;

3) Findet man anstatt 1 eine andere Zahl als das größte gemeine Maaß, so dividire man damit den Zähler und Nenner des Bruches, um auf diese Weise den Bruch nach §. 13. auf die kleinste Benennung zu bringen. Nach diesem suche man nun wieder zum Zähler und Nenner dieses neuen Bruches das größte gemeine Maaß, welches, da dieselben relative Primzahlen sind (§. 10. e.), die Zahl 1 sein wird;

4) Hat man entweder gleich bei der ersten, oder bei der zweiten der eben erwähnten Berechnungen die Zahl 1 als das größte gemeine Maaß gefunden, so suche man sich folgende Brüche:

a) Um den ersten Bruch zu erhalten, schreibe man jederzeit 0 als Zähler, und 1 als Nenner, d. h. $^0/_1$;

b) Um den zweiten Bruch zu erhalten, schreibe man immer 1 als Zähler, und den ersten Quotienten als Nenner;

c) Um den dritten Bruch zu erhalten, multiplizire man den Zähler und Nenner des zweiten Bruches mit dem zweiten Quotienten, und setze das erste Produkt des Zählers in den Quotienten, zu dem man den Zähler des ersten Bruches addirt, als den Zähler, und das zweite Produkt des Nenners in den Quotienten, zu dem man den Nenner des ersten Bruches addirt, als den Nenner des dritten Bruches;

d) Auf eine ähnliche Weise verfahre man, um die folgenden Brüche, und zuletzt jenen Bruch selbst wieder zu erhalten, den man durch Annäherung

verkleinern soll, indem man nämlich jederzeit den Zähler und Nenner des letzten Bruches mit den der Ordnung nach folgenden Quotienten multiplizirt, und zum ersten Produkte (des Zählers in den Quotienten) den Zähler des unmittelbar vorhergehenden Bruches addirt, und diese Summe als den Zähler des neuen Bruches nimmt, während man dann, um auch den Nenner dieses neuen Bruches zu erhalten, zum zweiten Produkte (des Nenners in den Quotienten) den Nenner des vorhergehenden Bruches addirt, und diese Summe als den Nenner des eben benannten neuen Bruches setzet.

5) Von den auf diese Weise erhaltenen Brüchen nehme man nun einen aus den mittleren als den gesuchten Bruch, weil die ersten Brüche dem Werthe nach von den gegebenen Brüchen noch zu viel abweichen, hingegen aber die letzten Brüche, welche sich denselben mehr nähern, schon wieder größere Zahlen zum Zähler und Nenner haben;

6) Um sich zu überzeugen, daß man so wirklich durch Annäherung einen neuen Bruch gefunden hat, der anstatt des gegebenen ohne bedeutenden Fehler angenommen werden kann, so bringe man diese beiden Brüche nach §. 18. unter einerlei Benennung, subtrahire den Zähler des kleineren Bruches von jenem des größeren, und schreibe unter den erhaltenen Rest, den man als Zähler nimmt, wieder den gemeinschaftlichen Nenner. Die auf diese Weise erhaltene Differenz der beiden Brüche bestimmt, wie in dem folgenden Abschnitte gezeigt werden wird, um wie viel der eine Bruch größer ist, als der andere, und zeigt somit genau an, wie nahe man mittels der vorgenommenen Annäherung durch Annahme des neuen Bruches dem zu verkleinernden Bruche gekommen ist.

I. Beispiel:

Es sei der Bruch $^{360}/_{1155}$ durch Annäherung zu verkleinern.

Auflösung:

4) Man suche, wie dieses bereits im §. 12. geschehen ist, zu den beiden Zahlen 1155 und 360 das größte gemeine Maaß; man findet als dasselbe die Zahl 15;

2) Damit bringe man den Bruch $^{360}/_{1155}$ auf die kleinste Benennung, d. h., man verhandle ihn, indem man mit 15 den Zähler und Nenner dividirt, in den Bruch $^{24}/_{77}$, dessen Zähler 24 und Nenner 77 relative Primzahlen sind;

3) Nun suche man auf nachstehende Weise wieder zu den Zahlen 77 und 24 das größte gemeine Maaß, man wird 1 als dasselbe finden, bezeichne sich aber jetzt, was auch schon vorhin bei Nro. 1., und durchgehends bei der Auflösung dieser Aufgabe geschehen muß, die erhaltenen Quotienten der Ordnung nach mit den Buchstaben a, b, c, d ꝛc.

A = 77	a = 3 ist der Quotient der 1ten Division,
B = 24	oder der 1te Quotient.
72	
C = 5	b = 4 ist der Quotient der 2ten Division,
20	oder der 2te Quotient.
D = 4	c = 1 ist der Quotient der 3ten Division,
4	oder der 3te Quotient.
E = 1	d = 4 ist der Quotient der 4ten Division,
4	oder der 4te und letzte Quotient.
—	

4) Man setze jetzt, da man E = 1 als das größte gemeine Maaß gefunden hat, folgende Brüche an:

a) Als den ersten Bruch setze man $^{0}/_{1}$;

b) Man setze 1 als Zähler, und den ersten Quotienten a = 3 als Nenner, man erhält $^{1}/_{3}$ als den zweiten Bruch;

c) Man multiplizire nun den Zähler und Nenner des zweiten Bruches $\frac{1}{3}$ mit dem zweiten Quotienten $b = 4$, und addire zum ersten Produkte den Zähler, und zum zweiten den Nenner des ersten Bruches $\frac{0}{1}$, man erhält $\frac{4}{13}$ als den dritten Bruch, weil $\frac{1\,.\,4 + 0}{3\,.\,4 + 1} = \frac{4}{13}$.

d) Man multiplizire nun den Zähler und Nenner des dritten Bruches $\frac{4}{13}$ mit dem dritten Quotienten $c = 1$, und addire zum ersten Produkte den Zähler, und zum zweiten den Nenner des zweiten Bruches $\frac{1}{3}$, man erhält $\frac{5}{16}$ als den vierten Bruch, weil $\frac{4\,.\,1 + 1}{13\,.\,1 + 3} = \frac{5}{16}$;

e) Endlich multiplizire man den Zähler und Nenner des vierten Bruches $\frac{5}{16}$ mit dem vierten und letzten Quotienten $d = 4$, und addire zum ersten Produkte den Zähler, und zum zweiten den Nenner des dritten Bruches $\frac{4}{13}$, man erhält wieder den anfangs gegebenen Bruch $\frac{24}{77}$ als den fünften und letzten Bruch, weil $\frac{5\,.\,4 + 4}{16\,.\,4 + 13} = \frac{24}{77}$.

5) Von den auf diese Weise erhaltenen 5 Brüchen $\frac{0}{1}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{5}{16}$ und $\frac{24}{77}$ kann man nun, im Falle die Aufgabe keine besondere Genauigkeit erfordert, anstatt des Bruches $\frac{24}{77}$ den Bruch $\frac{1}{3}$, oder wenn $\frac{1}{3}$ von dem Werthe des Bruches $\frac{24}{77}$ (welches jederzeit aus der vorliegenden Aufgabe selbst erkannt werden muß), noch zu viel abweichen würde, den Bruch $\frac{4}{13}$, oder endlich $\frac{5}{16}$ nehmen, welcher letztere in diesem Beispiele von den durch die Annäherung bestimmten Brüchen hinsichtlich des Werthes dem Bruche $\frac{24}{77}$ sehr nahe kommt; indem die Differenz zwischen $\frac{5}{16}$ und $\frac{24}{77}$ nur mehr $\frac{1}{1232}$ beträgt; da $\frac{5}{16} - \frac{24}{77}$ $= \frac{5\,.\,77}{16\,.\,77} - \frac{24\,.\,16}{77\,.\,16} = \frac{385}{1232} - \frac{384}{1232} = \frac{1}{1232}$ (I. §. 98.).

6) Wäre von einer solchen Aufgabe die Rede, wo auch der Fehler, der sich durch Annahme des Bruches

$^5/_{16}$ ergibt, noch bedeutend und namhaft wäre, so müßte der Bruch $^{24}/_{77}$ beibehalten werden. In diesem Falle darf die Verkleinerung durch die Annäherung nicht vorgenommen werden, und der Bruch $^{360}/_{1155}$ wird dann bloß auf die kleinste Benennung gebracht, indem man ihn, ohne auf irgend eine Weise seinen Werth zu verändern, in den Bruch $^{24}/_{77}$ verwandelt, da $^{360}/_{1155} = \frac{360:15}{1155:15} = {}^{24}/_{77}$.

II. Beispiel:

Es sei der Bruch $^{121357}/_{674215}$ durch Annäherung zu verkleinern.

A) Erster Theil der Auflösung:

1) Der vorliegende Bruch ist ein ächter Bruch, weil der Zähler 121357 kleiner ist als der Nenner 674215, man kann also hier keine Ganzen herausziehen.

2) Nach §. 12. suche man nun zum Zähler und Nenner dieses Bruches das größte gemeine Maaß, indem man den Nenner 674215 mit dem Buchstaben A, den Zähler 121357 mit B bezeichnet, und dann A = 674215 mit B = 121357 dividirt:

A = 674215	5 = a ist der Quotient der 1ten Division, oder der erste Quotient.
B = 121357	
606785	
C = 67430	

3) Die erhaltenen Quotienten, wie dieses bereits bei dem ersten Quotienten und dem Reste geschehen ist, bezeichne man der Ordnung nach mit den kleinen Buchstaben a, b, c ꝛc. und die Reste mit den großen Buchstaben C, D, E ꝛc. Ferner dividire man nun den vorigen Divisor B = 121357 mit dem Reste C = 67430, man erhält:

B = 121357	1 = b ist der Quotient der 2ten Division, oder der zweite Quotient.
C = 67430	
67430	
D = 53927	

4) Den vorigen Divisor C = 67430 dividire man mit dem Reste D = 53927, man erhält:

C = 67430	1 = c ist der Quotient der 3ten Division, oder der dritte Quotient.
D = 53927	
53927	
E = 13503	

5) Den vorigen Divisor D = 53927 dividire man mit dem Reste E = 13503, man erhält:

D = 53927	3 = d ist der Quotient der 4ten Division, oder der vierte Quotient.
E = 13503	
40509	
F = 13418	

6) Den vorigen Divisor E = 13503 dividire man mit dem Reste F = 13418, man erhält:

E = 13503	1 = e ist der Quotient der 5ten Division, oder der fünfte Quotient.
F = 13418	
13418	
G = 85	

7) Den vorigen Divisor F = 13418 dividire man mit dem Reste G = 85, man erhält:

F = 13418	157 = f ist der Quotient der 6ten Division, oder der sechste Quotient.
G = 85	
85	
491	
G = 85	
425	
668	
G = 85	
595	
H = 73	

8) Den vorigen Divisor G = 85 dividire man mit den Reste H = 73, man erhält:

G = 85	1 = g ist der Quotient der 7ten Division, oder der siebente Quotient.
H = 73	
73	
J = 12	

9) Den vorigen Divisor H = 73 dividire man mit dem Reste J = 12, man erhält:

H = 73 J = 12 72 K = 1	6 = h ist der Quotient der 8ten Division, oder der achte Quotient.

10) Endlich den vorigen Divisor J = 12 dividire man mit dem Reste K = 1, man erhält:

J = 12 K = 1 2 K = 1 2	12 = i ist der Quotient der 9ten und letzten Division, oder der neunte und letzte Quotient.

11) Weil man hier die Zahl 1 als das größte gemeine Maaß gefunden hat (§. 12.), und die Zahl 1 nichts dividirt (I. §. 61. Zus. II.), so sind die bei diesem Bruche vorkommenden beiden Zahlen 121357 und 674215 relative Primzahlen, und können somit außer 1 durch keine andere Zahl ohne Rest getheilt werden.

B) Zweiter Theil der Auflösung:

Man setze nun das Verfahren, um den gegebenen Bruch durch Annäherung zu verkleinern, auf folgende Weise fort:

1) Man setze als den ersten Bruch jenen, dessen Zähler 0, und der Nenner 1 ist, d. h., $\frac{0}{1}$ ist der erste Bruch;

2) Man setze den zweiten Bruch, dessen Zähler 1, und der Nenner der bei der ersten Division zum Vorscheine gekommene erste Quotient a = 5 ist, d. h., $\frac{1}{5}$ ist der zweite Bruch;

3) Den Zähler und Nenner dieses zweiten Bruches $\frac{1}{5}$ multiplizire man mit dem bei der zweiten Division zum Vorscheine gekommenen zweiten Quotienten b = 1, man erhält $\frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{1}{5}$, und addire zum Zähler dieses Bruches den Zähler des er-

sten Bruches $^{0}/_{1}$, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{1+0}{5+1} = {}^{1}/_{6}$ als den dritten Bruch;

4) Den Zähler und Nenner dieses Bruches $^{1}/_{6}$ multiplizire man mit dem dritten Quotienten $c = 1$, man erhält $\frac{1 \,.\, 1}{6 \,.\, 1} = {}^{1}/_{6}$, und addire zum Zähler dieses Bruches den Zähler des zweiten Bruches $^{1}/_{5}$, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{1+1}{6+5} = {}^{2}/_{11}$ als den vierten Bruch;

5) Den Zähler und Nenner dieses Bruches $^{2}/_{11}$ multiplizire man mit dem vierten Quotienten $d = 3$, man erhält $\frac{2 \,.\, 3}{11 \,.\, 3} = {}^{6}/_{33}$, und addire zum Zähler dieses Bruches $^{6}/_{33}$ den Zähler des dritten Bruches, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{6+1}{33+6} = {}^{7}/_{39}$ als den fünften Bruch;

6) Den Zähler und Nenner dieses Bruches $^{7}/_{39}$ multiplizire man mit dem fünften Quotienten $e = 1$, man erhält $\frac{7 \,.\, 1}{39 \,.\, 1} = {}^{7}/_{39}$, und addire zum Zähler dieses Bruches den Zähler des vierten Bruches $^{2}/_{11}$, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{7+2}{39+11} = {}^{9}/_{50}$ als den sechsten Bruch;

7) Den Zähler und Nenner dieses Bruches $^{9}/_{50}$ multiplizire man mit dem sechsten Quotienten $f = 157$, man erhält $\frac{9 \,.\, 157}{50 \,.\, 157} = {}^{1413}/_{7850}$, und addire zum Zähler dieses Bruches den Zähler des fünften Bruches $^{7}/_{39}$, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{1413+7}{7850+39} = {}^{1420}/_{7889}$ als den siebenten Bruch;

8) Den Zähler und Nenner dieses Bruches $^{1420}/_{7889}$ multiplizire man mit dem siebenten Quotienten $g = 1$, man erhält $\frac{1420 \,.\, 1}{7889 \,.\, 1} = {}^{1420}/_{7889}$, und addire zum Zähler dieses Bruches den Zähler des sechsten Bruches $^{9}/_{50}$, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{1420 + 9}{7889 + 50} = {}^{1429}/_{7939}$ als den achten Bruch;

9) Den Zähler und Nenner dieses Bruches $^{1429}/_{7939}$ multiplizire man mit dem achten Quotienten $h = 6$, man erhält $\frac{1429 \,.\, 6}{7939 \,.\, 6} = {}^{8574}/_{47634}$, und addire zum Zähler dieses Bruches den Zähler des siebenten Bruches $^{1420}/_{7889}$, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{8574 + 1420}{47634 + 7889} = {}^{9994}/_{55523}$ als den neunten Bruch;

10) Endlich multiplizire man den Zähler und Nenner dieses Bruches $^{9994}/_{55523}$ mit dem neunten und letzten Quotienten $i = 12$, man erhält $\frac{9994 \,.\, 12}{55523 \,.\, 12} = {}^{119928}/_{666276}$, und addire zum Zähler dieses Bruches den Zähler des achten Bruches $^{1429}/_{7939}$, und zum Nenner den Nenner desselben, man erhält $\frac{119928 + 1429}{666276 + 7939} = {}^{121357}/_{674215}$ als den zehnten und zugleich letzten Bruch, welcher nun wieder der nämliche anfangs gegebene Bruch ist, den man durch die Annäherung verkleinern will.

C) Dritter Theil der Auflösung:

1) Von den auf diese Weise erhaltenen zehen Brüchen $^{0}/_{1}$; $^{1}/_{5}$, $^{1}/_{6}$, $^{2}/_{11}$, $^{7}/_{39}$, $^{9}/_{50}$, $^{1420}/_{7889}$, $^{1429}/_{7939}$, $^{9994}/_{55523}$, $^{121357}/_{674215}$ kommt der sechste Bruch $^{9}/_{50}$, dessen Zähler und Nenner kleine Zahlen sind, dem Werthe nach dem gegebenen Bruche $^{121357}/_{674215}$ schon

sehr nahe, und kann also anstatt desselben genommen werden.

2) Nimmt man den Bruch $9/50$ wirklich anstatt des durch Annäherung zu verkleinernden Bruches $121357/674215$, so untersuche man nun, um wie viel jener von diesem abweicht, indem man, wie dieses im vorigen Beispiele geschehen ist, beide nach §. 18. a. unter einerlei Benennung bringt, dann den Zähler des kleinern Bruches von jenem des größern subtrahirt, und unter diesen Rest, den man zum Zähler nimmt, wieder den vorigen gemeinschaftlichen Nenner setzet. Auf diese Weise erhält man $\frac{1}{396597\,{}^1/_{17}}$ zur Differenz; indem

$$9/50 - 121357/674215 = \frac{9\,.\,674215}{50\,.\,674215} - \frac{121357\,.\,50}{674215\,.\,50}$$
$$= 6067935/33710750 - 6067850/33710750 = 85/33710750$$
$$= \frac{85 \;:\; 85}{33710750 : 85} = \frac{1}{396597\,{}^1/_{17}} \text{ (l. §. 98.).}$$

3) Es kann demnach anstatt des gegebenen Bruches $121357/674215$ der durch Annäherung bestimmte Bruch $9/50$ sicher rücksichtlich vieler Aufgaben ohne einen bedeutenden Fehler angenommen werden, indem die Differenz $\frac{1}{396597\,{}^1/_{17}}$ so klein ist, daß sie beinahe nur den 396597sten Theil jenes Ganzen beträgt, von welchem in der vorkommenden Aufgabe die Rede ist.

Anmerkung: 1) Ich habe bei diesem letzten Beispiele, als ich zu den Zahlen 121357 und 674215 das größte gemeine Maaß durch den ersten Theil A. der Auflösung suchte, nur der Deutlichkeit wegen die Divisionen von einander getrennt, und jedesmal wieder den Dividend und Divisor auf's Neue angeschrieben. Bei den gewöhnlichen Auflösungen dieser Aufgabe schreibe man, wie ich es ebenfalls im ersten Beispiele gethan habe, die Dividenden, Divisoren und Reste, wie auch rechts neben hin die Quotienten, der Ordnung nach gleich unmittelbar unter einander.

2) Bei Auflösung dieser Aufgabe wurde verlangt, man solle die Quotienten der Ordnung nach mit den Buchstaben a, b, c ꝛc. bezeichnen, weil man jene zur Bildung der neuen Brüche nöthig hat, welches bei der

Aufgabe C. des §. 12., wo man nur das größte gemeine Maaß zweier gegebenen Zahlen suchen wollte, nicht der Fall war.

3) Man gebe wohl acht, daß man nicht gleich jeden Rest, wenn man nämlich das größte gemeine Maaß sucht, mit einem neuen Buchstaben bezeichne. Dieses darf allezeit nur bei jenem Reste geschehen, der zuletzt übrig bleibt, wenn im Dividend oben kein Ziffer mehr vorkommt, das zum Reste herabgesetzt werden könnte. Ein Beispiel hierüber hat man beim ersten Theile A. der Auflösung des zweiten Beispieles Nro. 7., wo der Quotient f = 157 aus mehreren Ziffern besteht, und somit nur der letzte Rest 73 mit dem Buchstaben H bezeichnet werden durfte.

4) Setzt man wirklich immerhin die Division so lange fort, bis man die Zahl 1 als das größte gemeine Maaß findet, so ist man in den Stand versetzt, auch alle jene neuen Brüche zu finden, in welche der gegebene Bruch durch Annäherung verwandelt werden kann, und man sieht sich für seine Mühe dadurch belohnt, daß dieser nämliche Bruch als der letzte wieder zum Vorscheine kommt. Auf diese Weise dient sich gleich die erste Berechnung zur Probe. — Würde man die Division nicht so lange fortsetzen, so wäre dann die Division etwa da abzubrechen, wo man nämlich bemerken würde, daß die Zähler und Nenner der Brüche wieder merklich größere Zahlen werden.

5) Bei Brüchen, derer Zähler und Nenner schon kleinere Zahlen sind, ist diese Verkleinerung in den mehresten Fällen nicht anwendbar, weil man da leicht durch Annahme eines neuen Bruches einen namhaften Fehler begehen könnte. Indeß, wie ich es schon bemerkte, muß man jederzeit aus der vorliegenden Aufgabe selbst ermessen, ob und in wie ferne die angegebene Annäherung vorgenommen werden dürfe. Bei Brüchen, derer Zähler und Nenner sehr große Zahlen sind, ist dieselbe von anerkannten Vortheilen; indem solche Brüche sehr mühsam zu schreiben und auszusprechen sind, während es sehr schwer ist, sich von denselben, wenn nämlich das Ganze in sehr viele gleiche Theile zu theilen ist, und diese zugleich sehr oft zu nehmen sind, eine deutliche Vorstellung zu machen.

6) Endlich ist diese Aufgabe allerdings schwer. Sie konnte aber ihrer Wichtigkeit wegen nicht umgangen werden. Man wende, was ich in Absicht einer jeden Aufgabe bemerkt haben will, die gegebenen Regeln gleich Schritt vor Schritt in den zu diesem Behufe denselben beige-

beigefügten und ausgearbeiteten Beispielen an, und man wird dieselben auch wirklich nach und nach verstehen.

7) Weil man beim dritten Theile C. der Auflösung die Brüche von gleichen Nennern als benannte Zahlen betrachtete, so konnte man sie nach den im I. Theile dieses Lehrbuches im §. 98. aufgestellten Regeln von einander subtrahiren.

8) Bei der Bestimmung des größten gemeinen Maaßes des Zählers und Nenners kann man die Produkte ausstreichen, die man allemal durch die Multiplikation des Divisors mit dem Quotienten erhält, weil man dieselben zur Angabe der neuen Brüche nicht mehr braucht.

9) Wenn man nach der ersten Anmerkung die Divisionen, wie es gewöhnlich bei den Auflösungen der Fall ist, von einander nicht trennt, so sucht man das größte gemeine Maaß bei dem vorstehenden Beispiele auf diese Weise:

674215	5, erster Quotient;
121357	
606785	
67430	1, zweiter Quotient;
67430	
53927	1, dritter Quotient;
53927	
13503	3, vierter Quotient;
40509	
13418	

und so fort.

Man streicht nämlich da die entbehrlichen Produkte 606785, dann 67430, ferner 53927 aus, und verfährt übrigens auf die angegebene Weise.

§. 21.

Die Probe in Absicht auf die bisher in diesem Abschnitte berührten Aufgaben.

1) Bei der I. Aufgabe des §. 8. ist die ganze Zahl 6 in den Bruch $6/1$, dann die Zahl 6 in den Bruch $24/4$ verwandelt worden. Zur Probe ziehe man aus diesen Brüchen, indem man den Zähler mit dem Nenner dividirt, die Ganzen heraus, man erhält wieder 6, oder $6/1 = 6$, und $24/4 = 6$.

2) Bei der II. Aufgabe des §. 9. a. hat man den Bruch $3/4$ in den Bruch $45/60$ verwandelt. Zur Pro-

he dividire man nach §. 13. den Zähler und Nenner des Bruches mit 15, man erhält wieder $^3/_4$, oder $^{45}/_{60} = \frac{45:15}{60:15} = {}^3/_4$.

3) Bei der III. Aufgabe des §. 12. hat man zu den Zahlen 360 und 1155 als das größte gemeine Maaß die Zahl 15 gefunden. Zur Probe dividire man 360 und 1155 mit 15, man wird finden, daß kein Rest bleibt, und somit 15 wirklich ein gemeines Maaß ist; daß 15 aber zugleich auch das größte gemeine Maaß ist, muß aus dem Beweise, der hier nicht vorgetragen werden konnte, und im III. Theile dieses Lehrbuches vorkommt, erkannt werden.

4) Bei der IV. Aufgabe des §. 13. hat man durch Verkleinerung die Brüche $^{50}/_{100}$, $^8/_{12}$, $^{24}/_{39}$, $^{360}/_{1155}$ in die Brüche $^1/_2$, $^4/_6$, $^8/_{13}$, $^{24}/_{77}$ verwandelt. Zur Probe multiplizire man den Zähler und Nenner dieser letzteren mit dem gebrauchten gemeinen oder größten gemeinen Maaße, so erhält man die vorigen Brüche $^{50}/_{100}$, $^8/_{12}$, $^{24}/_{39}$, $^{360}/_{1155}$ wieder, oder $^1/_2$ $= \frac{1.50}{2.50} = {}^{50}/_{100}$, $^4/_6 = \frac{4.2}{6.2} = {}^8/_{12}$, $^8/_{13} = \frac{8.3}{13.3}$ $= {}^{24}/_{39}$, und $^{24}/_{77} = \frac{24.15}{77.15} = {}^{360}/_{1155}$.

5) Bei der V. Aufgabe des §. 14. hat man den Werth der Brüche $^8/_4$ fl., $^3/_4$ fl. ꝛc. in ganzen Zahlen ausgedrückt, und gefunden, daß $^8/_4$ fl. = 2 fl. und $^3/_4$ fl. = 45 kr. sind. Zur Probe mache man die ganze Zahl 2 nach §. 8. b. wieder zu einem Bruche mit dem Nenner 4, und 45 kr. reduzire man nach §. 15. auf Gulden, man erhält wieder, daß 2 fl. = $^8/_4$ fl., und 45 fl. = $^{45}/_{60}$ fl. = $^3/_4$ fl. ꝛc.

6) Bei der VI. Aufgabe des §. 15. hat man 15 kr., und $^2/_3$ kr. auf Gulden, und $^1/_2$ Quintel auf Zentner reduzirt, und gefunden, daß 15 kr. = $^1/_4$ fl., $^2/_3$ kr. = $^1/_{90}$ fl., und $^1/_2$ Quintel = $^1/_{25600}$ Ztn. Zur Probe reduzire man nach §. 14. die Brüche $^1/_4$ fl. und $^1/_{90}$ fl. auf Kreutzer, und den Bruch $^1/_{25600}$ Ztn.

auf Quintel, man muß wieder die vorigen Brüche erhalten, oder $^1/_4$ fl. = 15 kr., $^1/_{90}$ fl. = $^2/_3$ kr., und $^1/_{25600}$ Ztn. = $^1/_2$ Quintel.

7) Bei der VII. Aufgabe des §. 16. hat man die Zahl 840 gefunden. Zur Probe dividire man dieselbe durch alle Nenner der gegebenen Brüche, man wird bei diesen Divisionen keinen Rest bekommen, d. h., 840 : 6 = 140, dann 840 : 7 = 120 rc.

8) Bei der VIII. Aufgabe des §. 17. hat man die Brüche der Spalte A Q in jene der Spalte O P, nämlich $^5/_6$ in $^{700}/_{840}$, dann $^2/_7$ in $^{240}/_{840}$ rc. verwandelt. Zur Probe dividire man der Ordnung nach die Zähler und Nenner der Brüche der Spalte O P mit den Quotienten der Spalte B D, man muß wieder die anfangs da gewesenen Brüche der Spalte A Q erhalten; oder $^{700}/_{840} = \frac{700 : 140}{840 : 140} = {}^5/_6$, dann $^{240}/_{840} = \frac{240 : 120}{840 : 120} = {}^2/_7$ rc.

9) Bei der IX. Aufgabe des §. 18. hat man die Brüche unter einerlei Benennung gebracht. Zur Probe dividire man, wenn man nach der Regel a. verfahren ist, den Zähler und Nenner eines jeden Bruches mit dem Produkte der übrigen Nenner, und man muß die anfangs gegebenen Brüche wieder erhalten. Ist man aber nach der bei b. angeführten Regel verfahren, so dividire man mit dem nämlichen Quotienten, mit welchem man bei Umwandlung der Brüche den Zähler und Nenner eines jeden Bruches multiplizirte, diese beiden wieder, und es müssen abermal die vorigen Brüche zum Vorscheine kommen.

10) Bei der X. Aufgabe des §. 19. verwandle man die Brüche $^3/_{360}$ fl. und $^2/_{360}$ fl. in die vorigen, und man wird wieder die anfangs gegebenen Brüche erhalten.

11) In Absicht auf die Probe der XI. Aufgabe des §. 20. ist das Benöthigte in diesem §. schon bemerkt worden.

§. 22.

Wiederholung in Fragen.

1) Was ist eine gebrochene Zahl, oder ein Bruch, wodurch unterscheidet sich dieser von einer ganzen Zahl, und was will z. B. dieses sagen „$^5/_6$ fl.“?

2) Was heißt man Nenner und Zähler des Bruches, und welches Zeichen wird unter dem Bruchzeichen verstanden?

3) Woher kommen die Ausdrücke „Bruch oder gebrochene Zahl“, ferner „Zähler und Nenner des Bruches“?

4) Welche Brüche heißt man ächte und unächte, dann einfache und zusammengesetzte Brüche, und welche werden gemeine, wie auch Dezimal- und Sexagesimalbrüche genannt?

5) Aus welchem Grunde kann man den Zähler als Dividend, den Nenner des Bruches als Divisor, und den Bruch selbst als jenen Quotienten betrachten, welchen man erhält, wenn man den Zähler mit dem Nenner dividirt?

6) Welche Veränderungen können bei den Brüchen, ohne ihren Werth zu verändern, durch die Multiplikation oder Division vorgenommen werden?

7) Nach welcher Regel wird ein Bruch mit einer ganzen Zahl multiplizirt oder dividirt?

8) Wie kann man den Werth eines Bruches, welcher Theile eines bestimmten Ganzen ausdrückt, in Einheiten niederer Ordnung angeben?

9) Wie kann man ganze Zahlen oder Brüche in Brüche von einem bestimmten Nenner verwandeln?

10) Was heißt dieses: Brüche auf eine kleinere oder auf die kleinste Bennenung bringen; nach welcher Regel werden die Brüche auf eine kleinere oder auf die kleinste Benennung gebracht?

11) Welchen Vortheil verschafft man sich durch die Verkleinerung der Brüche, und welchen Vortheil gewähret dieses, daß man Brüche durch Annäherung in andere verwandeln kann?

12) Was heißt dieses: Brüche auf einerlei Benennung bringen, und wie ist die Sache anzugeben, wenn man sie auf einerlei Benennung bringen will?

13) Wie werden bei unächten Brüchen die Ganzen herausgezogen, und auf was hat man acht zu geben, wenn man den Werth eines gegebenen Bruches erkennen will?

14) Wie kann man bei mehreren Brüchen erkennen, welcher der kleinste oder der größte Bruch ist?

15) Welche Zahlen werden Primzahlen und zusammengesetzte, ferner relative Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen unter sich genannt, und welche Zahlen heißt man ein Maaß, ferner ein gemeines Maaß, und endlich das größte gemeine Maaß anderer Zahlen?

16) Wann lassen sich gegebene ganze Zahlen mit 2, 5, 10, 4, 8, 3 und 9 ohne Rest theilen?

§. 23.

Beispiele zur Uibung.

I.

Wie viele Ganze enthalten nachstehende unächte Brüche in sich: $^{12}/_{5}$, $^{24}/_{8}$, $^{3480}/_{430}$, $^{17320}/_{1400}$, und $^{23578}/_{1000}$?

II.

Welche Produkte erhält man, wenn man $^{5}/_{8}$ mit 6, dann $^{12}/_{13}$ mit 8, und $^{128}/_{219}$ mit 11 multiplizirt, und welche Quotienten kommen zum Vorscheine, wenn man $^{5}/_{12}$ mit 5, dann $^{7}/_{8}$ mit 9, ferner $^{24}/_{25}$ mit 12, und $^{48}/_{49}$ mit 6 dividirt?

III.

Man verwandle die Ganzen 6, 8, 12 in Brüche, die den Nenner 5 haben, wie auch die Ganzen 13, 17, 19 in solche Brüche, die einen beliebigen Nenner haben.

IV.

Man verwandle die Brüche $^{3}/_{7}$, $^{5}/_{6}$, $^{3}/_{5}$, $^{10}/_{13}$ in solche Brüche, die alle den Nenner 100 haben.

V.

Welches ist das größte gemeine Maaß der beiden Zahlen 124 und 850, wie auch der beiden Zahlen 113 und 219?

VI.

Man bringe die Brüche $^{124}/_{896}$, $^{128}/_{28536}$, $^{84}/_{124}$, $^{1235}/_{8755}$, $^{64240}/_{78200}$, und $^{7653}/_{8466}$ auf eine kleinere Benennung.

VII.

Was betragen nachstehende Brüche, wenn man ihren Werth in Einheiten niederer Ordnung ausdrückt: $^{117}/_{328}$ fl., $^{119}/_{210}$ Zentner, und $^{325}/_{798}$ Pfund (baier. Handelsgewicht), $^{5}/_{6}$ Tag, $^{3}/_{7}$ Jahr, $^{3}/_{10}$ Ballen (Papier), $^{3}/_{64}$ baier. Schäffel Korn, $^{5}/_{6}$ baier. Metzen Gersten, $^{5}/_{12}$ baier. Chaussee-Meilen, $^{7}/_{8}$ baier. Fuß sowohl im Duodezimal- als auch Dezimalmaaße, $^{7}/_{8}$ Monat, $^{5}/_{24}$ baier. Eimer (zu 60 Maaß gerechnet), $^{9}/_{360}$ einer Kreislinie?

VIII.

Welche Resultate erhält man, wenn man folgende niedere Einheiten auf höhere reduzirt, als: 7 Häller auf Gulden, 3 Zoll (im baier. Dezimalmaaße) auf Klafter (als Längenmaaß zu 6 Fuß gerechnet), 5 Sekunden auf Tage, 3 Quintel auf Zentner (im baier. Handelsgewichte), 15 Bogen Schreibpapier auf Riß, 5 Achterl (baier. Getränkmaaß) auf Maaße, 20480 baier. Quadratfuß auf baier. Tagwerke, 1438 Kubiklinien (baier. Körpermaaß nach der Dezimaleintheilung) auf Kubikfuß, $^{3}/_{4}$ halbe Dreißger Waizen (baier. Getraidmaaß) auf Schäffel, $^{5}/_{6}$ Richtpfenning (baier. Münzgewicht) auf Mark, $^{5}/_{8}$ Stunden auf Jahre, $^{12}/_{13}$ Gran (baier. Apothekergewicht) auf Unzen?

IX.

Man bringe nachstehende Brüche auf einerlei Benennung: $^1/_2$, $^2/_3$, $^4/_6$, $^7/_{12}$, $^5/_8$, $^3/_{24}$, $^{11}/_{48}$, ferner auch diese: $^3/_{10}$, $^{24}/_{100}$, $^{18}/_{10000}$, $^{8428}/_{100000}$, $^{789}/_{1000}$, und endlich auch diese Brüche: $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^2/_5$, $^5/_6$, $^7/_8$, $^1/_{15}$, $^3/_{16}$, $^{19}/_{20}$, $^{11}/_{24}$, $^{13}/_{32}$, $^{19}/_{48}$.

X.

Wenn nachstehende Brüche Theile eines und des nämlichen Ganzen ausdrücken, welcher von denselben ist dem Werthe nach der größte, und welcher der kleinste: $^{13}/_{15}$, $^7/_9$, $^{128}/_{349}$ und $^{1000}/_{1119}$; ferner welcher von den folgenden Brüchen ist seinem Werthe nach der kleinste, und welcher der größte: $^2/_3$ Quintel, $^3/_{17}$ Loth, $^4/_{117}$ Pfund, $^3/_{1418}$ Zentner im baier. Handelsgewichte?

XI.

Nach Angabe des Herrn Professors Prändel mißt der Peißenberg in Oberbaiern 12170 Pariser Fuß. Was gibt dieses ungefähr für einen Meilenbruch, da 22826 Pariser Fuß eine baier. Meile geben, und somit die Höhe dieses Berges $^{12170}/_{22826}$ Meilen beträgt?

XII.

Zufolge einiger Berechnungen beträgt das trockene Land ungefähr 3'059.675, hingegen aber die ganze Oberfläche unseres Erdkörpers gegen 9'281.520 Quadratmeilen; welchen Theil macht demnach das feste Land von der ganzen Oberfläche der Erde ungefähr aus, wenn man nämlich den Bruch $^{3059675}/_{9281520}$ eben so wie jenen der vorigen Aufgabe, mittels der Annäherung verkleinert?

II. Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten mit den gemeinen Brüchen.

I.

Die Addition der gemeinen Brüche.

§. 24.

I. Regel der Addition für jenen Fall, wo den Brüchen keine Ganze beigefügt sind.

Ungemischte — blosse Brüche, d. h., solche Brüche, welchen keine Ganze, entweder mittels des Additionszeichens, oder ohne ein Zeichen, beigefügt sind, werden auf folgende Weise addirt:

a) Haben die Brüche ungleiche Nenner, so bringe man sie unter einerlei Benennung, d. h., man verwandle sie, ohne ihren Werth zu verändern, nach Vorschrift des §. 18. in solche Brüche, die alle den nämlichen Nenner haben.

b) Haben die Brüche gleiche Nenner, so addire man (I. §. 28.) alle ihre Zähler, und nehme diese Summe als den Zähler, hingegen aber ihren gemeinschaftlichen Nenner als den Nenner jenes Bruches, der die verlangte Summe ausdrückt. Ist diese Summe ein unächter Bruch (§. 3. b.), so ziehe man zugleich nach §. 5. Zus. V., indem man den Zähler mit dem Nenner dividirt, die Ganzen heraus, denen man hierauf den Rest, wie er mit dem vorigen Nenner dividirt werden soll, in der Gestalt eines neuen Bruches beisetzt.

c) Würden die Brüche Theile ungleichnamiger, indessen aber doch gleichartiger Ganzen ausdrücken, so müßte man sie vorhin nach §. 14. oder §. 15.

reduziren, und dadurch ohne Veränderung ihres Werthes in solche Brüche verwandeln, die alle Theile eines und des nämlichen Ganzen ausdrücken. Hat man aber einmal solche Brüche, so behandle man sie nach den so eben bei a. und b. gegebenen Vorschriften, um ihre Summe zu finden.

d) Würden aber die Brüche Theile von ungleichartigen Größen (I. §. 78. c.) ausdrücken, die als solche nie in eine Summe gebracht werden können, so kann bei solchen Brüchen die wirkliche Addition nicht Statt finden; indem es bei ungleichartigen Größen nicht möglich ist, eine solche Größe zu finden, die denselben zusammen genommen gleich, und somit ihre Summe wäre.

Anmerkung: 1) Was in der Folge in der Buchstabenrechnung unter ungleichartigen Größen verstanden wird, und in welchem Sinne dieselben addirt werden können, wird am gehörigen Orte erwähnet werden.

2) Die Erklärungen, was Addition, dann was Summe und Summand, und welches das Zeichen der Addition ist, kommen im I. Theile dieses Lehrbuches im §. 24. vor; dieselben sind aus jenem Theile mit den Schülern vor dem Vortrage der Addition der Brüche zu wiederholen. Ich führe hier diese Erklärungen nicht mehr an, weil dieser zweite Theil den ersten Theil dieses Lehrbuches voraussetzt, und diesen die Schüler ebenfalls in Handen haben müssen, wenn sie nach jenem in der Rechnung mit den gemeinen Brüchen, und in der Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel Detri unterrichtet werden.

§. 25.

Anwendung dieser Regeln.

I. Beispiel:

Es seien die Brüche $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$, $^6/_4$, welche Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, zu addiren.

Auflösung:

1) Weil diese Brüche Theile des nämlichen Gan-

zen ausdrücken, und sie zugleich den nämlichen Nenner haben, so addire man alle ihre Zähler, man erhält 15, indem $1 + 3 + 5 + 6 = 15$;

2) Diese erhaltene Summe 15 setze man als Zähler, und den General- oder gemeinschaftlichen Nenner 4 als den Nenner jenes Bruches, der die verlangte Summe ausdrückt, man erhält den Bruch $^{15}/_4$, der eben so groß ist, als die gegebenen Brüche zusammen genommen;

3) Weil dieser Bruch $^{15}/_4$ ein unächter Bruch ist, so ziehe man auch die Ganzen heraus, man erhält 3 und $^3/_4$, oder anstatt $3 + {}^3/_4$ schreibe man $3^3/_4$, indem hier eben so das Wörtchen „und" wie das Additionszeichen (+) weggelassen werden kann.

Man hat daher zum Resultate gefunden, daß $^1/_4 + {}^3/_4 + {}^5/_4 + {}^6/_4 = \frac{1+3+5+6}{4} = {}^{15}/_4 = 3^3/_4$, und somit $3^3/_4$ die verlangte Summe dieser Brüche ist.

II. Beispiel:

Es seien die Brüche, welche Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, als $^5/_6$, $^2/_7$, $^5/_{12}$, $^7/_8$, $^{11}/_{15}$, $^4/_{21}$, $^1/_{14}$ und $^3/_{10}$ zu addiren.

Auflösung:

1) Weil diese Brüche verschiedene Nenner haben, so bringe man sie nach §. 18. b. auf einerlei Benennung. Es läßt sich hier der größte Nenner 21 nicht ohne Rest durch alle übrigen Nenner theilen, und man weiß auch nicht gleich zum voraus eine Zahl, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar wäre; um deßwillen suche man nach §. 16., was in diesem §. hinsichtlich der in dieser Aufgabe vorkommenden Brüche schon geschehen ist, eine Zahl, die durch alle Nenner der gegebenen Brüche ohne Rest theilbar ist;

2) Die auf diese Weise gefundene Zahl 840 nehme man als gemeinschaftlichen Nenner, und suche nun nach §. 17., was ebenfalls in diesem §. rücksichtlich dieser Brüche schon ausgeführt worden ist, die Zähler

der neuen Brüche, welche in der Spalte C F dieses §. vorkommen, wobei es nicht nothwendig ist, daß man auch die in dem nämlichen §. in den Spalten M N, O P und S R vorkommenden Brüche anschreibt;

3) Die in der eben erwähnten Spalte C F der Ordnung nach unter einander geschriebenen Zähler der neuen Brüche, in welche man die gegebenen Brüche verwandelte, addire man nach I. §. 28., man erhält zur Summe 3113;

4) Diese Zahl 3113 nehme man als Zähler, und den Generalnenner als den Nenner jenes Bruches, der die gesuchte Summe ausdrückt, man erhält $^{3113}/_{840}$;

5) Weil dieser Bruch ein unächter Bruch ist, so ziehe man nach §. 5. Zus V. die Ganzen heraus, man erhält, daß $^{3113}/_{804} = 3^{593}/_{840}$; weßhalb nun $^{5}/_{6} + ^{2}/_{7} + ^{5}/_{12} + ^{7}/_{8} + ^{11}/_{15} + ^{4}/_{21} + ^{1}/_{14} + ^{3}/_{10}$

$$= \frac{700 + 240 + 350 + 735 + 616 + 160 + 60 + 252}{840}$$

$= ^{3113}/_{840} = 3^{593}/_{840}$, und somit $3^{593}/_{840}$ die verlangte Summe der gegebenen Brüche ist.

III. Beispiel:

Es seien die Brüche $^{1}/_{2}$ fl., $^{2}/_{3}$ kr. und $^{3}/_{4}$ Häll. zu addiren.

Auflösung:

1) Diese Brüche drücken Theile von ungleichnamigen, indeß aber doch gleichartigen Ganzen aus, die durch das Reduziren gleichnamig gemacht werden können;

2) Man reduzire nun entweder nach §. 14. oder nach §. 15. die Brüche so, daß sie Theile des nämlichen Ganzen, entweder von einem Gulden, oder Kreuzer, oder Häller ausdrücken;

3) Diese Brüche bringe man nun unter einerlei Benennung, und addire sie auf die angegebene Weise, um so die verlangte Summe derselben zu finden.

Reduzirt man die beiden Brüche $^{2}/_{3}$ kr. und $^{3}/_{4}$

Häller auf Gulden, so erhält man, daß $^{2}/_{3}$ kr. = $^{1}/_{90}$ fl., und $^{3}/_{4}$ Häll. = $^{1}/_{640}$ fl.; daher ist $^{1}/_{2}$ fl. + $^{2}/_{3}$ kr. + $^{3}/_{4}$ Häller = $^{1}/_{2}$ fl. + $^{1}/_{90}$ fl. + $^{1}/_{640}$ fl. = $^{2880}/_{5760}$ fl. + $^{64}/_{5760}$ fl. + $^{9}/_{5760}$ fl. = $^{2953}/_{5760}$ fl. = 30 kr. $6^{1}/_{12}$ Häller.

Reduzirt man aber, was in diesem Beispiele bequemer ist, die Brüche $^{1}/_{2}$ fl. und $^{3}/_{4}$ Häll. auf Kreuzer, so erhält man, daß $^{1}/_{2}$ fl. = 30 kr., und $^{3}/_{4}$ Häll. = $^{3}/_{32}$ kr.; daher ist nun $^{1}/_{2}$ fl. + $^{2}/_{3}$ kr. + $^{3}/_{4}$ Häll. = 30 kr. + $^{2}/_{3}$ kr. + $^{3}/_{32}$ kr. = $30^{73}/_{96}$ kr. = 30 kr. $6^{1}/_{12}$ Häll.

§. 26.

II. Regel der Addition für jene Fälle, wo den Brüchen ganze Zahlen beigefügt sind.

G e m i s c h t e B r ü c h e, d. h., solche Brüche, welchen ganze Zahlen mittels des Additionszeichens, oder, wie es gewöhnlich ist, ohne ein Zeichen beigefügt sind, werden auf folgende Weise addirt:

1) Man addire allererst die Brüche nach §. 24., indem sie Einheiten niederer Ordnung ausdrücken;

2) Ist die Summe aller bei den gegebenen Summanden vorkommenden Brüche ein unächter Bruch, so ziehe man nach §. 5. Zus. V. die Ganzen heraus;

3) Die auf diese Weise erhaltenen Ganzen zähle man zu den gegebenen Ganzen, welche ebenfalls in eine Summe gebracht werden (I. §. 28.);

4) Den ächten Bruch, den man entweder gleich anfangs, oder dadurch erhält, daß man bei dem unächten die Ganzen herauszieht, hänge man der Summe der Ganzen zur rechten Seite an, wodurch man dann sowohl die gegebenen Ganzen, als auch die denselben angehängten Brüche in eine Summe gebracht hat.

Beispiel:

Es seien nachstehende Summanden, die alle gleichartige und zugleich gleichnamige Ganze ausdrücken, in eine Summe zu bringen, als: $3048^5/_6$, $428^2/_7$, $10405^5/_{12}$, $100^7/_8$, $14^{11}/_{15}$, $458^4/_{21}$, $678^1/_{14}$ und $99804^8/_{10}$.

Auflösung:

1) Zufolge der beim II. Beispiele §. 25. angegebenen Auflösung ist die Summe dieser Brüche = $3^{593}/_{840}$;

2) Sobald man die Brüche zusammengezählt hat, so addire man die ganzen Zahlen, man erhält als die Summe derselben die Zahl 114935, und zähle die bei den Brüchen erhaltenen drei Ganzen dazu, man erhält 114938;

3) Diesen Ganzen hänge man den, bei der Addition der Brüche herausgekommenen neuen Bruch $^{593}/_{840}$ an, man erhält als die verlangte Summe die Zahl $114938^{593}/_{840}$, oder $3048^5/_6 + 428^2/_7 + 10405^5/_{12} + 100^7/_8 + 14^{11}/_{15} + 458^4/_{21} + 678^1/_{14} + 99804^8/_{10} = 114938^{593}/_{840}$.

§. 27.

Beweis, die in den §§. 24. und 26. aufgestellten Regeln betreffend.

1) Damit die Brüche addirt werden können, müssen sie Theile eines und des nämlichen Ganzen ausdrücken, und zugleich unter einerlei Benennung gebracht sein;

2) Sind jene Ganzen, von welchen die Brüche gewisse Theile ausdrücken, genannt, und drücken somit die Brüche nicht überhaupt Theile von Ganzen aus, so lasse man die Benennung der Ganzen weg. Solche Brüche betrachte man nun dadurch wie benannte Zahlen, daß man bloß die Zähler mit jener Benennung anschreibt, die ihnen vermöge des gemeinschaftlichen Nenners zukommt;

3) Dieselben werden also dadurch wirklich addirt, daß man bloß die Zähler addirt, und unter diese Summe den gemeinschaftlichen Nenner als Nenner schreibt, indem auf diese Weise die Summe mit den Summanden Theile der nämlichen Benennung ausdrückt;

4) Sind den Brüchen ganze Zahlen beigefügt, so drücken sie Einheiten niederer, hingegen aber die Ganzen Einheiten höherer Ordnung aus.

Man addire also zuerst die Brüche (I. §. 96.), und dann die Ganzen. Ist die erstere Summe ein unächter Bruch, so ist der Nenner die Reduktionszahl, mit der man dividiren muß, um die niederen Einheiten auf die höheren zu reduziren (I. §. 90. B.), indem jedesmal so viele Theile zu nehmen sind, als der Nenner Einheiten ausdrückt, um ein Ganzes zu erhalten (§. 3. b.).

Im I. Beispiele des §. 25. hat man die Brüche $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$ addirt, und zur Summe die Zahl $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ erhalten. Nun ist aber $\frac{1}{4} = 1$ Viertel, $\frac{3}{4} = 3$ Viertel, $\frac{5}{4} = 5$ Viertel, und $\frac{6}{4} = 6$ Viertel (§. 2.), also ist auch $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{6}{4} = 15$ Viertel (I. §. 96.).

Ferner $\frac{4}{4} = 1$, oder 4 Viertel geben ein Ganzes, weil hier das Ganze in vier gleiche Theile getheilt wird, und also diese zusammen das Ganze wieder geben (I. §. 10. Nro. 2.), man erhält also so viele Ganze, als oft 4 Viertel von 15 Viertel weggenommen werden können; wie oft aber 4 Viertel in 15 Viertel enthalten sind, mithin davon weggenommen werden können, dieses erkennt man durch die Division, kraft welcher man zum Resultate erhält, daß 15 Viertel, mit 4 Viertel dividirt, zum Quotienten $3\frac{3}{4}$ geben.

Daher ist nun die verlangte Summe dieser gegebenen Brüche $3\frac{3}{4}$, oder $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{6}{4} = 1$ Viertel + 3 Viertel + 5 Viertel + 6 Viertel = 15 Viertel = 3 Ganzen 3 Viertel = $3\frac{3}{4}$.

§. 28.

Aufgabe, Brüche einzurichten.

Auflösung:

Gemischte Brüche werden eingerichtet, wenn man sie, ohne ihren Werth zu verändern, in blosse Brüche verwandelt, welches geschieht, wenn man die denselben beigefügten Ganzen ebenfalls in Brüche von dem nämlichen Nenner verwandelt, und dann die Brüche durch Addition in eine Summe bringt.

Das Einrichten der Brüche ist im Grunde ein Reduziren, weil dadurch die Ganzen auf Einheiten niederer Ordnung, auf jene nämlich, welche der Bruch kraft seines Nenners ausdrückt, reduzirt werden.

Bei der Einrichtung der Brüche ist folgende Regel zu beobachten:

1) Man multiplizire die Ganzen mit dem Nenner des angehängten Bruches;

2) Zu diesem Produkte addire man den Zähler des nämlichen Bruches, und nehme diese Summe als Zähler, hingegen aber den nämlichen Nenner als Nenner jenes Bruches, in welchen der gegebene gemischte Bruch verwandelt wird.

Man soll z. B. den Bruch $3\frac{4}{5}$ einrichten. Man multiplizire also 3 mit 5, zum Produkte 15 addire man 4, nehme die Summe 19 als Zähler und 5 als Nenner des neuen Bruches, man erhält, daß $3\frac{4}{5} = \frac{19}{5}$, wodurch nun der Bruch auf die verlangte Weise eingerichtet worden ist.

Grund des Verfahrens:

1) Indem man der so eben aufgestellten Regel gemäß verfährt, hat man 3 in einen Bruch mit dem Nenner 5 verwandelt, und $\frac{15}{5}$ erhalten (§. 9.);

2) $\frac{15}{5}$ und $\frac{4}{5}$ geben zur Summe $\frac{19}{5}$ (§. 24.); es ist also dadurch, daß man den gegebenen gemischten Bruch $3\frac{4}{5}$ in den Bruch $\frac{19}{5}$, dem keine Ganzen

mehr angehängt sind, verwandelte, der Werth desselben nicht verändert worden.

II.

Die Subtraktion der gemeinen Brüche.

§. 29.

I. Regel der Subtraktion für jenen Fall, wo bloß ein Bruch von einem andern zu subtrahiren ist.

a) Wenn die Brüche ungleiche Nenner haben, und Theile von gleichartigen und gleichnamigen Ganzen ausdrücken, so bringe man sie allererst unter einerlei Benennung;

b) Haben solche Brüche gleiche Nenner, so subtrahire man den Zähler des Subtrahends von jenem des Minuends, setze diesen Rest als den Zähler, und den gemeinschaftlichen Nenner als Nenner jenes Bruches, der die verlangte Differenz der beiden anfangs gegebenen Brüche ausdrückt;

c) Drücken die Brüche Theile von gleichartigen, aber ungleichnamigen Ganzen aus, so reduzire man sie nach §. 14. oder §. 15. so, daß sie Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, und subtrahire dann den Subtrahend vom Minuend auf die eben angegebene Weise;

d) Drücken endlich die Brüche Theile von ungleichartigen Ganzen aus, so kann aus dem so eben bei der Addition angegebenen Grunde die Subtraktion nicht Statt finden.

I. Beispiel:

Es sei vom Bruche $^3/_4$ der Bruch $^2/_3$ zu subtrahiren, wenn vorausgesetzt wird, daß diese Brüche Theile von gleichartigen und gleichnamigen Ganzen ausdrücken.

Auf-

Auflösung:

1) Man bringe die Brüche $^3/_4$ und $^2/_3$ unter einerlei Benennung, man erhält $^9/_{12}$ und $^8/_{12}$;

2) Den Zähler des Subtrahends subtrahire man vom Zähler des Minuends, somit 8 von 9, die erhaltene Differenz 1 setze man als Zähler, und den Nenner 12 als Nenner des neuen Bruches, man erhält zum Reste $^1/_{12}$, weßhalb nun $^3/_4 - ^2/_3 = ^9/_{12} - ^8/_{12} = ^1/_{12}$.

II. Beispiel:

Von $^1/_{90}$ fl. subtrahire man $^1/_4$ kr.

Auflösung:

1) Man reduzire entweder $^1/_{90}$ fl. auf Kreutzer, oder $^1/_4$ kr. auf Gulden, im ersten Falle erhält man, daß $^1/_{90}$ fl. $= ^2/_3$ kr.

2) Von $^2/_3$ kr. subtrahire man $^1/_4$ kr., oder was eines ist, von $^2/_3$ subtrahire man $^1/_4$, man erhält, daß $^2/_3 - ^1/_4 = ^8/_{12} - ^3/_{12} = ^5/_{12}$, daher ist nun $^2/_3$ kr. $- ^1/_4$ kr. $= ^5/_{12}$ kr., und eben deßwegen auch $^1/_{90}$ fl. $- ^1/_4$ kr. $= ^5/_{12}$ kr., d. h., wenn man von $^1/_{90}$ fl. den Bruch $^1/_4$ kr. subtrahirt, so erhält man zum Reste $^5/_{12}$ kr.

Ganz auf die nämliche Weise verfährt man, wenn man den Bruch $^1/_4$ kr. auf Gulden reduzirt, und dann die Subtraktion vornimmt.

Anmerkung: Die benöthigten Erklärungen rücksichtlich des Zeichens der Subtraktion und der Benennungen Minuend, Subtrahend, Rest rc. kommen im I. Theile dieses Lehrbuches im §. 33. vor, und sind gegenwärtig mit den Schülern zu wiederholen.

§. 30. a.

II. Regel der Subtraktion für jenen Fall, wo ein Bruch von einer ganzen Zahl zu subtrahiren ist.

a) Ist der Subtrahend ein ächter Bruch, und

drückt dieser Theile von jenen Ganzen aus, die in dem Minuend vorkommen, so entlehne man vom Minuend 1, d. h., ein Ganzes, mache es nach §. 9. zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner, den der Subtrahend hat, und verrichte dann die Subtraktion. Weil im Subtrahend keine Ganzen vorkommen, so hänge man, um die verlangte Differenz zu finden, diesen neuen Bruch dem um 1 verminderten Minuend an;

b) Ist der Subtrahend in diesem Falle ein unächter Bruch, so ziehe man nach §. 5. Zus. V. die Ganzen heraus, und subtrahire den erhaltenen neuen Bruch von dem Minuend, der hier eine ganze Zahl ist.

Zu diesem Zwecke entlehne man ebenfalls vom Minuend 1, und mache diese ganze Zahl zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner, den der Subtrahend hat (§. 9.).

Nach §. 29. verrichte man die Subtraktion bei diesen beiden Brüchen, subtrahire dann auch die etwa im Subtrahend vorkommende ganze Zahl von jener des Minuends, und setze diesem Reste jenen Bruch bei, den man als die Differenz der beiden eben erwähnten Brüche gefunden hat.

I. Beispiel:

Von 1 soll der Bruch $^7/_8$ subtrahirt werden.

Auflösung:

1) Man mache 1 zu einem Bruche mit dem Nenner 8, man erhält $^8/_8$;

2) Davon subtrahire man $^7/_8$, man erhält $^1/_8$, daher ist $1 - {}^7/_8 = {}^8/_8 - {}^7/_8 = {}^1/_8$, d. h., wenn man $^7/_8$ von 1 subtrahirt, so erhält man zum Reste $^1/_8$.

II. Beispiel:

Von 824 soll $^{28}/_5$ subtrahirt werden.

Auflösung:

1) Aus dem Bruche $^{28}/_5$ ziehe man die Ganzen heraus, man erhält, daß $^{28}/_5 = 5^3/_5$;

2) Man entlehne 1 von 824 und mache es zu einem Bruche mit dem Nenner 5, man erhält $^5/_5$, und ziehe davon $^3/_5$ ab, man erhält zum Reste $^2/_5$;

3) Ferner ziehe man auch 5 von 823 ab, man erhält zum Reste 818; weßwegen nun $818^2/_5$ als die verlangte Differenz gefunden wird; indem $^{28}/_5 = 5^3/_5$, und somit $824 - {}^{28}/_5 = 824 - 5^3/_5 = 823^5/_5 - 5^3/_5 = 818^2/_5$.

§. 30. b.

III. Regel der Subtraktion für jenen Fall, wo eine ganze Zahl von einem gemischten Bruche zu subtrahiren ist.

Man subtrahire die Ganzen des Subtrahends von jenen des Minuends, und setze dem Reste den Bruch des Minuends bei.

Beispiel:

Von $6^1/_2$ sollen 4 Ganze subtrahirt werden.

Auflösung:

1) Man ziehe von 6 Ganzen 4 Ganze weg; man erhält zum Rest 2 Ganze;

2) Den Bruch $^1/_2$ des Minuends setze man dem Rest bei; man erhält also $6^1/_2 - 4 = 2^1/_2$; d. h., wenn man von 6 fl. 30 kr. 4 fl. wegnimmt, so bleiben noch 2 fl. 30 kr. übrig.

§. 30. c.

IV. Regel der Subtraktion für jenen Fall, wo

ein gemischter Bruch von einer ganzen Zahl zu subtrahiren ist.

1) Man entlehne von der ganzen Zahl des Minuends 1, d. i., ein Ganzes, und verwandle dieses in einen Bruch, der mit dem Bruche des Subtrahends den nemlichen Nenner hat;

2) Jetzt subtrahire man zuerst die Ganzen des Subtrahends von jenen des Minuends;

3) Und endlich den Bruch des Subtrahends von dem neuen Bruche des Minuends.

Beispiel:

Von 8 Ganzen soll $6^3/_4$ subtrahirt werden.

Auflösung:

1) Man entlehne von den 8 Ganzen 1, und mache dasselbe zu einem Bruche, der den Nenner des Subtrahends hat; man erhält $7^4/_4$;

2) Nun ziehe man zuerst die Ganzen und dann die Brüche von einander ab; man erhält zur Differenz $1^1/_4$, indem $7^4/_4 - 6^3/_4 = 1^1/_4$, d. h., wenn man von 8 fl. 6 fl. 45 kr. hinwegnimmt, so müssen noch 1 fl. 45 kr. übrig bleiben.

§. 31.

V. Regel der Subtraktion, wenn ein gemischter Bruch von einem gemischten Bruche zu subtrahiren ist.

1) Man bringe die den Ganzen angehängten Brüche unter einerlei Benennung, und subtrahire jenen Bruch, welcher im Subtrahend vorkommt, von demjenigen, welcher im Minuend der ganzen Zahl angehängt ist;

2) Ist in diesem Falle der Subtrahend größer

als der Minuend, und kann man somit nicht subtrahiren, so entlehne man von der ganzen Zahl des Minuends 1, d. h., ein Ganzes, mache es so zu einem Bruche, daß es mit dem Subtrahend den nämlichen Nenner hat, und subtrahire nun diesen von dem neuen Bruche, der an die Stelle des Minuends kommt;

3) Dann subtrahire man auch die Ganzen des Subtrahends von jenen des Minuends, und setze diesem Reste jenen bei, den man bei der Subtraktion der Brüche erhielt, man hat dadurch die verlangte Differenz der beiden gegebenen gemischten Brüche gefunden;

4) Wären die den Ganzen angehängten Brüche unächte Brüche, so müßte man allererst die Ganzen herausziehen, diese zu den gegebenen Ganzen addiren, und dann auf die eben angegebene Weise verfahren.

I. Beispiel:

Man soll von $1058\frac{4}{5}$ die Zahl $459\frac{2}{7}$ subtrahiren.

Auflösung:

1) Man untersuche, ob man $\frac{2}{7}$ von $\frac{4}{5}$ subtrahiren kann, indem man diese Brüche unter einerlei Benennung bringt, und subtrahire dann, im Falle es angeht, wirklich, man erhält, daß $\frac{4}{5} - \frac{2}{7} = \frac{28}{35} - \frac{10}{35} = \frac{18}{35}$;

2) Man subtrahire nun auch die Ganzen, man erhält 599, indem $1058 - 459 = 599$;

3) Zu diesem Reste setze man den vorigen, man erhält $599\frac{18}{35}$, oder $1058\frac{4}{5} - 459\frac{2}{7} = 599\frac{18}{35}$.

II. Beispiel:

Man soll von $48728\frac{1}{8}$ die Zahl $36598\frac{5}{12}$ subtrahiren.

Auflösung:

1) Man untersuche, ob $^5/_{12}$ von $^1/_3$ abgezogen werden kann, indem man beide Brüche unter einerlei Benennung bringt; man erhält, daß $^1/_3 - {}^5/_{12} = {}^{12}/_{36} - {}^{15}/_{36}$;

2) Weil man hier nicht subtrahiren kann, so entlehne man vom Minuend 1, d. h., ein Ganzes, addire dieses, nachdem man es vorhin zu einem Bruche mit dem Nenner 36 gemacht hat, zu dem Bruche $^{12}/_{36}$, man erhält, daß $1 + {}^{12}/_{36} = {}^{36}/_{36} + {}^{12}/_{36} = {}^{48}/_{36}$, weßwegen $1^{12}/_{36} = {}^{48}/_{36}$, und $^{48}/_{36} - {}^{15}/_{36} = {}^{33}/_{36} = {}^{11}/_{12}$;

3) Man subtrahire nun auch die Ganzen von einander, es ist $48727 - 36598 = 12129$; weil man vom Minuend 48728 die Zahl 1 entlehnte, so wird bei der wirklichen Subtraktion anstatt dieses Minuends die Zahl 48727 angeschrieben;

4) Zu diesem Reste setze man den vorigen, man erhält $12129^{11}/_{12}$, oder $48728^1/_3 - 36598^5/_{12} = 12129^{11}/_{12}$.

III. Beispiel:

Von $458^9/_4$ sei $318^{17}/_8$ zu subtrahiren.

Auflösung:

1) Man verwandle die unächten Brüche in ächte (§. 5. Zus. V.), und addire die erhaltenen Ganzen zu den bei den Brüchen stehenden Ganzen. Es ist $^9/_4 = 2^1/_4$, und $^{17}/_8 = 2^1/_8$, daher ist $458^9/_4 = 460^1/_4$, und $318^{17}/_8 = 320^1/_8$;

2) Den gemischten Bruch $320^1/_8$ subtrahire man nun auf die eben angegebene Weise von dem gemischten Bruche $460^1/_4$, man erhält zum Reste $140^1/_8$, oder $558^9/_4 - 318^{17}/_8 = 460^1/_4 - 320^1/_8 = 140^1/_8$.

Der Grund des Verfahrens ist aus dem ersichtlich, was im §. 27. in Absicht auf die Addition der Brüche gesagt wurde.

§. 32.

VI. Regel der Subtraktion für jene Fälle, wo entweder der Minuend oder der Subtrahend, oder beide zugleich aus mehreren Theilen bestehen.

1) In diesem Falle addire man auf eine ähnliche Weise, wie bei den ganzen Zahlen (I. §. 37. a, b und c.), alle Theile des Minuends, indem man sowohl alle bei demselben vorkommenden Brüche als auch die Ganzen in eine Summe bringt;

2) Eben so verfahre man auch bei den Theilen des Subtrahends, und subtrahire die zweite Summe von der ersten.

Beispiel:

Der Minuend bestehe aus den Zahlen $428\frac{1}{3}$, dann $636\frac{5}{6}$ und $789\frac{5}{9}$, und der Subtrahend aus den Zahlen $48\frac{1}{2}$, $96\frac{3}{4}$ und $104\frac{7}{8}$; welchen Rest erhält man nun, wenn man die Subtraktion wirklich vornimmt?

Auflösung:

1) Nach §. 26. addire man alle Theile des Minuends, man erhält $1854\frac{13}{18}$, indem $428\frac{1}{3} + 636\frac{5}{6} + 789\frac{5}{9} = 1854\frac{13}{18}$;

2) Eben so addire man alle Theile des Subtrahends, man erhält $250\frac{1}{8}$, indem $48\frac{1}{2} + 96\frac{3}{4} + 104\frac{7}{8} = 250\frac{1}{8}$;

3) Nach §. 31. subtrahire man nun $250\frac{1}{8}$ von $1854\frac{13}{18}$, man erhält zum verlangten Reste $1604\frac{43}{72}$, daher hat man gefunden, daß $(428\frac{1}{3} + 636\frac{5}{6} + 789\frac{5}{9}) - (48\frac{1}{2} + 96\frac{3}{4} + 104\frac{7}{8}) = 1854\frac{13}{18} - 250\frac{1}{8} = 1604\frac{43}{72}$.

III.

Die Multiplikation der gemeinen Brüche.

§. 33.

I. Regel der Multiplikation für jenen Fall, wo nur Brüche mit einander zu multipliziren sind.

1) Man multiplizire den Zähler des Multiplikands mit dem Zähler des Multiplikators, und auch den Nenner des Multiplikands mit jenem des Multiplikators;

2) Das Produkt der beiden Zähler setze man als Zähler, und das Produkt der beiden Nenner als Nenner jenes Bruches, der das verlangte Produkt der beiden gegebenen Brüche ausdrückt.

Kürzer wird diese Regel so ausgedrückt:

Man multiplizire Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner, setze das erste Produkt als Zähler, und das zweite als Nenner jenes Bruches, der das gesuchte Produkt ausdrückt.

Beispiel:

Es soll $5/7$ mit $2/3$ multiplizirt werden.

Auflösung:

1) Man multiplizire 5 mit 2, man erhält 10, und 7 mit 3, man erhält 21;

2) Das erste Produkt 10 nehme man als Zähler, und das zweite Produkt 21 als Nenner jenes Bruches, der das verlangte Produkt ist, man erhält $10/21$, d. h.,

$$5/7 \times 2/3 = \frac{5 \,.\, 2}{7 \,.\, 3} = 10/21.$$

Grund des Verfahrens:

1) $5/7$ mit $2/3$ multipliziren heißt eben so viel, als von $5/7$ den 3ten Theil 2mal nehmen (I. §. 45. a.);

indem der Bruch $\frac{2}{3}$ ausdrückt, daß der dritte Theil 2mal genommen werden müsse (§. 2.);

2) Von $\frac{5}{7}$ erhält man den 3ten Theil, wenn man diesen Bruch mit 3 dividirt.

3) Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl dividirt, wenn man damit entweder den Zähler dividirt, oder den Nenner multiplizirt (§. 6. B.), daher ist $\frac{5}{7} : 3$
$= \frac{5}{7 \cdot 3} = \frac{5}{21}$.

4) Dieser dritte Theil von $\frac{5}{7}$ muß kraft des Zählers des Multiplikators 2mal genommen werden, weßwegen man $\frac{5}{21}$ mit 2 multipliziren muß; es ist aber
$\frac{5}{21} \times 2 = \frac{5 \cdot 2}{21} = \frac{10}{21}$ (§. 6. A.), daher ist $\frac{5}{7}$ multiplizirt mit $\frac{2}{3}$ gleich $\frac{10}{21}$, und man erhält der aufgestellten Regel gemäß wirklich das verlangte Produkt.

Was von diesem Produkte erwiesen wurde, gilt offenbar für jedes Produkt, das man erhält, wenn man Brüche mit einander multiplizirt; indem die mittels der zittirten §§. angeführten Gründe auf alle Brüche anwendbar sind.

Anmerkung: Die Erklärungen in Absicht auf die Zeichen der Multiplikation, und die Benennungen Multiplikand, Multiplikator, Produkt rc. kommen im I. Theile dieses Lehrbuches im §. 45. vor.

§. 34.

Lehrsatz:

Auch bei Brüchen darf man die Stellen der Faktoren verwechseln, d. h., man erhält das nämliche Produkt, wenn man den Multiplikand an die Stelle des Multiplikators, und diesen an die Stelle des Multiplikands setzt.

Beweis:

1) Bei ganzen Zahlen kann man die Stellen der Faktoren verwechseln (I. §. 49.);

2) Werden Brüche mit Brüchen multiplizirt, so werden ihre Zähler, und ebenfalls ihre Nenner mit einander multiplizirt (§. 33.), es geben also diese, wenn man ihre Stellen verwechselt, die nämlichen Produkte;

3) Daher kann man auch bei den Brüchen die Stellen der Faktoren verwechseln;

4) Ist einer der Faktoren eine ganze Zahl, oder ein gemischter Bruch, oder sind beide gemischte Brüche, so mache man die ganze Zahl nach §. 8. a. zu einem Bruche, und die gemischten Brüche richte man nach §. 28. ein; man hat wieder die Aufgabe, daß ein Bruch mit einem andern zu multipliziren ist, weßhalb man auch in diesen letztern Fällen die Stellen der Faktoren verwechseln kann.

Man hat z. B. im vorigen §. $\frac{5}{7}$ mit $\frac{2}{3}$ multiplizirt, und zum Produkte $\frac{10}{21}$ erhalten; es ist aber $5 \times 2 = 2 \times 5 = 10$, und $7 \times 3 = 3 \times 7 = 21$, daher ist auch $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$, und $\frac{2}{3}$ multiplizirt mit $\frac{5}{7}$ gibt ebenfalls zum Produkte $\frac{10}{21}$, oder

$$5 \times 2 = 2 \times 5$$
$$7 \times 3 = 3 \times 7$$

daher ist $\frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7}$ (I. §. 62. I.),

und also $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$.

§. 35.

II. Regel der Multiplikation, wenn einer der Faktoren eine ganze Zahl, und der andere Faktor ein ungemischter Bruch ist.

a) Ist der Multiplikand ein Bruch, so mache man entweder den Multiplikator ebenfalls zu einem Bruche, indem man 1 als Nenner unter denselben schreibt, und multiplizire dann die beiden Brüche nach §. 33. mit einander, oder was bequemer ist, und in vielen Fällen zum Produkte schon ei-

nen verkleinerten Bruch gibt, man verfahre nach §. 6. A.;

b) Ist der Multiplikand eine ganze Zahl, so verwandle man entweder die ganze Zahl in einen Bruch, und multiplizire dann die Brüche mit einander, oder man verwechsle die Stellen der Faktoren, und bringe die im §. 6. A. aufgestellte Regel in Anwendung.

I. Beispiel:

Es sei $\frac{5}{6}$ mit 3 zu multipliziren.

Auflösung:

1) 3 ist gleich $\frac{3}{1}$; oder $3 = \frac{3}{1}$, daher ist $\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$.

2) Verfährt man hingegen nach §. 6. A., so erhält man zum Produkte ebenfalls $2\frac{1}{2}$, indem $\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5 \cdot 3}{6} = \frac{15}{6} = 2\frac{1}{2}$; oder $\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

II. Beispiel:

Es sei 8 mit $\frac{5}{7}$ zu multipliziren.

Auflösung:

1) Man mache 8 zu einem Bruche mit dem Nenner 1, man erhält $\frac{8}{1}$, daher ist $8 \times \frac{5}{7} = \frac{8}{1} \times \frac{5}{7} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}$;

2) Oder man verwechsle die Stellen der Faktoren, und verfahre nach §. 6. A., man erhält zum Produkte ebenfalls $5\frac{5}{7}$, indem $8 \times \frac{5}{7} = \frac{5}{7} \times 8 = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}$.

§. 36.

III. Regel der Multiplikation für jene Fälle,

wo ein Faktor ein gemischter Bruch, und der andere eine ganze Zahl ist,

1) Den gemischten Bruch nehme man als Multiplikand, und die ganze Zahl als Multiplikator;

2) Man multiplizire nun zuerst den Bruch, welcher Einheiten niederer Ordnung ausdrückt, und dann die ganze Zahl des Multiplikands;

3) Erhält man bei der ersten Multiplikation einen unächten Bruch, so ziehe man aus diesem die Ganzen heraus, und addire diese zu den Ganzen;

4) Zu der dadurch erhaltenen Summe setze man jenen Bruch, der etwa, wenn man die Ganzen herauszieht, zum Vorscheine kommt, und man hat das verlangte Produkt gefunden.

Der Grund des Verfahrens liegt darin, weil der gemischte Bruch eine Summe der Ganzen, und des angehängten Bruches ist, und, da alle Theile zusammen das Ganze geben, eine Summe eben dadurch multiplizirt wird, daß man alle Summanden, welche zusammen die Summe geben, mit einander multiplizirt.

Man könnte auch den gemischten Bruch nach §. 28. einrichten, und dann nach §. 6. A. die Multiplikation vornehmen. Indessen ist es aber bequemer, wenn man auf die eben angegebene Weise verfährt.

Beispiel:

Es soll 8 mit $6^5/_7$ multiplizirt werden.

Auflösung:

Man nehme $6^5/_7$ zum Multiplikand und multiplizire zuerst den Bruch $^5/_7$, und dann die ganze Zahl 6 mit dem Multiplikator 8, man erhält $^{40}/_7$, und 48. Aus dem unächten Bruch $^{40}/_7$ ziehe man die Ganzen heraus, man erhält $5^5/_7$, und addire die Zahl 5 zu 48, man erhält 53, daher hat man zum verlangten Produkte $53^5/_7$ gefunden, oder $8 \times 6^5/_7 = 6^5/_7 \times 8$

$= 48^{40}/_7 = 53^5/_7$; indem $6^5/_7 = 6 + {}^5/_7$, und also $6^5/_7 \times 8 = (6 + {}^5/_7) \times 8 = 48 + {}^{40}/_7 = 48 + 5^5/_7 = 53 + {}^5/_7 = 53^5/_7$,

oder $6^5/_7 = 6 + 5$ Siebentel
$\quad\;\; 8 \;\; = 8$

also ist $6^5/_7 \times 8 = (6 + 5$ Siebentel$) \times 8$; es ist aber $(6 + 5$ Siebentel$) \times 8 = 48 + 40$ Siebentel $= 48 + {}^{40}/_7 = 48 + 5^5/_7 = 53^5/_7$, daher ist auch $6^5/_7 \times 8 = 53^5/_7$.

§. 37.

IV. Regel der Multiplikation für jene Fälle, wo beide Faktoren gemischte Brüche sind.

1) Man richte beide Brüche nach §. 28. ein, und verwandle sie dadurch der äußern Form nach in ungemischte Brüche;

2) Diese ungemischten Brüche multiplizire man nach §. 33. mit einander;

3) Aus dem Produkte, welches ein unächter Bruch ist, ziehe man die Ganzen nach §. 5. Zus. V. heraus.

Beispiel:

Es sei $8^3/_7$ mit $9^3/_4$ zu multipliziren.

Auflösung:

1) In diesem Beispiele ist es immer gleich, welcher dieser beiden Brüche als Multiplikand genommen wird; in anderen Beispielen nehme man etwa jenen Bruch als Multiplikand, dem die größere ganze Zahl beigefügt ist;

2) Man richte die Brüche ein, multiplizire sie auf die bekannte Weise mit einander, und ziehe dann aus dem Produkte die Ganzen heraus, man erhält zum verlangten Resultate $82^5/_{28}$; indem $8^3/_7 = {}^{59}/_7$, und $9^3/_4 = {}^{39}/_4$, weßwegen auch $8^3/_7 \times 9^3/_4 = {}^{59}/_7 \times {}^{39}/_4 = {}^{2301}/_{28} = 82^5/_{28}$.

§. 38.

V. Regel der Multiplikation für jene Fälle, wo mehr als zwei Faktoren vorkommen.

Sind mehrere gemischte und ungemischte Brüche unter sich, oder mit ganzen Zahlen zu multipliziren, so verfahre man nach folgenden Regeln:

a) 1) Weil man die Stellen der Faktoren sowohl bei den ganzen Zahlen, als auch bei den Brüchen verwechseln darf (§. 34. und I. §. 49.), so nehme man zur ersten Multiplikation aus den gegebenen Faktoren zwei beliebige, und multiplizire sie den bisher aufgestellten Regeln gemäß mit einander;

2) Das erhaltene Produkt multiplizire man mit einem neuen Faktor, dieses Produkt multiplizire man wieder mit einem der übrigen Faktoren, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man auf eine ähnliche Weise, wie dieses bei den ganzen Zahlen geschehen ist (I. §. 57.), alle vorkommende Faktoren mit einander multiplizirt hat;

3) Ist das zuletzt erhaltene Produkt ein unächter Bruch, so ziehe man nach §. 5. Zus. V. die Ganzen heraus.

Dagegen kann man in diesem Falle auch auf nachstehende Weise das verlangte Produkt finden:

b) 1) Man richte die vorkommenden gemischten Brüche ein, und mache die ganzen Zahlen zu Brüchen, indem man 1 als Nenner darunter schreibt, um so alle Faktoren in ungemischte Brüche zu verwandeln;

2) Nach der im I. Theile §. 57. aufgestellten Regel multiplizire man alle Zähler, und dann ebenfalls alle Nenner mit einander, setze das Pro-

dukt der Zähler als Zähler, und das Produkt der Nenner als Nenner jenes Bruches, der das verlangte Produkt ausdrückt;

3) Ist dieses Produkt ein unächter Bruch, so ziehe man die Ganzen heraus.

Aus der vorliegenden Aufgabe wird man ersehen, durch welche Verfahrungsweise das verlangte Resultat geschwinder gefunden wird.

I. Beispiel:

Man suche jenes Produkt, das man erhält, wenn man den Bruch $^2/_3$ fünfmal als Faktor setzt.

Auflösung:

Man multiplizire $^2/_3$ mit $^2/_3$, man erhält $^4/_9$, ferner $^4/_9$ mit $^2/_3$, man erhält $^8/_{27}$, dann $^8/_{27}$ mit $^2/_3$, man erhält $^{16}/_{81}$, endlich $^{16}/_{81}$ mit $^2/_3$, man erhält als das verlangte Produkt $^{32}/_{243}$, oder $^2/_3 \times {}^2/_3 = {}^4/_9$, $^4/_9 \times {}^2/_3 = {}^8/_{27}$, $^8/_{27} \times {}^2/_3 = {}^{16}/_{81}$, und $^{16}/_{81} \times {}^2/_3 = {}^{32}/_{243}$, daher ist $^2/_3 \times {}^2/_3 \times {}^2/_3 \times {}^2/_3 \times {}^2/_3 = {}^{32}/_{243}$.

Oder nach der zweiten hier aufgestellten Regel setze man 2 fünfmal als Faktor, man erhält 32, indem $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$, und dann setze man 3 fünfmal als Faktor, es ist $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$, daher ist nun $^{32}/_{243}$ das verlangte Produkt.

II. Beispiel:

Man multiplizire die Brüche $2^1/_2$, $3^2/_5$, $4^5/_7$ mit einander.

Auflösung:

1) Man multiplizire zwei dieser Faktoren mit einander, und das Produkt mit dem dritten noch übrigen Faktor. Es ist $2^1/_2 \times 3^2/_5 = {}^5/_2 \times {}^{17}/_5 = {}^{85}/_{10}$, ferner $^{85}/_{10} \times 4^5/_7 = {}^{85}/_{10} \times {}^{33}/_7 = {}^{2805}/_{70} = 40^1/_{14}$, daher ist $2^1/_2 \times 3^2/_5 \times 4^5/_7 = 40^1/_{14}$;

2) Oder man richte diese Brüche ein, und verfahre

den gegebenen Vorschriften gemäß, man erhält wieder das nämliche Produkt $40^1/_{14}$; indem $2^1/_2 \times 3^2/_5 \times 4^5/_7 = {}^5/_2 \times {}^{17}/_5 \times {}^{33}/_7 = {}^{2805}/_{70} = 40^5/_{70} = 40^1/_{14}$.

III. Beispiel:

Es seien die Zahlen $3^1/_2$, $^5/_6$, 4 und $4^1/_3$ mit einander zu multipliziren.

Auflösung:

1) Verfährt man nach der bei a. gegebenen Vorschrift, so erhält man zum Produkte $50^5/_9$; indem $3^1/_2 \times {}^5/_6 = {}^7/_2 \times {}^5/_6 = {}^{35}/_{12}$, ferner ${}^{35}/_{12} \times 4 = \frac{35 \,.\, 4}{12} = {}^{140}/_{12}$, oder einfacher ${}^{35}/_{12} \times 4 = \frac{35}{12 : 4} = {}^{35}/_3$, und endlich ${}^{35}/_3 \times 4^1/_3 = {}^{35}/_3 \times {}^{13}/_3 = {}^{455}/_9 = 50^5/_9$, daher ist $3^1/_2 \times {}^5/_6 \times 4 \times 4^1/_3 = 50^5/_9$;

2) Verfährt man hingegen nach der bei b. gegebenen Vorschrift, so erhält man das nämliche Produkt, indem $3^1/_2 \times {}^5/_6 \times 4 \times 4^1/_3 = {}^7/_2 \times {}^5/_6 \times {}^4/_1 \times {}^{13}/_3 = {}^{1820}/_{36} = 50^{20}/_{36} = 50^5/_9$.

IV.

Die Division der gemeinen Brüche.

§. 39.

I. Regel der Division für jene Fälle, wo ein ungemischter Bruch mit einem ungemischten zu dividiren ist.

1) Man multiplizire den Zähler des Dividends mit dem Nenner des Divisors;

2) Man multiplizire den Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividends;

3) Das erste Produkt setze man als Zähler, und das zweite als Nenner jenes Bruches, der den verlangten Quotienten ausdrückt.

Bei-

Beispiel:

Es sei $^3/_4$ mit $^2/_7$ zu dividiren.

Auflösung:

1) Man multiplizire 3 mit 7, man erhält 21, und 2 mit 4, man erhält 8;

2) 21 nehme man als Zähler, und 8 als Nenner jenes Bruches, der den verlangten Quotienten ausdrückt, man erhält $^{21}/_8 = 2^5/_8$, oder $^3/_4 : ^2/_7 = \frac{3 . 7}{2 . 4}$ $= ^{21}/_8 = 2^5/_8$.

Grund des Verfahrens:

1) Bringt man die beiden Brüche $^3/_4$ und $^2/_7$ unter einerlei Benennung, und betrachtet man sie dann als benannte Zahlen, so erhält man den nämlichen Quotienten, wenn man den Dividend und Divisor mit der nämlichen Zahl multiplizirt (1. §. 64.), es bleibt also auch der Quotient unverändert, wenn man, ohne die Brüche unter einerlei Benennung zu bringen, gleich unmittelbar beide mit der Zahl 7, welche der Nenner des Divisors ist, multiplizirt. Es ist aber $^3/_4 \times 7 = ^{21}/_4$, und $^2/_7 \times 7 = ^{14}/_7 = ^2/_1 = 2$; daher ist auch $^3/_4 : ^2/_7 = ^{21}/_4 : 2$;

2) Ein Bruch wird nach §. 6. B. mit einer ganzen Zahl dividirt, wenn man damit entweder den Zähler dividirt, oder den Nenner multiplizirt; deßwegen ist $^{21}/_4 : 2 = ^{21}/_8$. Die Zahl $^{21}/_8 = 2^5/_8$ ist also wirklich der gesuchte Quotient, und somit $^3/_4 : ^2/_7$ $= \frac{3 . 7}{2 . 4} = ^{21}/_8 = 2^5/_8$.

3) Daß die Zahl $2^5/_8$ wirklich der gesuchte Quotient ist, erhellet auch daraus, weil $^2/_7$ mit $2^5/_8$ multiplizirt den Dividend $^3/_4$ wieder gibt, indem $^2/_7$ $\times 2^5/_8 = ^2/_7 \times ^{21}/_8 = ^{42}/_{56} = ^3/_4$, und eine Zahl mit einer andern Zahl dividiren eben so viel heißt, als jene Zahl finden, welche anzeigt, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist, oder wie oft der Di-

visor gesetzt werden muß, um den Dividend wieder zu erhalten.

Anmerkung: Die Erklärungen in Absicht auf die Zeichen der Division, und die Benennungen Dividend, Divisor, Quotient kommen im I. Theile dieses Lehrbuches im §. 61. vor.

§. 40.

II. Regel der Division für jene Fälle, wo entweder der Divisor eine ganze Zahl, und der Dividend ein ungemischter Bruch, oder der Divisor ein ungemischter Bruch, und der Dividend eine ganze Zahl ist.

a) Ist der Dividend ein ungemischter Bruch, und der Divisor eine ganze Zahl, so dividire man nach §. 6. B., indem man mit der ganzen Zahl entweder den Zähler dividirt, oder damit den Nenner des Bruches multiplizirt;

b) Ist aber der Dividend eine ganze Zahl, so schreibe man 1 darunter, und mache ihn dadurch zu einem Bruche, dann dividire man nach der im vorigen §. aufgestellten Regel.

I. Beispiel:

Es sei $^{12}/_{13}$ mit 3 zu dividiren.

Auflösung:

Entweder dividire man den Zähler 12 mit 3, und lasse dann den Nenner unverändert, oder man multiplizire den Nenner 13 mit 3, und lasse dann den Zähler unverändert. Es ist $^{12}/_{13} : 3 = \frac{12 : 3}{13} = {}^{4}/_{13}$, oder $^{12}/_{13} : 3 = \frac{12}{13 . 3} = {}^{12}/_{39} = {}^{4}/_{13}$.

II. Beispiel:

Es sei 4 mit $^{5}/_{6}$ zu dividiren.

Auflösung:

Man mache 4 zu einem Bruche, indem man 1 als Nenner darunter schreibt, und dividire nun $^4/_1$ mit $^5/_6$, man erhält zum Quotienten $^{24}/_5 = 4^4/_5$, oder $4 : {}^5/_6 = {}^4/_1 : {}^5/_6 = \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 1}\, {}^{24}/_5 = 4^4/_5$.

§. 41.

III. Regel der Division für jene Fälle, wo der Dividend, oder der Divisor, oder beide zugleich gemischte Brüche sind.

a) Ist der Divisor ein gemischter Bruch, und der Dividend eine ganze Zahl, oder ein ungemischter Bruch, so richte man den gemischten Bruch ein, und dividire im ersten Falle nach §. 6. B., und im zweiten nach §. 39.;

b) Ist der Dividend ein gemischter Bruch, so richte man diesen ein, und dividire entweder nach §. 39., oder nach §. 6. B., je nachdem der Divisor ebenfalls ein Bruch oder eine ganze Zahl ist;

c) Ist sowohl der Dividend als auch der Divisor ein gemischter Bruch, so richte man beide ein, und dividire nach §. 39.

I. Beispiel:

Es sei 9 mit $4^2/_3$ zu dividiren.

Auflösung:

1) Man mache 9 zu einem Bruche, und richte den Bruch $4^2/_3$ ein, man erhält $^9/_1$, und $^{14}/_3$, da $9 = {}^9/_1$, und $4^2/_3 = {}^{14}/_3$;

2) $^9/_1$ dividire man mit $^{14}/_3$, man erhält $^{27}/_{14} = 1^{13}/_{14}$, indem $^9/_1 : {}^{14}/_3 = \frac{9 \cdot 3}{14 \cdot 1} = {}^{27}/_{14} = 1^{13}/_{14}$;

3) Daher ist nun $1^{13}/_{14}$ der verlangte Quotient, oder $9 : 4^2/_3 = 1^{13}/_{14}$.

II. Beispiel:

Es sei $5\frac{1}{6}$ mit 7, und $7\frac{1}{2}$ mit $\frac{5}{9}$ zu dividiren.

Auflösung:

1) Um $5\frac{1}{6}$ mit 7 zu dividiren, richte man den Bruch $5\frac{1}{6}$ ein, man erhält $\frac{31}{6}$, da $5\frac{1}{6} = \frac{31}{6}$, und dividire nun $\frac{31}{6}$ mit 7, man erhält $\frac{31}{42}$, indem $5\frac{1}{6} : 7 = \frac{31}{6} : 7 = \frac{31}{42}$ (§. 6. B.);

2) Um $7\frac{1}{2}$ mit $\frac{5}{9}$ zu dividiren, richte man den Bruch $7\frac{1}{2}$ ein, man erhält $\frac{15}{2}$, indem $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$, und dividire nun $\frac{15}{2}$ mit $\frac{5}{9}$, man erhält $13\frac{1}{2}$, indem $\frac{15}{2} : \frac{5}{9} = \frac{15 \,.\, 9}{5 \,.\, 2} = \frac{135}{10} = 13\frac{5}{10} = 13\frac{1}{2}$ (§. 39.).

III. Beispiel:

Es sei der Bruch $6\frac{1}{2}$ mit $4\frac{2}{3}$ zu dividiren.

Auflösung:

1) Man richte beide Brüche ein, man erhält $\frac{13}{2}$, und $\frac{14}{3}$, indem $6\frac{1}{2} = \frac{13}{2}$, und $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$;

2) Den Dividend $\frac{13}{2}$ dividire man nach §. 39. mit dem Divisor $\frac{14}{3}$, man erhält $1\frac{11}{28}$, indem $\frac{13}{2} : \frac{14}{3} = \frac{13 \,.\, 3}{14 \,.\, 2} = \frac{39}{28} = 1\frac{11}{28}$;

3) Daher ist $1\frac{11}{28}$ der verlangte Quotient, oder $6\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} = \frac{13}{2} : \frac{14}{3} = \frac{13 \,.\, 3}{14 \,.\, 2} = \frac{39}{28} = 1\frac{11}{28}$.

§. 42.

Aufgabe, zusammengesetzte Brüche in einfache zu verwandeln.

Auflösung:

Die zusammengesetzten oder gebrochenen Brüche, auch Bruchsbrüche genannt (§. 3.

d.) werden ohne Veränderung ihres Werthes auf folgende Weise in einfache Brüche (§. 3. c.) verwandelt:

1) Besteht der Zähler oder Nenner, oder der Zähler und Nenner zugleich aus mehreren Theilen, so nehme man die durch das Zeichen ausgedrückte Addition, Subtraktion ꝛc. wirklich vor, um so den Zähler und Nenner durch eine einzige ganze oder gebrochene Zahl auszudrücken;

2) Nun betrachte man den Zähler als Dividend, und den Nenner als Divisor (§. 5.), und dividire nach den in diesem Abschnitte in Absicht auf die Division der Brüche aufgestellten Regeln, der Quotient gibt dann den einfachen Bruch, in welchen der gegebene zusammengesetzte Bruch ohne Veränderung seines Werthes verwandelt wurde.

I. Beispiel:

Man soll den Bruch $\frac{1/2}{4}$, welcher gelesen wird „ein halbes Viertel,“ in einen einfachen Bruch verwandeln.

Auflösung:

1) Den Zähler $1/2$ dividire man mit dem Nenner 4, man erhält $1/8$, indem $1/2 : 4 = 1/8$;

2) Daher ist nun $\frac{1/2}{4} = 1/2 : 4 = 1/8$, und dieser zusammengesetzte oder gebrochene Bruch ist ohne Veränderung seines Werthes in den einfachen Bruch $1/8$ verwandelt worden.

II. Beispiel:

Es sei der zusammengesetzte Bruch $\frac{3/4}{5/6}$, welcher gelesen wird „3 Viertel dividirt durch 5 Sechstel,

oder $^3/_4$ dividirt durch $^5/_6$", in einen einfachen Bruch zu verwandeln.

Auflösung:

1) Man nehme $^3/_4$ als Dividend, und $^5/_6$ als Divisor, und dividire wirklich, man erhält $^{18}/_{20} = {^9}/_{10}$, indem $^3/_4 : {^5}/_6 = {^{18}}/_{20} = {^9}/_{10}$;

2) Daher ist nun $\frac{^3/_4}{^5/_6} = {^3}/_4 : {^5}/_6 = {^{18}}/_{20} = {^9}/_{10}$, und dieser zusammengesetzte Bruch ist ohne Veränderung seines Werthes in den einfachen Bruch $^9/_{10}$ verwandelt worden.

III. Beispiel:

Es soll der zusammengesetzte Bruch $\frac{3 + {^2}/_5}{4 - {^6}/_7}$, welcher gelesen wird „3 und $^2/_5$ dividirt durch 4 weniger $^6/_7$, oder 3 plus $^2/_5$ dividirt durch 4 minus $^6/_7$" in einen einfachen Bruch verwandelt werden.

Auflösung:

1) Man bringe die beiden Summanden 3 und $^2/_5$ dadurch in eine Summe, daß man den gemischten Bruch $3 + {^2}/_5 = 3^2/_5$ einrichtet (§. 28.), man erhält $^{17}/_5$;

2) Man subtrahire $^6/_7$ wirklich von 4, man erhält $3^1/_7$, indem $4 - {^6}/_7 = 3^7/_7 - {^6}/_7 = 3^1/_7$;

3) Den Bruch $^{17}/_5$ dividire man mit $3^1/_7$, indem man den aufgestellten Regeln gemäß den letzteren Bruch einrichtet, man erhält $^{119}/_{110} = 1^9/_{110}$; daher ist nun der gegebene zusammensetzte Bruch in den einfachen Bruch $^{119}/_{110} = 1^9/_{110}$ verwandelt worden, oder $\frac{3 + {^2}/_5}{4 - {^6}/_7}$ $= (3 + {^2}/_5) : (4 - {^6}/_7) = {^{17}}/_5 : 3^1/_7 = {^{17}}/_5 : {^{22}}/_7$ $= \frac{17 \cdot 7}{22 \cdot 5} = {^{119}}/_{110} = 1^9/_{110}$.

§. 43.
Die Probe bei den vier Rechnungsarten mit den gemeinen Brüchen.

Bei den Brüchen macht man die Probe eben so, wie bei den ganzen Zahlen.

a) Hat man was immer für gemeine Brüche addirt, so addire man noch einmal alle Brüche mit Ausnahme eines einzigen, und subtrahire diese zweite Summe von der ersten, es muß, im Falle die Rechnung richtig ist, der ausgeschlossene Summand als Rest zum Vorscheine kommen (I. §. 42. A.);

b) Hat man Brüche von einander subtrahirt, so addire man zur Probe den Rest zum Subtrahend, man muß zur Summe den Minuend erhalten, oder man subtrahire den Rest vom Minuend, man wird, im Falle die Rechnung richtig ist, zum neuen Reste den vorigen Subtrahend erhalten (I. §. 41. A. und B.);

c) Hat man was immer für Brüche unter sich, oder mit ganzen Zahlen multiplizirt, so dividire man, im Falle nur zwei Faktoren mit einander multiplizirt wurden, mit einem beliebigen Faktor (mit dem Multiplikand oder Multiplikator) das Produkt, es muß als Quotient der andere Faktor herauskommen (I. §. 75.).

Hat man aber mehr als zwei Faktoren mit einander multiplizirt, so multiplizire man wieder alle Faktoren, mit Ausnahme eines einzigen, mit einander, und dividire mit diesem zweiten Produkte das erste, es muß als Quotient jener Faktor zum Vorscheine kommen, mit dem man das zweite Mal nicht mehr multiplizirte (I. §. 75. Nro. 3.).

d) Hat man endlich mit Brüchen dividirt, so multiplizire man den Quotienten mit dem Divisor, oder umgekehrt den Divisor mit dem Quotienten, man muß zum Produkte den Dividend erhalten (I. §. 74. B.).

Zur Probe kann man auch mit dem Quotienten den Dividend dividiren, es muß als neuer Quotient der vorige Divisor zum Vorscheine kommen (I. §. 74. A.).

§. 44.

Bemerkung, die vier Rechnungsarten mit Brüchen in benannten Zahlen betreffend.

1) Eine gebrochene unbenannte Zahl, oder ein Bruch in unbenannten oder ungenannten Zahlen, wird jener Bruch genannt, der überhaupt Theile von was immer für einem Ganzen ausdrückt, wo somit jenes Ganze, von welchem durch den Bruch gewisse Theile ausgedrückt werden, nicht ausdrücklich genannt ist. Ich habe z. B. solche Brüche, wenn ich bloß sage $1/2$, $2/3$, $3/4$ ꝛc.

2) Eine gebrochene benannte Zahl, oder ein Bruch in benannten oder genannten Zahlen, wird jener Bruch genannt, bei welchem das Ganze, von welchem durch denselben gewisse Theile ausgedrückt werden, genannt ist, und somit sein Ganzes als eine Größe bestimmter Art — als eine benannte Zahl genommen wird; z. B. $5/4$ fl., $1/8$ Thlr., $1/2$ Elle ꝛc.

3) Hinsichtlich der vier Rechnungsarten mit benannten Brüchen kommt sowohl das in Anwendung, was theils im ersten Theile im II. Hauptstücke über die vier Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen gesagt worden ist, als auch dasjenige, was eben jetzt in diesem Hauptstücke in Absicht auf die Addition, Subtraktion ꝛc. mit den gemeinen Brüchen vorgetragen worden ist.

a) Sind nämlich die gegebenen benannten Brüche

der Art, daß sie unter den im §. 24. gesetzten Bedingungen wirklich addirt werden können, so bringt man sie nach den aufgestellten Regeln, indem man sie bei der Operation wie unbenannte Zahlen betrachtet, in eine Summe, und gibt dann dieser jene Benennung, welche die Summanden haben. Hat man demnach z. B. solche Brüche addirt, die Theile eines Guldens ausdrücken, so drückt die gefundene Summe ebenfalls wieder Gulden aus.

b) Sind die vorkommenden Brüche so beschaffen, daß sie nach Vorschrift des §. 29. von einander subtrahirt werden können, so betrachtet man sie bei der wirklichen Subtraktion wie unbenannte Zahlen, und gibt dann der gefundenen Differenz jene Benennung, welche der Minuend und Subtrahend hat. Ist z. B. $3/4$ kr. von $7/8$ kr. subtrahirt worden, so drückt der gefundene Rest $1/8$ auch wieder Kreuzer aus, d. h., $7/8$ kr. — $3/4$ kr. = $7/8$ kr. — $6/8$ kr. = $1/8$ kr.

Würden die Brüche bei der Addition und Subtraktion Theile von gleichartigen, aber ungleichnamigen Ganzen ausdrücken, so müßte man sie allererst nach §. 14. oder §. 15. so reduziren, daß sie Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, und dann den aufgestellten Regeln gemäß die Addition und Subtraktion vornehmen.

c) Ist ein benannter Bruch mit einer unbenannten ganzen oder gebrochenen Zahl zu multipliziren, so multiplizirt man nach den bei der Multiplikation aufgestellten Regeln, und gibt dem Produkte die Benennung des Multiplikands; daher ist z. B. $3/4$ fl. $\times$ $2/5$ = $6/20$ fl. = $3/10$ fl., und $5/8$ kr. $\times 2$ = $10/8$ kr. = $1 2/8$ kr. = $1 1/4$ kr.

Wären zwei oder auch mehrere Faktoren gegeben, die alle benannte Zahlen sind, so betrachte man sie wie unbenannte Zahlen, und nehme den gegebenen Regeln gemäß die Multiplikation vor. Entweder aus der vorliegenden Aufgabe selbst, oder mittels anderwärtiger Kenntnisse muß man dann bestimmen, was für Einheiten das erhaltene Produkt ausdrücken wird.

d) Ist endlich ein benannter Bruch durch eine un-

benannte Zahl zu dividiren, so dividirt man nach den bekannten Regeln, und gibt dem erhaltenen Quotienten die Benennung des Dividends; daher ist z. B. $^{5}/_{4}$ fl. : $^{2}/_{5}$ = $^{15}/_{8}$ fl. = $1^{7}/_{8}$ fl., und $^{4}/_{5}$ fl. : 2 = $^{2}/_{5}$ fl.

Ist aber der Dividend und der Divisor eine benannte Zahl, so betrachte man diese beiden Zahlen wie unbenannte Zahlen, und gebe dann dem erhaltenen Quotienten entweder keine Benennung, im Falle er nämlich eine unbenannte Zahl bleiben muß, oder man gebe ihm die Benennung jener Einheiten, die er der vorliegenden Aufgabe gemäß ausdrücken wird.

4) Weil ich im ersten Theile dieses Lehrbuches die vier Rechnungsarten mit ganzen benannten Zahlen und die dabei vorzunehmenden Reduktionen ausführlich dargestellt habe, und die benannten Brüche auf eine ähnliche Weise behandelt werden müssen, so machte ich in diesem und in dem vorhergehenden Abschnitte zwischen gebrochenen benannten und unbenannten Zahlen keinen Unterschied, und führte deßhalb in diesen beiden Abschnitten Beispiele sowohl mit unbenannten als auch benannten Brüchen an.

§. 45.

Wiederholung in Fragen.

1) Welche Brüche heißt man gemischte und ungemischte Brüche?

2) Was heißt dieses: Brüche einrichten, und nach welcher Regel geschieht die Einrichtung der Brüche?

3) Warum müssen die Brüche bei der Addition und Subtraktion unter gleiche Benennung gebracht werden, und aus welchem Grunde müssen sie, um wirklich addirt werden zu können, Theile eines und des nämlichen Ganzen ausdrücken?

4) Was heißt dieses: Brüche, welche Theile von gleichartigen aber ungleichnamigen Ganzen ausdrücken, reduziren, und nach welchen Regeln geschieht die Reduktion derselben?

5) Wie lauten die im ersten Theile bei den vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen aufgestellten Grundsätze der Addition, Subtraktion, Multiplikation und

Division, wenn man sie auf die Brüche in Anwendung bringt?

6) Was heißt dieses: Brüche addiren, subtrahiren, multiplizieren und dividiren, und nach welcher Regel geschieht jede dieser Rechnungsarten bei Brüchen?

7) Was heißt dieses: zusammengesetzte oder gebrochene Brüche in einfache Brüche verwandeln, und nach welchen Regeln geschieht diese Verwandlung der Brüche?

8) Aus welchem Grunde darf man auch bei Brüchen die Stellen der Faktoren verwechseln, und wie ist die Sache anzugehen, wenn man bei den vier Rechnungsarten mit Brüchen die Probe machen will?

§. 46.

Beispiele zur Uibung.

I.

Die Einkünfte einer gewissen erledigten Pfarrei sind in dem k. baier. Regierungsblatte auf folgende Weise bekannt gemacht worden:

Der Ertrag besteht:

a) aus 500 fl. fixen Gehalt;

b) aus 22 fl. $24\frac{1}{2}$ kr. an Realitäts-Nutzungen;

c) aus 152 fl. $15\frac{3}{4}$ kr. von besonderen Dienstverrichtungen, und

d) aus 350 fl. an Bezügen für den Unterhalt des Hilfspriesters.

Die Lasten mit Einschluß der Kosten des Hilfspriesters belaufen sich auf 394 fl. $24\frac{1}{2}$ kr.

Welche Rente oder reiner Ertrag ergibt sich nun bei dieser Pfarrei, wenn man nämlich die Lasten von den Einkünften in Abzug bringt?

II.

Zum Gusse der großen Salveglocke an der Frauenkirche in München wurden $67\frac{11}{23}$ Zentner Kupfer, $38\frac{17}{25}$ Ztn. Messing und $28\frac{22}{25}$ Ztn. Zinn genommen; wie viel betrug nun das gesammte dazu verwendete Metall?

III.

Zur großen Glocke in Wien, die auf Befehl des Kaisers im Jahre 1711 gegossen wurde, brauchte man an Kupfer $323\frac{5}{16}$ und an englischem Zinn $64\frac{9}{16}$ Zentner; wie viel Metall wurde nun zum Gusse dieser Glocke genommen?

IV.

Die gerade Linie von München bis Freysing beträgt $8\frac{12}{23}$ Stunden, die Straßenlänge eben dahin mißt $8\frac{11}{20}$ Stunden; wie viel beträgt nun der Unterschied dieser beiden Längen?

V.

Ein Holzstoß hält $986\frac{4}{5}$ baier. Kubikfuß; wie viel baier. Klafter beträgt nun dieser Holzstoß, da 126 baier. Kubikfuß eine baier. Klafter geben?

VI.

Eine Elle Tuch kostet $6\frac{1}{2}$ fl., was kosten $4\frac{2}{5}$ Ellen des nämlichen Tuches?

VII.

Die Länge eines Gartens, welcher die Gestalt eines Rechteckes hat, beträgt $46\frac{4}{5}$ und seine Breite $27\frac{2}{5}$ baier Schuh; wie viel baier. Quadratschuh hält nun der Flächeninhalt desselben?

VIII.

Wenn auf ein Schiff $1290\frac{1}{2}$ Schäffel Gersten geladen werden, und man annimmt, daß im Durchschnitte ein Schäffel Gersten $2\frac{3}{5}$ Ztn. wiegt; wie viel beträgt nun die Ladung desselben?

IX.

Von einer gewissen Waare kosten $48\frac{1}{5}$ Ztn. $478\frac{1}{3}$ fl.; wie viel kostet 1 Zentner der nämlichen Waare?

X.

Ein baier. Kubikschuh Gold wiegt $8\frac{1}{2}$ Ztn., und ein Kubikschuh Kupfer $3\frac{3}{7}$ Ztn.; wie vielmal ist das Gold schwerer als das Kupfer?

II. Hauptstück.

Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen auf die Aufgaben der so genannten Regel Detri.

I. Abschnitt.

Erklärungen, Lehnsätze und Aufgaben als Einleitung zur Auflösung der Aufgaben der so genannten Regel Detri.

---

§. 47.

Arithmetisches und geometrisches Verhältniß.

Zwei Zahlen können mit einander auf eine zweifache Weise verglichen werden.

Man kann nämlich untersuchen, um wie viel die eine Zahl größer oder kleiner ist, als die andere, oder man kann untersuchen, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist.

a) Untersucht man durch die vorgenommene Subtraktion, um wie viel eine Zahl größer oder kleiner ist als die andere, so hat man das, was ein arithmetisches Verhältniß (Ratio arithmetica) genannt wird.

Die Bestimmung derjenigen Zahl, welche angibt, um wie viel die eine Zahl größer oder kleiner ist als die andere, oder die Vergleichung zweier Zahlen durch Subtraktion heißt demnach ein arithmetisches Verhältniß.

Wenn ich z. B. die Zahl 6 mit 9 vergleiche, um zu finden, um wie viel 6 kleiner ist als 9, so finde ich durch die Subtraktion die Zahl 3 zur Differenz (s. §. 33.), indem $9 - 6 = 3$, und somit $6 + 3 = 9$; weßwegen ich nun hier das so genannte arithmetische Verhältniß habe.

b) Untersucht man aber durch die Division, wie oft eine Zahl in der andern enthalten ist, so hat man das, was ein geometrisches Verhältniß (Ratio geometrica) genannt wird.

Die Bestimmung derjenigen Zahl, welche anzeigt, wie oft die eine Zahl, oder ein gewisser Theil derselben genommen werden muß, um die andere Zahl zu erhalten, oder die Vergleichung zweier Zahlen durch Division heißt daher ein geometrisches Verhältniß.

Wenn ich z. B. 4 mit 8 vergleiche, um zu finden, wie oft 4 in 8 enthalten ist, so finde ich durch die Division die Zahl 2 zum Quotienten (I. §. 61. a.), indem $8 : 4 = 2$, und somit $4 \times 2 = 8$; weßwegen ich nun hier das so genannte geometrische Verhältniß habe.

Diese beiden Verhältnisse, welche aus der eben erwähnten angestellten Vergleichung hervorgehen, werden überhaupt Zahlen-Verhältnisse genannt, indem hier nur Zahlen, mithin solche Dinge mit einander verglichen werden, die man als Größen betrachtet, und deren Größe in Zahlen ausgedrückt wird.

Die Benennung „Verhältniß" kommt daher, weil man durch die angestellte Vergleichung erkennt, wie ein Ding sich zum andern verhalte, d. h., wie ein Ding in Beziehung auf das andere beschaffen sei.

§. 48.

Das Vorderglied, Hinterglied, der Exponent, und das Zeichen dieser Verhältnisse.

Die Dinge, die man als Größen betrachtet, und mit einander vergleicht, somit die Zahlen, die auf die angegebene Weise mit einander verglichen werden, heißt man die Glieder (Termini) des Verhältnisses, und zwar

a) das erste oder voranstehende, das Vorderglied (Antecedens), und

b) das zweite oder nachstehende, das **Hinterglied** (Consequens).

c) Diejenige Zahl, welche durch das Verhältniß bestimmt wird, und daher beim arithmetischen Verhältnisse durch die Subtraktion, beim geometrischen aber durch die Division zum Vorscheine kommt, heißt man den **Verhältnißzeiger** — den **Exponenten** des Verhältnisses.

d) Ein Verhältniß heißt **abnehmend** oder **zunehmend**, je nachdem das Hinterglied kleiner, oder größer als das Vorderglied ist.

Wenn z. B. 4 mit 8 verglichen wird, um zu finden, wie oft 4 in 8 enthalten ist, so ist hier 4 das **Vorderglied**, 8 das **Hinterglied**, und die Zahl 2, welche anzeigt, daß 4 in 8 zweimal enthalten ist, der **Exponent** dieses geometrischen Verhältnisses, welches **zunehmend** — **wachsend** ist.

Vergleiche ich z. B. 6 mit 9, um zu finden, um wie viel die Zahl 9 größer ist als 6, so ist hier 6 das **Vorderglied**, 9 das **Hinterglied**, die Zahl 3 als die Differenz dieser beiden Zahlen der **Exponent** dieses **zunehmenden** arithmetischen Verhältnisses.

e) Zeichen des Verhältnisses ist jenes Zeichen, womit man ausdrückt, daß zwei Zahlen zusammen in einem Verhältnisse stehen.

Weil nun beim arithmetischen Verhältnisse der Exponent durch die Subtraktion, der Exponent des geometrischen aber durch die Division gefunden wird, so ist

a) das Zeichen der **Subtraktion**, welches in einer horizontalen Linie, einem Querstriche (—) besteht, als Zeichen des arithmetischen, und

b) das **Divisionszeichen**, welches in zwei Punkten (:) besteht, als Zeichen des geometrischen Verhältnisses eingeführt worden.

Diese beiden Zeichen, wenn sie Verhältnisse anzeigen, müssen immer als **Verhältnißzeichen** gelesen werden.

Daher werden z. B. diese beiden Verhältnisse „3 — 6, 8 : 4" so gelesen: „3 **verhält sich zu** 6, 8 **verhält sich zu** 4, oder auch: das **Verhält-**

niß 3 zu 6, das Verhältniß 8 zu 4." Das erste dieser beiden Verhältnisse, wie man es aus den Zeichen erkennt, ist ein arithmetisches, und das zweite ein geometrisches Verhältniß.

§. 49.

Eigenschaften des arithmetischen Verhältnisses.

a) Im arithmetischen Verhältnisse müssen die Glieder gleichartig sein.

Beim arithmetischen Verhältnisse werden die Zahlen durch Subtraktion mit einander verglichen (§. 47. a.). Es können aber, wie dieses schon mehrmal erwähnt wurde, nur gleichartige Größen von einander subtrahirt, und nur solche Größen zu einander addirt werden, daher können z. B. 2 baierische Fuß mit 6 baierischen Fuß durch Subtraktion verglichen werden, und somit diese beiden benannten Zahlen in einem arithmetischen Verhältnisse stehen, welches der Fall nicht ist, wenn man in dieser Hinsicht z. B. 2 Pfund einer gewissen Waare mit 6 Schuh vergleichen wollte.

b) Die Größe des arithmetischen Verhältnisses ist durch die Größe des Exponenten bestimmt, und Verhältnisse von gleichen Exponenten sind einander gleich, von ungleichen Exponenten ungleich.

Daher ist z. B. das Verhältniß 2 zu 7 gleich dem Verhältnisse 4 zu 9, weil 7 weniger 2 gleich 5, dann 9 weniger 4 auch gleich 5, und somit bei diesen beiden Verhältnissen der nämliche Exponent da ist.

Findet man durch die angestellte Vergleichung, daß ein Verhältniß dem andern gleich ist, so drückt man diese Gleichheit der Verhältnisse durch das bekannte Gleichheitszeichen (=) aus (I. §. 9.), welches dann kürzer durch das Wörtchen „wie" gelesen wird.

Anstatt daß man nun z. B. die Gleichheit dieser zwei Verhältnisse „$2 - 7 = 4 - 9$" so aussprechen wür-

würde „das Verhältniß 2 zu 7 ist gleich dem Verhältnisse 4 zu 9", so sagt man kürzer: „2 verhält sich zu 7, wie 4 zu 9."

Im Gegentheile sind z. B. diese arithmetischen Verhältnisse „1 — 2, 3 — 6, 7 — 18 ꝛc." einander ungleich, weil beim ersten Verhältnisse 1, beim zweiten 3, und beim dritten 11 der Exponent ist.

c) Zwei arithmetische Verhältnisse, die einem dritten gleich sind, sind es auch unter sich.

Sind nämlich zwei solche Verhältnisse einem dritten gleich, so haben sie mit diesem, mithin auch unter sich, den nämlichen Exponenten, weßwegen sie einander gleich sind. Es verhält sich z. B.

$$2 - 4 = 6 - 8,$$
dann $7 - 9 = 6 - 8,$

also auch $2 - 4 = 7 - 9.$

Bei diesen drei Verhältnissen ist 2 der Exponent, daher sind sie unter einander gleich.

d) Das arithmetische Verhältniß zweier gleichartigen, durch einerlei Maaß bestimmten Größen ist dem Verhältnisse jener Zahlen gleich, die ihre Größe ausdrücken.

Daher verhalten sich z. B. 2 baierische Fuß zu 12 baier. Fuß, wie 2 zu 12, indem beiderseits eine gleich große Differenz ist, oder

2 baier. Fuß — 12 baier. Fuß = 2 — 12.

e) Den Exponenten des arithmetischen Verhältnisses erhält man, wenn man was immer für ein Glied von einem andern, somit das kleinere vom größeren subtrahirt; bei gleichen Gliedern ist die Differenz, somit der Exponent des Verhältnisses Null.

In der Buchstabenrechnung zieht man in der Regel immer das Vorderglied vom Hintergliede ab, und erhält da beim abnehmenden Verhältnisse einen negati-

ven Exponenten, wovon aber in der gemeinen Arithmetik, das ist, in der blossen Zifferrechnung noch keine Rede sein kann.

Daher haben z. B. diese arithmetischen Verhältnisse „3 — 5, 8 — 2, 4 — 4“ der Ordnung nach die Exponenten „2, 6, 0.“

§. 50.

Eigenschaften des geometrischen Verhältnisses.

a) Im geometrischen Verhältnisse müssen beide Glieder gleichartig sein.

Bei diesem Verhältnisse werden die Größen durch Division mit einander verglichen, und der Exponent des Verhältnisses drückt aus, wie oft ein Glied in dem anderen enthalten ist, oder was eines ist, wie oft das eine Glied, oder ein bestimmter Theil desselben gesetzt werden muß, um das andere Glied zu erhalten (§. 47. b.). Was immer für eine Größe, mehrmal gesetzt, gibt aber zum Produkte eine Größe der nämlichen Art und Benennung, und eine benannte Zahl kann nur in einer mit ihr gleichartigen Größe mehrmal enthalten sein. Aus diesem Grunde müssen die Glieder eines solchen Verhältnisses immerhin gleichartig sein.

Es können daher z. B. 6 baier. Fuß und 18 solche Fuß ein geometrisches Verhältniß bilden, weil 6 solche Fuß in 18 Fuß 3mal enthalten sind, und 6 Fuß, 3mal genommen, wieder diese 18 Fuß geben.

Dagegen können z. B. 2 Zentner und 12 Tagwerk nie in ein solches Verhältniß gesetzt werden, weil 2 Zentner in 12 Tagwerk weder enthalten sind, noch auch dieselben, mehrmal gesetzt, zum Produkte 12 Tagwerk geben.

b) Die Größe des geometrischen Verhältnisses ist durch die Größe des Exponenten bestimmt, und Verhältnisse von gleichen Exponenten sind gleich, von ungleichen Exponenten ungleich.

Daher ist z. B. das Verhältniß 2 zu 4 gleich dem

Verhältnisse 8 zu 16, weil sowohl 2 in 4, als auch 8 in 16 zweimal enthalten ist.

Findet man durch die angestellte Vergleichung, daß zwei solche Verhältnisse einander gleich sind, so wird die Gleichheit dieser Verhältnisse ebenfalls durch das Gleichheitszeichen (=) ausgedrückt, und wie bei den arithmetischen Verhältnissen kürzer durch das Wörtchen „wie“ gelesen.

Die beiden eben angeführten gleichen Verhältnisse werden demnach so geschrieben „2 : 4 = 8 : 16“, und auf diese Weise gelesen „2 verhält sich zu 4, wie 8 zu 16.“

Sind die Glieder des geometrischen Verhältnisses gleich, so heißt man es das Verhältniß der Gleichheit (Ratio aequalitatis), sind sie aber ungleich, so nennt man es das Verhältniß der Ungleichheit (Ratio inaequalitatis).

Im ersten Falle ist der Exponent des Verhältnisses immer 1, weil jede Größe in sich selbst einmal enthalten ist, und im zweiten Falle ist derselbe immer entweder größer oder kleiner als 1. Es ist daher z. B. das Verhältniß „4 : 4“ ein Verhältniß der Gleichheit, hingegen aber „5 : 6“ ein Verhältniß der Ungleichheit.

c) Zwei geometrische Verhältnisse, die einem dritten gleich sind, sind es auch unter sich.

Der Grund liegt darin, weil solche Verhältnisse, im Falle sie einem dritten gleich sind, mit diesem dritten, somit auch unter sich gleiche Exponenten haben. Es verhält sich z. B.

$$2 : 4 = 8 : 16,$$
$$\text{dann } 3 : 6 = 8 : 16,$$
$$\text{also auch } 2 : 4 = 3 : 6.$$

d) Das geometrische Verhältniß zweier gleichartigen, durch einerlei Maaß bestimmten Größen ist dem Verhältnisse der Zahlen gleich, die ihre Größe ausdrücken.

Solche Größen sind gleichartig, und zugleich gleichnamig, daher verhalten sich z. B. 12 fl. zu 24 fl. wie 12 zu 24, oder 12 fl. : 24 fl. = 12 : 24; da $\frac{24 \text{ fl.}}{12 \text{ fl.}}$ = 2, und $^{24}/_{12}$ = 2.

Es läßt sich demnach jedes geometrische Verhältniß zweier gleichartigen und gleichnamigen Größen auf das Verhältniß blosser Zahlen zurückbringen.

e) Den Exponenten des geometrischen Verhältnisses erhält man, wenn man das Hinterglied durch das Vorderglied dividirt.

Daher haben z. B. diese geometrischen Verhältnisse „3 : 6, 2 : 1, 8 : 24“ der Ordnung nach die Exponenten „2, ½, 3.“

f) Das geometrische Verhältniß zweier Zahlen bleibt unverändert, wenn man mit einer Zahl entweder die beiden Glieder multiplizirt, oder damit die beiden Glieder des Verhältnisses dividirt.

Der Grund liegt darin, weil auf diese Weise der Exponent des Verhältnisses nicht verändert wird, und somit das Verhältniß immer das nämliche bleibt.

Daher sind alle diese Verhältnisse „1 : 2, 4 : 8, 8 : 16, 16 : 32, 96 : 192“ einander gleich, indem 1 in 2, 4 in 8, 8 in 16 ꝛc. zweimal enthalten ist; eben so sind diese Verhältnisse „27 : 81, 9 : 27, 1 : 3“ einander gleich, indem 27 in 81, 9 in 27 ꝛc. dreimal enthalten ist.

Im ersten Beispiele hat man die Glieder des Verhältnisses 1 : 2 mit der nämlichen Zahl multiplizirt, und im zweiten Falle wurden die Glieder des Verhältnisses 27 : 81 immerhin mit der nämlichen Zahl dividirt.

g) Das geometrische Verhältniß zweier Brüche, die Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, ist

dem Verhältnisse ihrer Zähler gleich, wenn man sie unter einerlei Benennung bringt.

Daher verhält sich z. B. $\frac{2}{3}$ zu $\frac{5}{6}$ wie 12 zu 15, oder $\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = 12 : 15$; indem $\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} : \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{12}{18} : \frac{15}{18} = 12 : 15$.

h) Da sich alle geometrische Verhältnisse auf Verhältnisse blosser Zahlen, und alle Verhältnisse der Zahlen auf jene ganzer Zahlen bringen lassen, so läßt sich jedes geometrische Verhältniß auf das Verhältniß ganzer unbenannter Zahlen zurückführen.

Anmerkung: Die in diesem und im vorigen §. angegebenen Eigenschaften der arithmetischen und der geometrischen Verhältnisse werden im IV. Theile dieses Lehrbuches, so wie die Eigenschaften der arithmetischen und geometrischen Proportionen, als allgemein giltig erwiesen; hier findet man dieselben nur als Lehnsätze zur Benützung für die folgenden Aufgaben angeführt.

§. 51.

Die arithmetische und geometrische Proportion.

Zwei gleiche Verhältnisse geben eine Proportion.

Sind die beiden Verhältnisse arithmetisch, so geben sie das, was eine arithmetische Proportion (Proportio arithmetica), sind aber die beiden gleichen Verhältnisse geometrisch, so geben sie das, was eine geometrische Proportion (Proportio geometrica) genannt wird.

Von diesen beiden Proportionen $3 - 5 = 8 - 10$, und $2 : 4 = 8 : 16$ ist die erste eine arithmetische, und die zweite eine geometrische Proportion. Diese Proportionen, wie es schon bemerkt wurde, werden so gelesen „3 verhält sich zu 5, wie 8 zu 10, ferner 2 verhält sich zu 4, wie 8 zu 16.“

Jede Proportion besteht aus zwei Vorder- und aus zwei Hintergliedern, somit aus vier Gliedern, indem dabei immer zwei Verhältnisse vorkommen, und jedes von diesen ein Vorderglied und ein Hinterglied hat.

Wie alle Verhältnisse, eben so lassen sich auch alle geometrischen Proportionen auf solche von ganzen Zahlen bringen.

§. 52.

Benennung der in der Proportion vorkommenden Glieder.

Man nennt in einer arithmetischen und geometrischen Proportion

a) das erste und letzte Glied zusammen die **äußeren Glieder** (Termini extremi),

b) das zweite und dritte die **mittleren Glieder** (Termini medii),

c) die beiden Vorder- und die beiden Hinterglieder **homologe, gleichnamige Glieder** (Termini homologi).

Daher sind z. B. in dieser Proportion „2 : 4 = 8 : 16" die Glieder 2 und 16 die **äußeren**, 4 und 8 die **mittleren**; 2 und 8, ferner 4 und 16 sind die **gleichnamigen** Glieder.

d) Die arithmetische oder geometrische Proportion ist entweder **dißkret**, oder **stättig** (Proportio discreta aut continua), je nachdem die beiden mittleren Glieder ungleich oder gleich sind. Die so eben als Beispiel angeführte Proportion ist **dißkret**, hingegen aber diese Proportion „2 : 4 = 4 : 8" ist **stättig**.

Diese stättige Proportion wird kürzer so geschrieben „2 : 4 : 8", und aber wieder, wie vorhin, gelesen, nämlich „2 verhält sich zu 4, wie 4 zu 8." In diesem Falle ist das Hinterglied des ersten Verhältnisses zugleich Vorderglied des zweiten Verhältnisses.

§. 53.

I. Aufgabe, zu drei Gliedern einer arithmetischen dißkreten Proportion das vierte Glied zu finden.

Auflösung:

a) Ist eines der beiden äußeren Glieder unbekannt, so addire man die mittleren Glieder, und subtrahire von dieser Summe das bekannte äußere Glied.

b) Ist eines der mittleren Glieder unbekannt, so addire man die äußeren Glieder, und subtrahire davon das bekannte mittlere Glied.

Weil in einer dißkreten arithmetischen Proportion die Summe der äußeren Glieder jedesmal gleich ist der Summe der mittleren Glieder, so nehme man zur Probe diese Addition wirklich vor, um sich zu versichern, daß man das gesuchte unbekannte Glied wirklich gefunden habe.

Oder man setze die gefundene Zahl an die Stelle des unbekannten Gliedes, und untersuche nun durch Subtraktion, ob beide Verhältnisse den nämlichen Exponenten haben; wobei aber zu bemerken ist, daß man beiderseits entweder das Vorderglied vom Hintergliede, oder beiderseits das Hinterglied vom Vordergliede abziehen muß.

I. Beispiel:

Es sei 4 das erste, 6 das zweite, und 13 das dritte Glied einer dißkreten arithmetischen Proportion, und es sei zu diesen drei Zahlen die vierte arithmetische Proportionalzahl zu finden.

Auflösung:

1) Weil, wie dieses immerhin der Fall sein muß, nicht nur diese drei Zahlen bekannt sind, sondern auch die Ordnung, nach welcher sie als Glieder in der Proportion zu stehen kommen, gegeben ist, so drücke man das unbekannte Glied durch den Buchstaben x aus,

und setze die Proportion auf folgende Weise an: „$4 - 6 = 13 - x$";

2) Der bei a. in diesem §. aufgestellten Regel gemäß ist nun $x = 6 + 13 - 4$, d. h., das vierte Glied ist gleich der Summe der mittleren Glieder, davon abgezogen das erste Glied, oder was eines ist, man erhält das vierte Glied x, wenn man die beiden mittleren Glieder addirt, und von dieser Summe das erste Glied subtrahirt. Man bekommt auf diese Weise 15, indem $6 + 13 - 4 = 15$, und somit $x = 15$.

Probe:

1) Anstatt x setze man nun die gefundene Zahl 15 als das vierte Glied, man erhält die Proportion „$4 - 6 = 13 - 15$";

2) Hier haben beide Verhältnisse den Exponenten 2, indem zwischen 4 und 6 die nämliche Differenz ist, wie zwischen 13 und 15; ferner die Summe der äußeren Glieder ist auch gleich der Summe der mittleren Glieder, indem $4 + 15 = 19$, dann $6 + 13 = 19$, und somit $4 + 15 = 6 + 13$.

II. Beispiel:

Es sei 9 das erste, 18 das zweite, und 47 das vierte Glied einer solchen Proportion; es soll nun das dritte Glied gefunden werden.

Auflösung:

1) Da nebst den Zahlen auch die Stellen, welche ihnen in der Proportion zukommen, gegeben sind, so bezeichne man wieder das fehlende Glied mit dem Buchstaben x, man erhält die Proportion „$9 - 18 = x - 47$";

2) Weil hier eines der mittleren Glieder fehlt, so addire man die äußeren Glieder 9 und 47, und subtrahire von dieser Summe das bekannte mittlere Glied 18; es ist $x = 9 + 47 - 18$, d. h., das dritte Glied ist gleich der Summe der äußeren Glieder, davon das zweite Glied abgezogen, und somit ist $x = 38$, indem $9 + 47 - 18 = 38$.

Probe:

Man setze anstatt x das gefundene dritte Glied 38; findet man nun zwischen dem ersten und zweiten Gliede die nämliche Differenz, wie zwischen dem dritten und vierten Gliede; ist ferner die Summe der äußeren Glieder gleich jener der mittleren Glieder, dann ist die Rechnung richtig. Es ist aber in der Proportion „$9 - 18 = 38 - 47$" die Summe der äußern Glieder wirklich gleich jener der mittlern Glieder, indem $9 + 47 = 56$, dann $18 + 38 = 56$, und somit $9 + 47 = 18 + 38$. Ueberdieß ist zwischen 9 und 18 die nämliche Differenz, wie zwischen 38 und 47; weßwegen das verlangte dritte Glied wirklich gefunden worden ist.

§. 54.

II. Aufgabe, zu zwei Gliedern einer stättigen arithmetischen Proportion das dritte unbekannte Glied zu finden.

Auflösung:

Die stättige arithmetische Proportion wird, wie die geometrische (§. 52. d.), kürzer nur mit drei Gliedern geschrieben, wo dann das mittlere Glied Hinterglied des ersten Verhältnisses, und zugleich Vorderglied des zweiten Verhältnisses ist.

Um das unbekannte Glied zu finden, beobachte man folgende Regeln:

a) Ist eines der beiden äußeren Glieder unbekannt, so nehme man das mittlere Glied doppelt, d. h., man multiplizire es mit 2, und subtrahire davon das bekannte äußere Glied;

b) Fehlt aber das mittlere Glied, so addire man die äußeren Glieder, und dividire diese Summe mit 2.

Weil in einer solchen Proportion die Summe der äußeren Glieder dem doppelten mittleren Gliede gleich ist, so addire man zur Probe die äußeren Glieder,

und sehe, ob diese Summe gleich ist dem Zweifachen des mittleren Gliedes, oder man untersuche, ob zwischen dem ersten und zweiten Gliede die nämliche Differenz ist, wie zwischen dem zweiten und dritten Gliede, um auf diese Weise zu erkennen, ob man in der Rechnung einen Fehler gemacht hat oder nicht.

I. Beispiel:

Es sei 10 das erste, und 18 das mittlere Glied einer stättigen arithmetischen Proportion, und man suche das letzte oder dritte Glied.

Auflösung:

1) Weil man bestimmt das erste und mittlere Glied weiß, so drücke man das unbekannte dritte oder letzte Glied mit x aus, und setze nun die Proportion auf folgende Weise an: „10 — 18 = 18 — x, oder kürzer 10 — 18 — x“;

2) Man nehme das mittlere Glied doppelt, und subtrahire davon 10, man erhält die Zahl 26, indem $18 \times 2 - 10 = 26$; weßwegen die Zahl 26 das gesuchte Glied ist, oder $x = 18 \times 2 - 10 = 26$.

Probe:

Man addire, indem man anstatt x die gefundene Zahl 26 setzet, in der Proportion „10 — 18 — 26“ die äußeren Glieder, und nehme das mittlere Glied doppelt, man erhält beiderseits 36, zum Beweise, daß man wirklich die verlangte dritte arithmetische Proportionalzahl gefunden hat. Dieses Letztere ist auch aus der Gleichheit der beiderseitigen Exponenten ersichtlich, indem zwischen 10 und 18 die nämliche Differenz ist, wie zwischen 18 und 26.

II. Beispiel:

Es sei 30 das erste Glied, und 59 das letzte Glied einer solchen Proportion, und man soll zu diesen beiden Zahlen die mittlere arithmetische Proportionalzahl, somit das mittlere Glied der stättigen arithmetischen Proportion finden.

Auflösung:

1) Man bezeichne das mittlere Glied mit x, und setze diese Proportion an: „30 — x — 59";

2) Man addire die äußeren Glieder, und dividire diese Summe mit 2, man erhält $44\frac{1}{2}$, somit ist

$$x = \frac{30 + 59}{2} = {}^{89}/_{2} = 44\frac{1}{2},$$ d. h., die mittlere arithmetische Proportionalzahl zweier Zahlen ist ihrer halben Summe gleich.

Die Probe wird hier eben so, wie im vorigen Beispiele gemacht.

Anmerkung: Unter der mittleren arithmetischen Proportionalzahl versteht man hier das Nämliche, was im ersten Theile im II. Beispiele des §. 113. das arithmetische Medium, oder die arithmetische Mittelzahl genannt wurde.

§. 55.

III. Aufgabe, zu drei Gliedern einer geometrischen dißkreten Proportion das vierte unbekannte Glied zu finden.

Auflösung:

a) Ist eines der äußeren Glieder, etwa das letzte Glied, unbekannt, so multiplizire man die mittleren Glieder mit einander, und dividire das Produkt mit dem bekannten äußeren Gliede, in diesem Falle mit dem ersten.

Diese Regel wird im Latein auch so ausgedrückt: „Duc ternum in medium, productum divide primo", d. h., um das vierte Glied zu finden, multiplizire man die mittleren Glieder mit einander, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede.

b) Fehlet eines der beiden mittleren Glieder, etwa das dritte, so multiplizire man mit einander die äußeren Glieder, und dividire das Produkt mit dem bekannten mittleren Gliede, in diesem Falle mit dem zweiten Gliede.

I. Beispiel:

Es sei 4 das erste, 8 das zweite, 16 das dritte Glied einer geometrischen dißkreten Proportion, und es soll das vierte Glied gefunden werden.

Auflösung:

1) Man bezeichne das unbekannte Glied mit dem Buchstaben x, und setze die Proportion

$$4 : 8 = 16 : x;$$

2) Man multiplizire die mittleren Glieder mit einander, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede, man erhält 32, indem $\frac{8 \times 16}{4} = {}^{128}/_{4} = 32$, oder $x = \frac{8 \times 16}{4} = 32$; es ist demnach die Zahl 32 die gesuchte vierte geometrische Proportionalzahl.

Probe:

1) Anstatt x setze man die gefundene Zahl 32 als das vierte Glied der Proportion, man erhält nun:

$$4 : 8 = 16 : 32;$$

2) In einer jeden geometrischen Proportion ist das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkte der mittleren Glieder, und das erste Glied ist im zweiten Gliede so oft enthalten, als das dritte im vierten. Daher multiplizire man zur Probe entweder die äußeren, und dann auch die mittleren Glieder mit einander, und sehe, ob die Produkte gleich sind, oder man dividire in beiden Verhältnissen das Hinterglied mit dem Vordergliede, und sehe, ob man beiderseits den nämlichen Exponenten erhält, um zu erkennen, ob man gefehlt hat oder nicht.

In diesem Beispiele ist $4 \times 32 = 128$, und $8 \times 16 = 128$, daher ist $4 \times 32 = 8 \times 16$; ferner 4 ist in 8, und 16 in 32 zweimal enthalten, weßhalb die gefundene Zahl 32 wirklich die verlangte vierte Proportionalzahl ist.

II. Beispiel:

Es sei 100 das erste, 6000 das zweite, und 300

das vierte Glied einer solchen Proportion, und es soll das dritte Glied gefunden werden.

Auflösung:

1) Man bezeichne das unbekannte Glied mit x, und setze die Proportion „100 : 6000 = x : 300“;

3) Es ist nun $x = \frac{100 \times 300}{6000} = {}^{30000}/_{6000} = 5$, d. h., man erhält das dritte Glied, wenn man die äußeren Glieder mit einander multiplizirt, und das Produkt mit dem zweiten Gliede dividirt, wodurch die Zahl 5 gefunden wird; indem 100 : 6000 = 5 : 300.

Die Probe würde hier auf die vorige Weise angestellet werden.

Anmerkung: 1) Die nämlichen Regeln, die in diesen Aufgaben hinsichtlich der arithmetischen und geometrischen Proportionen in Beispielen mit ganzen Zahlen in Anwendung gebracht wurden, gelten, wie man offenbar sieht, auch in jenen Fällen, wo die gegebenen Glieder Brüche sind.

2) Die Aufgabe, wie in einer stättigen geometrischen Proportion zu zwei gegebenen Zahlen die dritte geometrische Proportionalzahl gefunden wird, will ich im dritten Theile auflösen, nachdem ich da vorhin werde gezeigt haben, wie Zahlen zum Quadrate erhoben, und aus Zahlen die Quadratwurzeln ausgezogen werden.

3) Die arithmetische Proportion kommt bei den Rechnungsfällen des gemeinen Lebens selten, im Gegentheile aber die geometrische Proportion unausgesetzt vor. Wenn ich daher bloß sage: »Verhältniß, Proportion«, so verstehe ich allezeit das geometrische Verhältniß, die geometrische Proportion; will ich aber von dem arithmetischen Verhältnisse und der arithmetischen Proportion reden, so werde ich auch ausdrücklich sagen: »arithmetisches Verhältniß, arithmetische Proportion.«

§. 56.

Einige Eigenschaften der Proportion.

a) In einer jeden Proportion, wie dieses schon erwähnt wurde, ist das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkte der mittleren Glieder.

Ist die Proportion stättig, so multiplizire man das mittlere Glied einmal mit sich selbst, indem man es zweimal als Faktor setzt.

Ein doppelter Ausdruck von einerlei Größe ist eine Gleichung. Wie also immer zwei Ausdrücke einander gleich sind, und sie somit eine und die nämliche Größe bezeichnen, so hat man das, was eine Gleichung genannt wird.

Es lassen sich deßhalb alle Proportionen in Gleichungen verwandeln; indem bei denselben das Produkt der äußeren Glieder immerhin dem Produkte der mittleren Glieder gleich ist. Diese Gleichheit der beiderseitigen Ausdrücke wird durch das bekannte Gleichheitszeichen (=) ausgedrückt.

Es wird z. B. die Proportion „$4 : 8 = 3 : 6$" auf diese Weise in die Gleichung „$4 \times 6 = 8 \times 3$" verwandelt.

b) Ist in einer Proportion das zweite Glied eben so groß, kleiner, oder größer, als das erste, so ist dann auch das letzte oder vierte Glied eben so groß, kleiner, oder größer als das dritte Glied, wie dieses aus nachstehenden Beispielen ersichtlich ist:

a) $4 : 4 = 8 : 8$
b) $8 : 2 = 16 : 4$
c) $3 : 6 = 5 : 10.$

Eine Proportion besteht in der Gleichheit zweier Verhältnisse, und zwei Verhältnisse sind gleich, wenn sie, im Falle man die Division in der nämlichen Ordnung vornimmt, gleiche Exponenten haben; indem man dann mit Wahrheit sagen kann, „das erste Glied ist im zweiten Gliede so oft enthalten, als das dritte Glied im vierten."

In der ersten dieser drei Proportionen ist das zweite Glied gleich dem ersten, und deßwegen der Exponent des Verhältnisses gleich 1; damit nun der Exponent des zweiten Verhältnisses auch gleich 1 ist, so muß auch das vierte Glied dem dritten gleich sein.

In der zweiten Proportion ist das zweite Glied kleiner als das erste, und somit der Exponent des ersten Verhältnisses ein ächter Bruch; dieser Bruch ist auch Exponent des zweiten Verhältnisses, also muß auch das vierte Glied kleiner sein als das dritte, weil nur die kleinere Zahl, mit der größeren dividirt, zum Quotienten einen ächten Bruch gibt.

In der dritten Proportion ist das zweite Glied größer als das erste, und somit der Exponent des ersten Verhältnisses ein unächter Bruch; dieser Bruch ist zugleich Exponent des zweiten Verhältnisses, also muß auch das vierte Glied größer sein als das dritte, weil nur die größere Zahl, mit der kleineren dividirt, zum Quotienten einen solchen unächten Bruch gibt, dessen Zähler größer ist, als der Nenner.

In der ersten Proportion ist $4 = 4$, und $8 = 8$; in der zweiten ist $2 < 8$, und $4 < 16$; endlich in der dritten Proportion ist $6 > 3$, und $10 > 5$.

§. 57.

Bestimmung, ob zwei Dinge zusammen in einem mathematischen Verhältnisse stehen oder nicht.

Sind zwei Dinge so mit einander verbunden, daß durch die Vergleichung die Größe eines Dinges aus dem andern bestimmt werden kann, so sagt man, *die Dinge stehen zusammen in einem mathematischen Verhältnisse.*

Sind sie aber der Art, daß mittels der Vergleichung keines durch das andere bestimmt werden kann, dann *stehen sie zusammen in keinem mathematischen Verhältnisse.*

Die Größe der Arbeit bestimmt z. B. die Größe des Lohnes; die Menge und Güte (die Quantität und Qualität) der angekauften Waare bestimmt die Größe der dafür zu leistenden Bezahlung; diese Größen stehen demnach zusammen *in einem mathematischen Verhältnisse,* indem mittels der angestellten Vergleichung eine durch die andere bestimmt werden kann.

Dagegen kann ich z. B. aus dem bekannten Werthe eines gewissen Weines nicht berechnen, was etwa eine Klafter Holz kosten wird; indem diese Größen zusammen in keinem mathematischen Verhältnisse stehen, und also mittels der Vergleichung keine durch die andere bestimmt werden kann.

§. 58.

Bestimmung, ob zwei Größen zusammen in einem geraden oder umgekehrten mathematischen Verhältnisse stehen.

Wenn die Dinge als Größen betrachtet zusammen in einem mathematischen Verhältnisse stehen, so tritt noch der zweifache Fall ein, daß entweder mit der Zunahme eines Dinges auch wieder die Zunahme des anderen, oder umgekehrt mit der Zunahme des ersten die Abnahme des andern verbunden ist; daher sagt man:

a) Zwei Größen stehen zu einander im geraden Verhältnisse, wenn mit der Zunahme der einen eben so die Zunahme der anderen, und mit der Abnahme der ersten eben so die Abnahme der zweiten verbunden ist.

Durch angestellte Vergleichung wird man finden, daß nachstehende Dinge, die man als Größen betrachtet, im geraden Verhältnisse stehen, weil man immer sagen kann: „je mehr, desto mehr — je größer, desto größer ꝛc.“

1) Die Menge der Waaren und die Größe der dafür zu leistenden Bezahlung;

2) Der Zins mit der Größe des Kapitals, der Länge der Zeit, während welcher das Kapital aufgelegt ist, und mit den Prozenten;

3) Die Anzahl der Arbeiter mit ihrer Verrichtung und dem Lohne dafür;

4) Die Größe der Verrichtung mit der dazu erforderlichen Zeit;

5)

5) Verschiedene Gewichte, Längen-, Getreid-, Wein-Maaße, verschiedene Geldsorten zu einander ꝛc.

b) Wird hingegen durch die Zunahme der ersten Größe eben so die Abnahme der zweiten, und durch die Abnahme der ersten eben so die Zunahme der anderen bestimmt, so stehen die Größen zusammen **im umgekehrten Verhältnisse.**

Durch die angestellte Vergleichung wird man finden, daß nachstehende Dinge zusammen im umgekehrten Verhältnisse stehen, weil man immer sagen muß „**je mehr, desto weniger — je größer, desto kleiner** ꝛc.

1) Bei einerlei Arbeit die Anzahl der Arbeiter, und die dazu erforderliche Zeit;

2) Die Länge und Breite des zu einem Kleide erforderlichen Tuches;

3) Die Anzahl der Menschen mit der Zeit, in welcher sie einen gewissen Vorrath von Lebensmitteln aufzehren;

4) Das Kapital mit der Zeit, um den nämlichen Zins zu geben;

5) Die Anzahl der wöchentlichen Tage und der täglichen Stunden, die man verwendet, um eine gewisse Arbeit zu vollenden, mit der Zeit, welche in Monaten ausgedrückt wird ꝛc.

Anmerkung. Ob zwei Größen im geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehen, muß aus den Größen selbst durch die angestellte Vergleichung erkannt werden. Von jenen Fällen, wo das Verhältniß aus gewissen Lehrsätzen erkannt wird, ist hier die Rede nicht.

§. 59.

I. Lehnsatz:

Stehen zwei Größen zusammen im geraden Verhältnisse, so sind jede zwei beliebige Theile der ersten Größe mit den beiden entsprechen-

den — korrespondirenden Theilen der anderen Größe gerade proportionirt.

Unter dem Ausdrucke „gerade proportionirt“ versteht man jene Ordnung der Glieder, kraft welcher in der Proportion dem ersten Gliede das dritte, und dem zweiten das vierte Glied entspricht, wo also das erste Glied das dritte, und das zweite das vierte Glied bestimmt.

Wenn z. B. 100 fl. Kapital 5 fl. Zins geben, so geben 600 fl. Kapital unter den nämlichen Bedingungen 30 fl. Zins; daher erhält man diese Proportion:

100 fl. Kap. : 600 fl. Kap. = 5 fl. Zins : 30 fl. Z.,
oder 100 : 600 = 5 : 30

Dem ersten Gliede entspricht hier das dritte, und dem zweiten das vierte Glied. Der Exponent der beiden Verhältnisse ist 6, indem 100 fl. Kapital in 600 fl. Kapital, wie 5 fl. Zins in 30 fl. Zins, 6mal enthalten ist, oder 100 in 600 ist 6mal, und 5 in 30 ist auch 6mal enthalten, da man das Verhältniß solcher gleichartigen durch einerlei Maaß bestimmten Größen durch das Verhältniß blosser Zahlen ausdrücken kann (§. 50. d.).

Um deßwillen sind die beiden Zahlen, welche das Kapital darstellen, mit den beiden Zahlen, welche den Zins ausdrücken, und somit den beiden ersteren entsprechen, gerade proportionirt.

§. 60.

II. Lehnsatz:

Stehen zwei Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, so sind jede zwei beliebige Theile der ersten Größe mit den beiden korrespondirenden Theilen der anderen Größe umgekehrt proportionirt.

Unter dem Ausdrucke „umgekehrt proportionirt“ versteht man jene Ordnung der Glieder, kraft welcher in der Proportion dem ersten Gliede das vier-

te, und dem zweiten das dritte Glied entspricht, wo also das erste Glied das vierte, und das zweite Glied das dritte bestimmt.

Wenn z. B. 100 Menschen einen gewissen Vorrath von Lebensmitteln in 12 Tagen verzehren, so werden 200 Menschen den nämlichen Vorrath in 6 Tagen aufzehren; um deßwillen erhält man diese Proportion:

100 Menschen : 200 M. = 6 Tag : 12 T.,
oder 100 : 200 = 6 : 12.

Dem ersten Gliede entspricht hier das vierte, und dem zweiten das dritte Glied. Der Exponent der beiden Verhältnisse ist 2, indem sowohl die Zahl 100 in 200, als auch 6 in 12 zweimal enthalten ist, und somit 200 Menschen mit 100 Menschen, und 12 Tag mit 6 Tag dividirt beiderseits zum Quotienten die Zahl 2 geben (I. §. 61. c.).

Aus diesem Grunde sind die beiden Zahlen, welche die Anzahl der Personen ausdrücken, mit den entsprechenden Zahlen, welche die Zeit bezeichnen, umgekehrt proportionirt.

Anmerkung: Die in diesem und im vorigen §. angeführten Sätze erscheinen hier nur als Lehnsätze zur Benützung; in der neuen Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches, welche bei Herrn Dannheimer im Jahre 1823 erschienen ist, findet man den Beweis für die Richtigkeit und allgemeine Giltigkeit derselben.

§. 61.

IV. Aufgabe, zu drei gegebenen benannten Zahlen die vierte zu finden, wenn vorausgesetzt wird, daß die Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen.

Auflösung:

Man untersuche mittels der angestellten Vergleichung, ob die beiden Größen in dem im §. 58. bei a. und b. angegebenen Sinne im geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehen, und beobachte dann im ersten Falle folgende Regeln:

1) Weil in der Voraussetzung, daß die Größen im geraden Verhältnisse stehen, die beiden Theile der ersten Größe mit den korrespondirenden Theilen der anderen Größe gerade proportionirt sind, so ordne man in der Proportion die Größen so, daß die gleichartigen immer zusammen in das nämliche Verhältniß kommen, und zugleich dem ersten Gliede das dritte, und dem zweiten das vierte Glied entspricht.

2) Wenn die gleichartigen Größen noch nicht gleichnamig sind (I. 78. e.), so reduzire man sie nach den im ersten Theile in den §§. 90. und 91. aufgestellten Regeln, damit sie durch das nämliche Maaß ausgedrückt werden, und somit ihr Verhältniß durch das Verhältniß blosser Zahlen dargestellt werden kann (§. 50. d.).

Diese Reduktion geschieht nur in jenem Verhältnisse, wo die beiden Glieder bekannt sind. In jenem Verhältnisse hingegen, wo das unbekannte Glied vorkommt, drückt dann dieses Einheiten jener Benennung aus, die das darin vorkommende bekannte Glied bezeichnet.

3) Hat man auf diese Weise die Proportion auf eine Proportion von blossen Zahlen reduzirt, so suche man nach Vorschrift des §. 55. a. die unbekannte Größe, welche durch x ausgedrückt wird.

I. Beispiel:

Wenn 3 Ellen einer gewissen Waare 18 fl. kosten, was kosten 36 Ellen der nämlichen Waare?

Auflösung:

1) Diese beiden Größen stehen im geraden Verhältnisse, weil ich sagen muß, je mehr Ellen ich kaufe, eine desto größere Summe muß ich dafür bezahlen.

2) Man setze also an die Stelle der beiden ersten Glieder der Proportion 3 Ellen und 36 Ellen, und der Ordnung nach an die Stelle der beiden letzten Glieder die entsprechenden Werthe; daher

3 Ellen : 36 Ellen = 18 fl. : x fl.;

3) Man lasse dem Gesagten gemäß die Benennungen „Ellen und Gulden" weg, und schreibe die Proportion in unbenannten Zahlen an:

$$3 : 36 = 18 : x;$$

4) Weil hier das vierte Glied fehlt, so multiplizire man die mittleren Glieder, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede, d. h., $x = \frac{36 \times 18}{3} = 216$; daher kosten nun 36 Ellen 216 fl.

Probe:

Man nehme eine jener benannten Zahlen, die vorhin bekannt war, als unbekannt an, z. B. 3 Ellen, und man hat diese Aufgabe aufzulösen:

Um 216 fl. bekommt man 36 Ellen einer gewissen Waare, wie viel Ellen der nämlichen Waare erhält man um 18 fl.?

Auflösung:

Weil die Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, so setze man diese Proportion an:

216 fl. : 18 fl. = 36 Ellen : x Ellen,

daher auch 216 : 18 = 36 : x;

weßwegen $x = \frac{18 \times 36}{216} = 3$, d. h., um 18 fl. bekommt man unter dieser Bedingung 3 Ellen der nämlichen Waare. Man ersieht nun die Richtigkeit der ersten Auflösung daraus, daß man jene Größe wieder gefunden hat, die man bei der Probe als unbekannt angenommen hat.

II. Beispiel:

Wie viel Gulden kosten 7 Loth Gewürz, wenn ½ Pfund Gewürz 5 fl. kostet?

Auflösung:

1) Die Größen stehen hier zusammen im geraden Verhältnisse, indem die zu bezahlende Summe desto größer ist, je mehr Gewürz gekauft wird; man erhält also diese Proportion:

$\frac{1}{2}$ Pf. Gew. : 7 Loth Gew. = 5 fl. : x fl.;

2) Damit das Verhältniß der beiden ersten Größen durch das Verhältniß blosser Zahlen ausgedrückt werden kann, reduzire man die beiden Glieder des ersten Verhältnisses so, daß sie gleichnamig werden, und dadurch die Größen durch einerlei Maaß bestimmt sind.

Es gibt $\frac{1}{2}$ Pfund 16 Loth, da 1 Pfund 32 Loth hat (I. §. 85. Tab. A.), daher verhalten sich

16 L. Gew. : 7 L. Gew. = 5 fl. : x fl.,

16 : 7 = 5 : x,

und deßwegen ist $x = \frac{7 \times 5}{16} = {}^{35}/_{16} = 2^{3}/_{16}$ fl.

Den Bruch $^{3}/_{16}$ fl. reduzire man auf Kreutzer, man erhält $11^{1}/_{4}$ kr. = 11 kr. 2 Häll. (I. §. 90.); es kosten also 7 Loth Gewürz 2 fl. 11 kr. 2 Häll.

Die Probe wird hier eben so, wie im vorigen Beispiele, gemacht.

§. 62.

V. Aufgabe, zu drei gegebenen benannten Zahlen die vierte zu finden, wenn vorausgesetzt wird, daß die Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse stehen.

Auflösung:

Findet man durch die angestellte Vergleichung, daß die Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse stehen, so suche man das unbekannte Glied der Proportion auf folgende Weise:

1) Weil in diesem Falle die beiden ersten Theile mit den korrespondirenden Theilen umgekehrt proportionirt sind, so ordne man in der Propor-

tion die Größen so, daß die gleichartigen immer zusammen in das nämliche Verhältniß kommen, und zugleich dem ersten Gliede das vierte, und dem zweiten das dritte entspricht;

2) Wenn die gleichartigen Größen noch nicht gleichnamig sind, so reduzire man sie, damit sie durch das nämliche Maaß ausgedrückt werden, und somit ihre Größe durch das Verhältniß blosser Zahlen dargestellt werden kann.

Diese Reduktion geschieht hier ebenfalls nur in jenem Verhältnisse, wo die beiden Glieder bekannt sind. In jenem Verhältnisse hingegen, wo das unbekannte Glied vorkommt, drückt dieses Einheiten jener Benennung aus, die das darin vorkommende bekannte Glied bezeichnet.

3) Hat man auf diese Weise die Proportion auf eine Proportion von blossen Zahlen reduzirt, so suche man nach Vorschrift des §. 55. b. das unbekannte Glied.

I. Beispiel:

Wenn 200 Menschen einen gewissen Vorrath von Lebensmitteln in 8 Monaten aufzehren, wann werden denselben 400 Menschen aufzehren?

Auflösung:

1) Die Größen stehen hier im umgekehrten Verhältnisse, weil mehrere Personen den nämlichen Vorrath von Lebensmitteln in einer kürzeren Zeit aufzehren werden; um deßwillen sind dieselben zu einander umgekehrt proportionirt;

2) Man setze also die Proportion so an, daß die gleichartigen Größen jederzeit die Glieder des nämlichen Verhältnisses bilden, daher erhält man diese Proportion:

200 P. : 400 P. = x M. : 8 M.

3) Die Proportion dieser benannten Zahlen bringe

man auf eine Proportion blosser Zahlen (§. 50. d.), man erhält:

$$200 : 400 = x : 8.$$

Daher ist $x = \frac{200 \times 8}{400} = 4$ (§. 55. b.), d. h., in 4 Monaten werden 400 Personen diesen Vorrath von Lebensmitteln aufzehren.

Probe:

Zur Probe nehme man eine jener Größen, welche bei der ersten Aufgabe gegeben war, als unbekannt an, etwa 200 Menschen; man hat nun diese Aufgabe aufzulösen:

Mit einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln können 400 Personen 4 Monate hindurch ernährt werden; wie viele Personen können damit 8 Monate hindurch ernährt werden?

Auflösung:

1) In einer kürzeren Zeit können vom nämlichen Vorrathe von Lebensmitteln mehrere Menschen ernähret werden; die Größen stehen also zusammen im umgekehrten Verhältnisse und müssen deßhalb auf folgende Weise als Glieder der Proportion gesetzt werden:

$$4 \text{ M.} : 8 \text{ M.} = x \text{ P.} : 400 \text{ P.}$$

2) Bringt man diese Proportion auf eine Proportion mit unbenannten Zahlen, und sucht man nach der bekannten Regel das dritte Glied, so erhält man 200, indem $x = \frac{4 \times 400}{8} = 200$, d. h., von diesem Vorrathe können 200 Menschen 8 Monate hindurch ernährt werden; weßhalb die vorhin angestellte Berechnung richtig ist.

II. Beispiel:

Von einem Stück Tuche, das 10 Viertel Ellen breit ist, gehören zu einem gewissen Kleide $4\frac{1}{2}$ Ellen; wie viel Ellen sind dazu nöthig, wenn das Stück Tuch nur 2 Ellen breit ist?

Auflösung:

1) Je breiter das Tuch ist, desto weniger Ellen hat man zum nämlichen Kleide nöthig; diese Größen stehen also zusammen im umgekehrten Verhältnisse, weßhalb man diese Proportion erhält:

10 Vrtl. : 2 Ell. = x Ell. : $4\frac{1}{2}$ Ell.;

2) Weil die Glieder des ersten Verhältnisses ungleichnamig sind, so reduzire man die ganzen Ellen auf Viertel, oder diese auf ganze Ellen, es geben 2 Ellen 8 Viertel, daher verhalten sich

10 Vrtl. : 8 Vrtl. = x : $4\frac{1}{2}$ Ell.

3) Läßt man in beiden Verhältnissen die beigesetzten Benennungen weg, so erhält man $5\frac{5}{8}$ Ellen, d. h., dann sind zum nämlichen Kleide $5\frac{5}{8}$ Ellen nöthig; indem $x = (10 \times 4\frac{1}{2}) : 8 = (4\frac{1}{2} \times 10) : 8 = \frac{45}{8} = 5\frac{5}{8}$.

Die Probe wird hier eben so, wie im vorigen Beispiele, gemacht.

I. Zusatz: Weil bei diesen Aufgaben die Auflösung dadurch geschieht, daß die Größen, welche zusammen in einem geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehen, in eine Proportion gesetzt werden, wo allezeit vier Glieder vorkommen, und aus drei bekannten Gliedern in Gemäßheit der aufgestellten Regeln das unbekannte Glied, es mag an der dritten oder vierten Stelle stehen, gefunden werden kann, so nennt man dieselben Aufgaben der Regel Detri, gleichwie die Regel, nach welcher die Auflösung geschieht, die Regel Detri (Regula de tribus Terminis, regula aurea ihrer Brauchbarkeit wegen) genannt wird.

II. Zusatz: Man unterscheidet die ordentliche oder gerade Regel Detri (Regula trium directa), und die verkehrte oder umgekehrte Regel Detri (Regula trium inversa), je nachdem die Größen zusammen im geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehen; dieser Unterschied bezieht sich aber nur, wie es aus den in diesem und in dem vorigen §. angeführten Auflösungen ersichtlich ist, auf die Ordnung der Glieder, und nicht auf die Regel selbst,

indem bei der geraden Regel Detri die unbekannte Größe an die vierte Stelle der Proportion, hingegen aber bei der umgekehrten, an die dritte Stelle zu stehen kommt.

III. Zusatz: Man kann beide Verhältnisse umkehren, ohne daß die Gleichheit derselben aufgehoben wird; hat man z. B. die Proportion „2 : 4 = 8 : 16", so kann man auch mit Wahrheit sagen 4 : 2 = 16 : 8, indem 2 mit 4 dividirt den Quotienten $^2/_4 = ^1/_2$, und 8 mit 16 dividirt zum Quotienten $^8/_{16}$, somit ebenfalls die Zahl $^1/_2$ gibt, und also die Proportion nicht verändert worden ist.

Will man daher bei der umgekehrten Regel Detri die unbekannte Größe an der vierten Stelle haben, so kehre man die Verhältnisse um, indem man bei beiden das Vorderglied an die Stelle des Hintergliedes, und dieses an die Stelle des Vordergliedes setzt; das vierte unbekannte Glied wird dann dadurch gefunden, daß man das Produkt der mittleren Glieder mit dem ersten Gliede dividirt, während in diesem Falle ebenfalls wieder dem ersten Gliede das vierte und dem zweiten das dritte Glied entspricht.

Es sei z. B. die Aufgabe gegeben: „600 Personen vollenden ein gewisses Geschäft in 8 Monaten; wie viele Monate werden dazu 1200 Personen verwenden?

Verfährt man nun, indem die Größen im umgekehrten Verhältnisse stehen, nach Vorschrift dieses §., so erhält man diese Proportion:

600 P. : 1200 P. = x M. : 8 M.,
daher 600 : 1200 = x : 8.

Suchet man den aufgestellten Regeln gemäß x, so erhält man 4 Monate, indem $x = \frac{600 \times 8}{1200} = 4$.

Kehrt man hingegen die Proportion um, um die unbekannte Größe an die vierte Stelle zu bringen, so erhält man diese Proportion:

1200 P. : 600 P. = 8 M. : x M.,
daher 1200 : 600 = 8 : x.

Sucht man nun wieder x, so erhält man das nämliche Resultat, indem auch hier $x = \frac{600 \times 8}{1200}$ $= 4$.

Es werden also 1200 Personen zu diesem Geschäfte 4 Monate verwenden.

IV. Zusatz: Ordnet man bei der geraden und verkehrten Regel Detri die Glieder so, daß an der vierten Stelle jederzeit die unbekannte Größe steht, so nehmen die bei der geraden Regel Detri vorkommenden Größen in der Proportion folgende Stellen ein:

An der vierten Stelle steht die unbekannte Größe, an der dritten die mit ihr gleichartige bekannte Größe, an der zweiten jene Größe, welcher die unbekannte Größe entspricht, durch die somit diese letztere bestimmt wird, und endlich an der ersten Stelle steht jene Größe, welcher die an der dritten Stelle stehende Größe entsprechend ist, und welche somit diese letztere bestimmt (§. 61. I. u. II. Beisp.).

Bei der umgekehrten Regel Detri hingegen, im Falle das unbekannte Glied an der vierten Stelle steht, nehmen die vorkommenden Größen in der Proportion folgende Stellen ein:

An der vierten Stelle steht die unbekannte Größe, an der dritten die mit ihr gleichartige bekannte Größe, an der zweiten Stelle jene Größe, welche die an der dritten Stelle vorkommende Größe bestimmt, und endlich an der ersten Stelle steht jene Größe, welche die unbekannte Größe bestimmt, und der somit diese letztere entsprechend ist (§. 62. Zus. III.).

V. Zusatz: In den bisher für die beiden Fälle, wo die Größen zusammen im geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehen, angeführten Beispielen war immer die Voraussetzung, daß die gesuchte Größe mit

der ihr gleichartigen eine gleiche Benennung habe, weßhalb nur verlangt wurde, daß in jenem Verhältnisse, wo die beiden bekannten benannten Zahlen vorkommen, dieselben, im Falle sie nicht gleichnamig sind, reduzirt werden sollen.

Sind aber andere Einheiten zu finden, als in der Bedingung angegeben sind, so müssen dann auch die Glieder jenes Verhältnisses, wo x vorkommt, dadurch gleichnamig gemacht werden, daß man die darin vorkommende bekannte benannte Zahl auf solche Einheiten reduzirt, die mit den gesuchten Einheiten gleichnamig sind (I. §. 90. u. §. 91.).

Es sei z. B. die Aufgabe gegeben: Wie viel Gulden kosten 6 Zentner einer gewissen Waare, wenn ein Loth davon 4 Häller kostet? In dieser Aufgabe verlangt man den Werth der angekauften Waare in Gulden, und in der Bedingung kommen nur Häller vor; daher reduzire man die Häller auf Gulden, dieselben geben $\frac{1}{120}$ fl., zugleich reduzire man auch die Zentner auf Loth, oder diese auf Zentner, es ist 1 Loth = $\frac{1}{3200}$ Zentner.

Daher erhält man nun die Aufgabe, welche den im §. 61. aufgestellten Regeln gemäß aufgelös't wird: „Wenn $\frac{1}{3200}$ Zentner $\frac{1}{120}$ fl. kostet, wie viel Gulden kosten 6 Zentner?

Anmerkung: 1) Wie die Auflösung solcher Aufgaben geschieht, bei welchen in dem nämlichen Gliede Einheiten verschiedenen Ranges, z. B. Gulden, Kreutzer und Häller vorkommen, wird in den folgenden §§. gezeigt werden.

2) Es wäre hier der Ort, wo auch die Auflösung der Aufgaben der so genannten zusammengesetzten Regel Detri gezeigt werden sollte. Da sich aber sowohl diese Aufgaben, als auch jene der einfachen Regel Detri mittels des reesischen Ansatzes und der Kettenregel auf eine einfache Weise auflösen lassen, so wird davon in den folgenden Abschnitten ausführlich die Rede sein, und da zugleich die Anwendung der Regel Detri auf mehrere im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle gemacht werden.

3) Die ausführliche Lehre von den arithmetischen und geometrischen Verhältnissen und Proportionen

kommt in dem IV. Theile dieses Lehrbuches bei der Buchstabenrechnung vor. Gegenwärtig führe ich aus derselben ohne Angabe der allgemein giltigen Beweise nur das an, was der Schüler wissen muß, um bei der Auflösung der Aufgaben der so genannten Regel Detri die vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen anwenden zu können.

§. 63.

Wiederholung in Fragen.

1) Was nennt man ein arithmetisches, und was ein geometrisches Verhältniß; wodurch unterscheiden sich diese zwei Verhältnisse von einander?

2) Was versteht man unter dem Vorder- und Hintergliede, und was unter dem Exponenten sowohl des arithmetischen, als auch des geometrischen Verhältnisses?

3) Welches Zeichen hat man zur Bezeichnung des arithmetischen und des geometrischen Verhältnisses eingeführet?

4) Warum müssen beim arithmetischen und geometrischen Verhältnisse die Glieder gleichartig sein?

5) Aus welchem Grunde ist das arithmetische und geometrische Verhältniß zweier gleichartigen, durch einerlei Maaß bestimmten Größen dem Verhältnisse jener Zahlen gleich, die ihre Größe ausdrücken?

6) Wie erhält man beim arithmetischen und geometrischen Verhältnisse den Exponenten des Verhältnisses, und wie erkennt man, ob zwei oder mehrere arithmetische und geometrische Verhältnisse einander gleich oder ungleich sind?

7) Warum bleibt das geometrische Verhältniß unverändert, wenn man die beiden Glieder desselben mit der nämlichen Zahl multiplizirt, oder dividirt; nach welcher Regel kann man das geometrische Verhältniß zweier Brüche, die Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, auf das Verhältniß ganzer Zahlen zurückführen?

8) Was ist die arithmetische und geometrische Proportion; welche Glieder werden die äusseren und die mitt-

leren, und welche die homologen oder gleichnamigen Glieder genannt?

9) Welche arithmetische und geometrische Proportion wird stättig und welche dißkret genannt?

10) Nach welcher Regel erhält man bei einer arithmetischen dißkreten Proportion, wie auch bei einer stättigen arithmetischen Proportion das unbekannte Glied?

11) Wie findet man bei einer dißkreten geometrischen Proportion das unbekannte Glied, wenn dasselbe ein äußeres oder mittleres Glied ist?

12) Woher kann man bei vier gegebenen unbenannten Zahlen erkennen, ob sie der Ordnung nach eine arithmetische oder geometrische Proportion bilden oder nicht?

13) Was nennt man eine Gleichung, und nach welcher Regel können alle arithmetischen und geometrischen Proportionen in Gleichungen verwandelt werden?

14) Was will dieses sagen, zwei Dinge stehen zusammen in einem mathematischen Verhältnisse, und wann stehen zwei Größen zusammen in einem geraden oder verkehrten Verhältnisse?

15) Nach welchen Regeln wird zu drei gegebenen benannten Zahlen die vierte gefunden, wenn vorausgesetzt wird, daß die Größen im geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehen?

16) Was versteht man unter der geraden, und was unter der verkehrten Regel Detri; warum wird dieselbe Regel Detri (Regula de tribus terminis) genannt?

§. 64.

Beispiele zur Uibung.

I.

Jemand bezieht in dem ersten Jahre 2470 fl., und in dem zweiten 1843 fl.; wie groß ist demnach davon der mittlere Betrag, da es bekannt ist, daß derselbe das mittlere Glied jener stättigen arithmetischen Proportion bildet, wo die beiden gegebenen Zahlen die äußeren Glieder sind?

II.

Nach einigen Angaben hält die Länge der Erdachse

1716, und jene des Durchmessers des Aequators 1721 geographische Meilen; wie groß ist nun die arithmetische Mittelzahl zwischen diesen beiden Größen?

III.

Es ist bekannt, daß ein Stein im freien Falle in der ersten Sekunde beinahe 15 Pariser Fuß, und in jeder folgenden Sekunde um 30 Fuß mehr, als in der unmittelbar vorhergehenden, zurücklegt, und somit die in den ersten 3 Sekunden durchlaufenen Räume der Ordnung nach eine stättige arithmetische Proportion bilden. Wie weit fällt demnach der Stein in der dritten Sekunde, da er in der ersten 15, und in der zweiten 45 Fuß zurücklegt?

IV.

Der Planet Ceres, welcher den 1. Januar 1801 von dem Astronomen Herrn Dr. Piazzi entdeckt wurde, ist zur Zeit seiner Zusammenkunft mit der Sonne 79'000.000, hingegen aber in seinem Gegenscheine mit derselben nur 37'000.000 Meilen von der Erde entfernt; welche ist demnach die arithmetische Mittelzahl dieser beiden Entfernungen?

V.

Wenn 4 Zentner einer gewissen Waare 304½ fl. kosten, was kosten 18 Ztn. der nämlichen Waare?

VI.

Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins geben, welchen Zins geben 6425 fl.?

VII.

Wenn 18 Personen eine gewisse Arbeit in 10 Monaten verrichten, wenn werden diese Arbeit 12 Personen verrichten?

VIII.

Aus vorgenommenen Versuchen und Beobachtungen weiß man, daß die Bewegung des Schalles, der in einer Sekunde, im Falle die Luft ruhig ist, 173 Toi-

sen, oder 1037 Pariser Fuß zurücklegt, gleichförmig, und somit die Zeit der Bewegung mit den zurückgelegten Weiten gerade proportionirt ist.

Uiberdieß bewegt sich das Licht mit einer sehr großen Geschwindigkeit, indem sich dasselbe in einer Sekunde 72420 Meilen fortpflanzt; um deßwillen darf man ohne einen merklichen Fehler immerhin annehmen, daß der Donnerknall in dem nämlichen Augenblicke in einer Wolke erzeugt werde, da man den Blitz sieht.

Wenn nun eine Person von jener Zeit an, als sie den Blitz gesehen hat, 12 Sekunden zählet, bis sie den Donnerknall höret, wie weit ist dann die Wetterwolke von derselben entfernt.

IX.

Es wird in der Mechanik bewiesen, daß am geradlinigten Hebel die beiden Kräfte mit ihren Entfernungen vom Ruhepunkte umgekehrt proportionirt sind.

Wie schwer muß demnach ein Gewicht sein, wenn es mit einer Last von 4 Zentner im Gleichgewichte stehen soll, und vorausgesetzt wird, daß der Ruhepunkt von der Richtung der Last 2 baier. Fuß, hingegen aber von der Richtung des Gewichtes 3 solche Fuß entfernt ist?

X.

Wird die Höhe zweier Gegenstände, und zugleich ihr Schatten an dem nämlichen Orte, und zur nämlichen Zeit gemessen, so darf man annehmen, daß die beiden ersten Zahlen, welche die Höhen bezeichnen, mit den beiden anderen, welche die Größe des Schattens ausdrücken, gerade proportionirt sind.

Welche Höhe hat demnach ein Thurm, dessen Schatten 600 baier. Fuß lang ist, wenn ein 6 Fuß langer Stab einen Schatten von 9 solchen Schuhen wirft?

II. Abschnitt.

Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der sogenannten Regel Detri nach der reesischen Verfahrungsweise und der Kettenregel, und zugleich nach dem Proportional-Ansatze.

I.

Einige Erklärungen und Aufgaben in Absicht auf den reesischen Ansatz.

§. 65.

Reesischer Ansatz

wird jener Ansatz genannt, bei welchem ein Produkt dem andern gleich gesetzt wird, und anstatt des gewöhnlichen Gleichheitszeichens ein Vertikalstrich gezogen wird, während die Faktoren der Produkte, anstatt sie mit dem gewöhnlichen Multiplikationszeichen zu verbinden, unter einander gesetzt werden.

Weil man sich dieses Ansatzes mehrentheils nur in jenen Fällen bedient, wo die geometrische Proportion in eine Gleichung verwandelt ist, so kann der reesische Ansatz auch jener Ansatz genannt werden, wo das Produkt der äußeren Glieder der geometrischen Proportion jenem der mittleren Glieder mittels des Vertikalstriches gleich gesetzt wird (§. 56. a.).

Derselbe ist demnach nichts anders, als der Ausdruck einer Gleichung; alle links stehenden Zahlen mit einander multiplizirt geben das erste Produkt, und die rechts stehenden Zahlen ebenfalls mit einander multiplizirt geben das zweite Produkt, welches dem ersten gleich ist.

Es ist z. B. die Proportion gegeben:

$$3 : 6 = 4 : 8.$$

Verwandelt man diese Proportion in eine Gleichung, indem man das Produkt der äußeren Glieder gleich setzt jenem der mittleren Glieder, so erhält man:

$$3 \times 8 = 6 \times 4.$$

Diese Gleichung setze man reesisch an, indem man anstatt des Gleichheitszeichens den Vertikalstrich zieht, und die Faktoren der beiderseitigen Produkte unter einander schreibt, man erhält:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 6 \\ 8 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Eine solche Gleichung, welche in reesischer Form dargestellt wird, wird wieder, wie vorhin, gelesen, nämlich „3 multiplizirt mit 8 ist gleich (äqual) 6 multiplizirt mit 4."

Die Benennung „*reesischer Ansatz* — *reesische Regel*" ist von dem Namen des *Herrn von Rees*, eines Holländers, hergenommen.

Zusatz: Alle Aufgaben, bei welchen durch die Anwendung der Lehre von den geometrischen Proportionen aus dem Verhältnisse der unbekannten Größen zu gewissen bekannten Größen erstere gefunden werden, nennt man überhaupt *Aufgaben der Regel Detri*.

Dabei gibt es verschiedene Verfahrungsweisen, indem man bald auf diesem bald auf einem andern Wege das verlangte Resultat zu finden suchte.

Ich werde davon nur die Auflösung nach dem *reesischen Ansatze* und der *Kettenregel*, und nach dem *Proportional-Ansatze* anführen. Beim reesischen Ansatze wird zugleich die Kettenregel benützt, wenn man beim Ansatze darauf sieht, daß man links oben und rechts unten gleiche Benennung bekommt, und man immer auf einer Seite mit der nämlichen Benennung anfängt, mit der man auf der anderen aufhörte.

Die reesische und die Kettenregel ist äußerst bequem und einfach, wie man aus den folgenden Abschnitten ersehen wird, und dient somit dazu, um geschwind die vorgelegten Aufgaben aufzulösen. Der Proportional-Ansatz ist mehr dazu geeignet, um sich bei demselben in den Stand zu versetzen, die Gründe des Verfahrens einzusehen, welches einigermaaßen schon jetzt geschehen kann, wiewohl es hier der Zweck nicht ist, die Sache wissenschaftlich zu begründen; indem die Form der

Proportion beibehalten, und somit dabei die Auflösung unmittelbar nach den von den Proportionen aufgestellten Lehrsätzen geschieht.

§. 66.

I. **Aufgabe**, beim reesischen Ansatze zu verkleinern.

Auflösung:

Weil beim reesischen Ansatze mittels des Vertikalstriches ein Produkt dem andern gleich gesetzt wird, und Gleiches mit Gleichem dividirt wieder Gleiches gibt (I. §. 62. I.), so kann man immerhin auf beiden Seiten mit der nämlichen Zahl dividiren, ohne daß die Gleichheit der Produkte aufgehoben wird.

Dadurch geschieht eine ähnliche Veränderung, wie bei der Verkleinerung der Brüche, welche auf eine kleinere Benenuung gebracht werden, wenn man sie, ohne ihren Werth zu verändern, in kleineren Zahlen ausdrückt (§. 13.).

Die Verkleinerung beim reesischen Ansatze geschieht auf folgende Weise:

1) Durch Hilfe der im §. 11. aufgestellten Regeln suche man immerhin eine Zahl, mit welcher man einen Faktor, welcher zur linken Seite steht, und zugleich einen zur rechten Seite stehenden Faktor ohne Rest dividiren kann;

2) Mit dieser Zahl dividire man wirklich auf beiden Seiten, streiche die Zahlen, die man dividirt, aus, und setze an ihre Stelle die erhaltenen Quotienten.

Der Quotient 1, welcher als Faktor nichts multiplizirt (I. §. 61. Zus. II.), wird nicht angeschrieben, außer zuletzt, wenn keine andere Zahlen mehr vorhanden sind.

Man kann deßhalb auf beiden Seiten gleich viele Nullen und die nämlichen Zahlen ausstreichen, indem dieses dann eben so viel ist, als auf

beiden Seiten mit 10, 100, 1000 ꝛc. oder mit den ausgestrichenen Zahlen dividiren; wäre dann in diesem Falle zuletzt keine andere Zahl mehr vorhanden, so müßte wieder 1 als Quotient geschrieben werden.

I. Beispiel:

Es komme bei Auflösung einer Aufgabe dieser Ansatz vor:

x	36000
400	20

Man streiche auf beiden Seiten, um die erwähnte Verkleinerung vorzunehmen, zwei Nullen aus, und dividire dann beiderseits mit 4, man erhält diesen Ansatz:

x	90
1	20

II. Beispiel:

Es seien beim nachstehenden Ansatze die möglichen Verkleinerungen vorzunehmen:

x	15
40	20
10	8
1	2
40	50
3	4
20	30
17	19
11	23

Nimmt man hier die möglichen Verkleinerungen vor, indem man beiderseits gleich viel Nullen ausstreicht, dann mit den Zahlen 3, 4, 5 ꝛc. dividirt, so erhält man diesen Ansatz:

x	3
17	5
11	2
	19
	23

§. 67.

II. Aufgabe, beim reesischen Ansatze die Brüche aufzuheben.

Auflösung:

Kommen beim reesischen Ansatze Brüche vor, so werden dieselben nach folgenden Regeln aufgehoben:

1) Sind die vorkommenden Brüche gemischte Brüche, so richte man sie nach Vorschrift des §. 28. allererst ein;

2) Die Nenner aller ungemischten, und der gemischten Brüche, welche nach Vorschrift des so eben erwähnten §. eingerichtet, und dadurch ebenfalls in der Gestalt ungemischter Brüche dargestellt werden, streiche man auf jener Seite, wo die Brüche stehen, aus, und setze sie auf der andern Seite als Faktoren an eine beliebige Stelle, indem man bei der Multiplikation die Stellen der Faktoren verwechseln kann.

Beispiel:

Es sollen im nachstehenden Ansatze die Brüche aufgehoben werden:

x	$4\frac{1}{2}$
$6\frac{2}{3}$	$8\frac{4}{5}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{9}$

Weil in Gemäßheit des angeführten §., wenn man diese Brüche einrichtet, $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, dann $6\frac{2}{3} = \frac{20}{3}$, und $8\frac{4}{5} = \frac{44}{5}$, so schreibe man anstatt der gemischten Brüche die neuen Brüche, in welche sie durch das Einrichten verwandelt wurden:

x	$\frac{9}{2}$
$\frac{20}{3}$	$\frac{44}{5}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{9}$

Die auf der linken Seite stehenden Nenner 3 und 7 setze man auf die rechte Seite hinüber, und die rechts vorkommenden Nenner 2, dann 5 und 9 setze man auf die linke Seite.

Da man öfters die Nenner nicht mehr unter die auf jeder Seite schon vorhandenen Faktoren setzen kann, so schreibe man sie neben dieselben hin, und trenne sie davon der Deutlichkeit wegen durch einen Punkt:

x	9
2 . 20	44 . 3
5 . 3	5 . 7
9	

§. 68.

III. Aufgabe, die beim reesischen Ansatze vorkommende unbekannte Größe zu finden.

Auflösung:

1) Kommen beim reesischen Ansatze gemeine Brüche vor, so hebe man dieselben nach Vorschrift des vorigen §. auf;

2) Dann nehme man zugleich nach §. 66. die möglichen Verkleinerungen vor;

3) Weil die unbekannte Grösse x bei den Aufgaben der Regel Detri, im Falle dieselben mittels des reesischen Ansatzes aufgelöset werden, immerhin zur linken Seite steht, so multiplizire man alle rechtsstehenden Zahlen nach den im ersten Theile im §. 57. aufgestellten Regeln mit einander;

4) Eben so multiplizire man auch alle bei x zur linken Seite stehenden bekannten Zahlen mit einander;

5) Endlich dividire man das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden, man erhält zum Quotienten die gesuchte unbekannte Größe x; bekommt man dadurch einen unächten Bruch, so ziehe man auch die Ganzen heraus.

Im I. Beispiele des §. 66. ist x = 1800; indem mittels der vorgenommenen Verkleinerung der gegebene Ansatz in diesen Ansatz verwandelt wurde:

$$\begin{array}{r|l} x & 90 \\ 1 & 20 \end{array}$$

daher ist $x = \frac{90 \times 20}{1} = {}^{1800}/_{1} = 1800.$

Im II. Beispiele des nämlichen §. ist $x = 70^{20}/_{187}$; indem der gegebene Ansatz in diesen verwandelt wurde:

$$\begin{array}{r|l} x & 3 \\ 17 & 5 \\ 11 & 2 \\ & 19 \\ & 23 \end{array}$$

daher ist $x = \frac{3 \,.\, 5 \,.\, 2 \,.\, 19 \,.\, 23}{17 \,.\, 11} = {}^{13110}/_{187} = 70^{20}/_{187}.$

Nimmt man im Beispiele des §. 67., wo die Brüche aufgehoben worden sind, auch die möglichen Verkleinerungen nach §. 66. vor, so erhält man nachstehenden Ansatz, wo die unbekannte Größe x gleich $7^{7}/_{10}$ ist:

$$\begin{array}{r|l} x & 11 \\ 2 & 7 \\ 5 & \end{array}$$

daher ist $x = \frac{11 \,.\, 7}{2 \,.\, 5} = {}^{77}/_{10} = 7^{7}/_{10}.$

§. 69.

IV. Aufgabe, die gemeinen Brüche mittels des reesischen Ansatzes mit einander zu multipliziren.

Auflösung:

Weil die Faktoren mit einander multiplizirt das Produkt geben, so ist dieses immerhin sämmtlichen Faktoren mit einander multiplizirt gleich.

Um demnach die gemeinen Brüche reesisch mit einander zu multipliziren, verfahre man nach folgenden Regeln:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, setze links den Buchstaben x, welcher einsweilen das gesuchte Produkt ausdrückt, und setze alle Faktoren, die mit einander multiplizirt werden sollen, auf die rechte Seite;

3) Nun hebe man die Brüche auf, indem man die ungemischten vorhin einrichtet, alle Nenner ausstreichet, und sie auf die linke Seite herüber setzet (§. 67.);

4) Man nehme nach §. 66. die möglichen Verkleinerungen vor, und suche nach Vorschrift des vorigen §. die unbekannte Größe x, welche das verlangte Produkt ausdrückt.

I. Beispiel:

Es sei $8\frac{3}{7}$ mit $9\frac{3}{4}$ zu multipliziren (§. 37.).

Auflösung:

Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links x, und rechts die beiden gegebenen Brüche unter einander:

x	$8\frac{3}{7}$
	$9\frac{3}{4}$

2) Man hebe die Brüche auf, und suche dann die Größe x, welche das verlangte Produkt ausdrückt:

x	$\frac{59}{7}$
	$\frac{39}{4}$

x	59
7	39
4	

daher ist $x = \frac{59 \cdot 39}{7 \cdot 4} = \frac{2301}{28} = 82\frac{5}{28}$.

II. Beispiel:

Man multiplizire die Brüche $2\frac{1}{2}$, $3\frac{2}{5}$, $4\frac{5}{7}$ mit einander (§. 38. Beisp. II.).

Auflösung:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links x, und rechts die drei gegebenen Faktoren:

x	$2\frac{1}{2}$
	$3\frac{2}{5}$
	$4\frac{5}{7}$

2) Man hebe die Brüche auf, indem man sie einrichtet, und die Nenner auf die linke Seite setzet, und nehme dann die möglichen Verkleinerungen vor:

x	5
2	17
5	33
7	

x	
2	17
7	33

daher ist $x = \frac{17 \cdot 33}{2 \cdot 7} = {}^{561}/_{14} = 40^{1}/_{14}$.

§. 70.

V. Aufgabe, gemeine Brüche mittels des reesischen Ansatzes mit einander zu dividiren.

Auflösung:

Weil der Quotient ausdrückt, wie oft der Divisor im Dividend enthalten ist, so erhält man immer wieder den Dividend, wenn man den Quotienten mit dem Divisor, oder diesen mit jenem multiplizirt (I. §. 61. Zus. I.); daher geschieht die Division durch Hilfe des reesischen Ansatzes nach folgenden Regeln:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, setze links den gesuchten Quotienten, den man mit x ausdrückt, und den gegebenen Divisor darunter, und dann zur rechten Seite den Dividend;

2) Man hebe den aufgestellten Regeln gemäß die Brüche auf, verkleinere, wenn es angeht, und suche die unbekannte Größe x.

Beispiel:

Es sei der Bruch $6^{1}/_{2}$ mit $4^{2}/_{3}$ zu dividiren (§. 41. Beisp. III.).

Auflösung:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, setze links x sammt dem Divisor $4^2/_3$, und rechts hinüber den Bruch $6^1/_2$, welcher der Dividend ist:

$$\begin{array}{r|l} x & 6^1/_2 \\ 4^2/_3 & \end{array}$$

2) Man hebe die Brüche auf, und suche dann den Quotienten:

$$\begin{array}{r|l} x & 13 \\ 14 & 3 \\ 2 & \end{array}$$

daher ist $x = \frac{13 \cdot 3}{14 \cdot 2} = {}^{39}/_{28} = 1^{11}/_{28}$.

§. 71.

Bedingungsglieder, Frageglieder.

Wenn ich z. B. auch weiß, daß die Menge der angekauften Waare mit der dafür zu leistenden Bezahlung im geraden Verhältnisse ist, so kann ich daraus noch nicht berechnen, was 30 Ellen dieser Waare kosten werden, wenn ich nicht vorhin weiß, was ein bestimmtes Maaß derselben, etwa 1 Elle, oder ½ Elle, oder ¼ Elle rc. kostet.

Es muß demnach jeder Aufgabe eine Bedingung zum Grunde liegen, durch welche das Unbekannte so bestimmt ist, daß man es mittels der gesetzten Bedingung zu finden in den Stand versetzt ist; um deßwillen werden

a) jene Größen **Bedingungsglieder** genannt, welche zum voraus gegeben werden, um mittels derselben die unbekannte Größe zu finden;

b) Im Gegentheile nennt man aber die unbekannte Größe selbst, und diejenigen Größen, denen sie unter der gesetzten Bedingung entsprechend ist, **Frageglieder**.

Es sei die Aufgabe gegeben: „Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre 10 fl. Zins geben, welchen Zins geben 6000 fl. Kapital in 2 Jahren?“ In dieser Auf-

gabe sind die Größen „200 fl. Kap., 1 Jahr, 10 fl. Zins" die Bedingungsglieder, hingegen aber „6000 fl. Kap., 2 Jahr, x Zins" die Frageglieder; die ersteren drücken die Bedingung aus, unter welcher für das Kapital von 6000 fl., das 2 Jahr verzinset wird, die Größe des Zinses gefunden werden soll.

In den im §. 61. angeführten beiden Beispielen der geraden Regel Detri sind jedesmal die beiden Bedingungsglieder an der ersten und dritten Stelle, hingegen aber die beiden Frageglieder an der zweiten und vierten Stelle der Proportion.

In dem im III. Zusatze des §. 62. angeführten Beispiele der umgekehrten Regel Detri bilden die beiden Bedingungsglieder für jenen Fall, wo die unbekannte Größe an der dritten Stelle steht, die äußeren, und die beiden Frageglieder die mittleren Glieder der Proportion; in jenem Falle aber, wo die bekannte Größe an der vierten Stelle steht, sind die Bedingungsglieder die mittleren, und die beiden Frageglieder die äußeren Glieder.

§. 72.

Ursachen, Wirkungen.

Nimmt man das Wort Ursache (Causa) in jenem weiter ausgedehnten Sinne, nämlich für alles dasjenige, woraus man erkennt, daß ein Ding gerade so groß ist, oder warum es gerade diese, und keine andere bestimmte Größe habe, und das Wort Wirkung (Effectus) für dasjenige, dessen Größe durch das erstere bestimmt wird, so können bei den Aufgaben der Regel Detri diejenigen Größen, welche die anderen bestimmen, Ursachen, und die durch sie bestimmten Größen Wirkungen genannt werden.

In dem im vorigen §. angeführten Beispiele bestimmt das Kapital und die Zeit die Größe des Zinses, es sind somit die beiden ersten Größen die Ursachen, hingegen aber der durch sie bestimmte Zins wird die diesen Ursachen entsprechende Wirkung genannt.

Anmerkung: Weil es Größen gibt, die in dem im §. 58. bei b. angegebenen Sinne im umgekehrten Verhältnisse stehen, und das Wort Ursache hier nicht für das genommen wird, was in der Metaphysik Causa physica efficiens, sondern für das, was in dieser Wissenschaft Principium cognoscendi genannt wird, so folgt, daß es in diesem Sinne Ursachen geben könne, die mit ihren Wirkungen im umgekehrten Verhältnisse stehen, indem offenbar in der Zunahme gewisser Größen der Grund liegt, warum jetzt die anderen abnehmen müssen. Mehrere Arbeiter verrichten z. B. das nämliche Geschäft in einer kürzeren Zeit; es ist also die Anzahl der Arbeiter in dem angegebenen Sinne als Ursache betrachtet mit ihrer Wirkung — mit der Zeit nämlich, binnen welcher sie die nämliche Arbeit verrichten, im umgekehrten Verhältnisse. Anstatt »Ursache und Wirkung« sagt man gewöhnlich »Bestimmungsgröße und bestimmte Größe«; durch die letzteren Ausdrücke bezeichnet man genauer Größen, die im angegebenen Sinne zusammen in einem mathematischen Verhältnisse stehen.

§. 73. a.

Der Vorbereitungsansatz.

Es ist bequem, und bei größeren und etwas verwickelten Aufgaben sogar nothwendig, daß man die vorkommenden einzelnen Größen in gedrängter Kürze, und in einer gewissen Ordnung vor sich hat, damit man sie mit einem Blicke übersehen, und auf eine sichere Weise die gehörigen Verrichtungen vornehmen kann.

Zu diesem Zwecke mache man sich nachstehenden Ansatz, den ich Vorbereitungsansatz nenne, weil er eigentlich nur eine Vorbereitung zu den folgenden Veränderungen ist:

1) Man setze in einer vertikalen Kolumne von oben nach unten alle Bedingungsglieder, und füge ihnen links die Anfangsbuchstaben ihrer Benennungen bei;

2) Man setze rechts ebenfalls in einer vertikalen Kolumne so alle Frageglieder, daß jedes derselben mit seinem gleichartigen Bedingungsgliede in eine horizontale Linie zu stehen kommt;

3) Sind die Frageglieder mit ihren Bedingungsgliedern gleichnamig, so ist es nicht nothwendig, daß

man ihre Benennungen mit dem Anfangsbuchstaben bezeichnet; sind sie aber mit denselben ungleichnamig, so bemerke man dieses zur rechten Seite durch die beigesetzten ersten Buchstaben ihrer Benennung;

4) Endlich trenne man jedes Fragglied von seinem gleichartigen Bedingungsgliede durch das Zeichen des Verhältnisses, welches in zwei Punkten (:) besteht, und jedesmal zwischen das Frage- und das Bedingungs-Glied gesetzt wird.

Beispiel:

Wenn 200 fl. Kapital in einem Jahre zu 5 Prozenten 10 fl. Zins geben; welchen Zins geben 6000 fl. in 4½ Jahren zu 4 Prozenten?

Vorbereitungsansatz:

K.	200	: 6000
J.	1	: 4½
Proz.	5	: 4
Z.	10	: x?

Die in der ersten linksstehenden vertikalen Kolumne vorkommenden Größen sind die Bedingungsglieder, und die anderen, welche in der rechtsstehenden vertikalen Kolumne vorkommen, sind die Fragglieder; daher sind die Größen „200 fl. Kap., 1 J., 5 Proz., 10 fl. Zins" die Bedingungsglieder, und die übrigen „6000 fl. Kap., 4½ J., 4 Proz., x fl. Zins" sind die Fragglieder. Uiberdieß stehen die gleichartigen Glieder 200 fl. Kap. und 6000 fl. Kap., dann 1 Jahr und 4½ J., ferner 5 Proz. und 4 Proz., endlich 10 fl. Zins und x fl. Zins jedesmal von der Linken zur Rechten in einer horizontalen Linie.

§. 73. b.

Angabe der verschiedenen Aufgaben der Regel Detri.

Man unterscheidet Aufgaben der einfachen, und der zusammengesetzten Regel Detri; jene theilet sich ab in die einfache gerade und in die einfache verkehrte Regel Detri, und diese in die zusammen-

gesetzte gerade, dann in die zusammengesetzte verkehrte, und in die zusammengesetzte gerade und verkehrte Regel Detri zugleich.

1) Zur einfachen geraden Regel Detri gehören jene Aufgaben, wo die Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen (§. 58. a.), und zu drei gegebenen Größen die vierte unbekannte Größe gesucht wird.

2) Zur einfachen verkehrten Regel Detri gehören jene Aufgaben, wo zu drei gegebenen Größen die vierte gesucht, und die Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse stehen (§. 58. b.).

3) Zur zusammengesetzten geraden Regel Detri gehören jene Aufgaben, wo mehr als drei Größen gegeben sind, um die unbekannte Größe zu finden, und wo alle Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen.

4) Zur zusammengesetzten verkehrten Regel Detri gehören jene Aufgaben, wo zur Bestimmung der unbekannten Größe mehr als drei Größen gegeben sind, und alle Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse stehen.

5) Endlich gehören zur zusammengesetzten geraden und verkehrten Regel Detri zugleich jene Aufgaben, wo ebenfalls mehr als drei Größen gegeben sind, um die unbekannte Größe zu finden, und wo einige Größen im geraden, und einige im umgekehrten Verhältnisse stehen.

Anmerkung: Für die von Nro. 1. bis 5. angeführten verschiedenen Aufgaben der Regel Detri findet man in den §§. 74., 75., 76., 77. und 78. die betreffenden Beispiele.

II.

Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel Detri.

§. 74.

A) Die einfache gerade Regel Detri.

Die Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regel Detri (§. 73. b. Nro. 1.) geschieht mittels

des reesischen und des Ketten-Ansatzes nach folgenden Regeln:

1) Sobald man die Aufgabe in der Form des Vorbereitungsansatzes angesetzt hat, und man durch die angestellte Vergleichung weiß, daß die Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, so ziehe man den Vertikalstrich, und schreibe links die unbekannte Größe x mit einer kurzen Bezeichnung der ihr zukommenden Benennung; eben so schreibe man

2) zur rechten Seite des Vertikalstriches in einer horizontalen Linie das bekannte Frageglied, jene Größe nämlich, welche unter der gesetzten Bedingung die unbekannte Größe bestimmt;

3) Links unter das Frageglied x schreibe man das Bedingungsglied, welches mit dem oben rechts stehenden bekannten Fragegliede gleichartig und gleichnamig ist; endlich

4) schreibe man rechts hinüber das noch übrige Bedingungsglied, welches mit x gleichartig und gleichnamig ist;

5) Nachdem man auf die in den §§. 66. u. 67. vorgeschriebene Weise die etwa vorkommenden Brüche aufgehoben, und die möglichen Verkleinerungen vorgenommen hat, so dividire man, um x zu finden, das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der bekannten linksstehenden Zahlen.

I. Beispiel:

Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins geben, welchen Zins geben dann 12000 fl. Kapital?

Auflösung:

1) Man mache sich den Vorbereitungsansatz, und stelle nach Vorschrift des §. 58. die Vergleichung an, um zu sehen, ob die Größe des Kapitals mit der Grö-

ße des entsprechenden Zinses im geraden oder umgekehrten Verhältnisse stehe:

Vorbereitungsansatz: $\left\{\begin{array}{l} \text{K. fl. } 100 : 12000 \\ \text{Z. fl. } \quad 5 : x? \end{array}\right.$

2) Weil hier drei Größen gegeben sind, um die vierte zu finden, und das Kapital mit dem Zinse im geraden Behältnisse steht, so hat man eine Aufgabe der einfachen geraden Regel Detri (§. 73. b. Nro. 1.); um deßwillen erhält man in Gemäßheit der so eben aufgestellten Regeln in reesischer Gestalt nachstehenden Ansatz:

$$\begin{array}{r|l} \text{Z. fl. } x & 12000 \text{ fl. K.} \\ & \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{r|l} \text{Z. fl. } x & 12000 \text{ fl. K.} \\ \text{K. fl. } 100 & 5 \quad \text{fl. Z.} \end{array} \right.$$

3) Läßt man bei diesen benannten Zahlen die beigefügten Benennungen weg (§. 50. d.), und verkleinert man zugleich, indem man auf beiden Seiten zwei Nullen ausstreicht, so erhält man folgenden Ansatz, wo x dadurch gefunden wird, daß man das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit der links stehenden Zahl 1 dividirt:

$$\begin{array}{r|l} x & 120 \\ 1 & 5 \end{array}$$

$$x = \frac{120 \times 5}{1} = 120 \times 5 = 600.$$

Es geben also unter der gesetzten Bedingung 12000 fl. Kapital 600 fl. Zins.

Probe:

Zur Probe nehme man eine jener Größen, die bei der ersten Aufgabe bekannt war, etwa 100 fl. Kapital, als unbekannt an, und suche dieselbe nach den nämlichen hier aufgestellten Regeln; findet man bei der zweiten Berechnung die vorhin bekannt gewesene Größe, so darf man annehmen, daß bei der ersten Berechnung nicht gefehlt worden ist (I. §. 40.)

Bei dieser Probe lautet demnach die Aufgabe so: „Wenn zum Zinse von 600 fl. ein Kapital von 12000 fl. erfordert wird, wie groß muß das Kapital sein, damit es 5 fl. Zins gibt“?

Vor-

Vorbereitungsansatz: $\begin{cases} \text{Z. fl. } 600 : 5 \\ \text{K. fl. } 12000 : x? \end{cases}$

Verfährt man nach den hier gegebenen Vorschriften, indem man die diesen benannten Zahlen beigefügten Benennungen wegläßt, zur Verkleinerung auf beiden Seiten zwei Nullen ausstreicht, und dann beiderseits mit 6 dividirt, so erhält man wieder die vorhin bekannt gewesene Größe, nämlich 100 fl. Kapital:

K. fl. x	5 fl. Z.		x	5
Z. fl. 600	12000 fl. K.		1	20

$$x = 5 \times 20 = 100.$$

Es wird also ein Kapital von 100 fl. erfordert, damit es unter der gesetzten Bedingung 5 fl. Zins gibt, weßhalb die angestellte erste Berechnung richtig ist.

II. Beispiel:

Wie viel Gulden kosten $6\frac{3}{4}$ Ellen einer gewissen Waare, wenn $2\frac{1}{2}$ Ellen der nämlichen Waare $18\frac{5}{6}$ fl. kosten?

Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungsansatz, und untersuche durch Vergleichung, in welchem Verhältnisse die Größen zu einander stehen:

Vorbereitungsansatz $\begin{cases} \text{Ell. } 2\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4} \\ \text{fl. } 18\frac{5}{6} : x? \end{cases}$

2) Weil die Größen hier im geraden Verhältnisse stehen, so setze man die Aufgabe den aufgestellten Regeln gemäß an, hebe die Brüche auf, und verkleinere, während man dann zugleich, um x zu finden, das Produkt der rechts stehenden Zahlen durch das Produkt der bekannten links stehenden Zahlen dividirt:

fl. x	$6\frac{3}{4}$ Ell.		x	$\frac{27}{4}$
Ell. $2\frac{1}{2}$	$18\frac{5}{6}$ fl.		$\frac{5}{2}$	$\frac{113}{6}$

x	27		x	9
6 . 4 . 5	113 . 2		4 . 5	113

$$x = \frac{9 . 113}{4 . 5} = 50\frac{17}{20}.$$

Es kosten also unter dieser Bedingung $6\frac{3}{4}$ Ellen der nämlichen Waare $50\frac{17}{20}$ fl. = 50 fl. 51 kr. (I. §. 90. A.).

Probe:

Man nehme eine der vorhin bekannt gewesenen Größen, etwa $18\frac{5}{6}$ fl., als unbekannt an, und man hat nun diese Aufgabe: Wie viel Gulden kosten $2\frac{1}{2}$ Ellen, wenn $6\frac{3}{4}$ Ellen der nämlichen Waare $50\frac{17}{20}$ fl. kosten?

Man mache sich den Vorbereitungsansatz, und führe dann die Auflösung, da die Größen im geraden Verhältnisse stehen, nach den für die Aufgaben der einfachen geraden Regel Detri aufgestellten Regeln aus, und man erhält wieder $18\frac{5}{6}$ fl., weßhalb die vorhin angestellte Berechnung richtig ist;

Vorbereitungsansatz $\begin{cases} \text{Ell. } 6\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2} \\ \text{fl. } 50\frac{17}{20} : x? \end{cases}$

	x	$2\frac{1}{2}$ Ell.
fl.		
Ell.	$6\frac{3}{4}$	$50\frac{17}{20}$ fl.

x	$\frac{5}{2}$
$\frac{27}{4}$	$\frac{1017}{20}$

x	5
2 . 20 . 27	1017 . 4

x	
2 . 3	113

$$x = \frac{113}{6} = 18\frac{5}{6}\text{ fl.}$$

III. Beispiel:

Wenn $8\frac{1}{2}$ Pfund einer gewissen Waare 12 fl. 48 kr. 4 Häller kosten, was kosten $10\frac{3}{4}$ Pfund der nämlichen Waare?

Auflösung:

Man könnte hier die Einheiten verschiedenen Ranges nach den im ersten Theile bei den Reduktionen aufgestellten Regeln auf Einheiten einer und der nämlichen Benennung reduziren; indessen ist es aber bequemer, wenn man diese Reduktion nicht vornimmt (I. §. 110. Anmerk. 1.), und dagegen gleich unmittelbar, da man abermal eine Aufgabe der einfachen geraden Regel Detri hat, nach den hier aufgestellten Regeln mit Berücksichtigung der bei der

Multiplikation und Division mit benannten Zahlen gegebenen Vorschriften verfährt (I. Thl. II. Hauptst. II. Abschn. IV. u. V.):

Vorbereitungsansatz $\left\{ \begin{array}{ll} \text{Pf. } 8\frac{1}{2} & : 10\frac{3}{4} \\ \text{12 fl. 48 kr. 4 Häll.} & : x? \end{array} \right.$

fl. ꝛc. x	10¾ Pf.
Pf. 8½	12 fl. 48 kr. 4 hl.

x	43/4
17/2	12 fl. 48 kr. 4 hl.

x	43 . 2
4 . 17	12 fl. 48 kr. 4 hl.

x	43
17	6 fl. 24 kr. 2 hl.

$$x = \frac{(6 \text{ fl. } 24 \text{ kr. } 2 \text{ hl.})}{17} \times 43.$$

Es kosten also unter dieser Bedingung $10\frac{3}{4}$ Pfund 16 fl. 11 kr. $7\frac{7}{17}$ Häller, indem $x = ((6$ fl. 24 kr. 2 Häll.$) \times 43) : 17 = 16$ fl. 11 kr. $7\frac{7}{17}$ Häller.

Die Probe würde hier wieder auf die vorige Weise angestellt werden.

Anmerkung: 1) Wenn sich alle Einheiten verschiedener Ordnung mit dem nämlichen Maaße, mit dem man auf der anderen Seite theilet, ohne Rest dividiren lassen, so kann man dabei ebenfalls, wie es in diesem Beispiele mit der Zahl 2 geschehen ist, die vorgeschriebenen Verkleinerungen vornehmen.

2) Wenn man an Jemand eine Summe Geldes auf eine Zeit überläßt, so fordert man gewöhnlich eine gewisse Summe dafür, es heißt dann

a) die gelehnte Summe Geldes das **Kapital**,

b) die für den einjährigen Gebrauch desselben geforderte Summe das **Interesse** oder der **Zins**, und zwar

a) **einfacher Zins**, welcher nur vom Kapital allein entrichtet wird, wo man also den Zins, selbst wenn mehrere Zinstermine ausstehen, nicht als Kapital betrachtet, und somit dafür die treffenden Zinse nicht entrichtet;

b) **Zinseszinse**, wo der erloffene Zins nicht abgetragen, sondern von seiner Zahlzeit an als Kapital betrachtet wird, und folglich verzinset werden muß;

c) Unter den **Prozenten** (von pro und centum) versteht man hier jenen Zins, der jährlich von 100 fl. Kapital bezahlt wird.

3) Die Rechnung, wo die einfachen Zinse bestimmt

werden, nennt man die einfache Zinsrechnung; wo hingegen die Zinseszinse berechnet werden, die zusammengesetzte Zinsrechnung.

4) Die einfache Zinsrechnung gehört entweder zur einfachen, oder wie man in den folgenden §§. sehen wird, zur zusammengesetzten Regel Detri. Dagegen ist aber die zusammengesetzte Zinsrechnung eine Anwendung der Progressionslehre, wozu die Logarithmen benützt werden; um deßwillen kann dieselbe in diesem Theile nicht vorgetragen werden, man findet sie in Absicht auf einige Aufgaben in der neuen Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches im letzten Hauptstücke vorgetragen.

§. 75.

B) Die einfache verkehrte Regel Detri.

Die Auflösung der Aufgaben der einfachen verkehrten Regel Detri (§. 73. b. Nro. 2.) geschieht nach dem reesischen und dem Ketten-Ansatze mittels folgender Regeln:

1) Nachdem man den Vorbereitungsansatz gemacht, und durch angestellte Vergleichung gefunden hat, daß die Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse stehen, so mache man den Vertikalstrich, und setze links oben das unbekannte Frageglied x, und unter dieses ebenfalls zur linken Seite das bekannte Frageglied;

2) Mit der nämlichen Benennung, mit der man links aufhörte, fange man oben zur Rechten an, und setze unter dieses Bedingungsglied das andere, welches mit der gesuchten Größe x gleichnamig ist;

3) Endlich, nachdem man vorhin auf die gehörige Weise die etwa vorkommenden Brüche aufgehoben, und die möglichen Verkleinerungen vorgenommen hat, dividire man, um x zu finden, das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden bekannten Zahlen.

I. Beispiel:

Wenn 600 fl. einen gewissen Zins in 6 Jahren geben, wie lange müssen bei den nämlichen Prozenten 800 fl. als Kapital angelegt werden, um den nämlichen Zins zu geben?

Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungsansatz, und stelle die Vergleichung an, um zu sehen, in welchem Verhältnisse die Größen zu einander stehen:

Vorbereitungsansatz $\begin{cases} \text{K. fl. } 600 : 800 \\ \text{J. } \quad 6 : x? \end{cases}$

2) Weil hier die Größen im umgekehrten Verhältnisse stehen, und drei Größen gegeben sind, während die vierte Größe gesucht wird, so hat man eine Aufgabe der einfachen verkehrten Regel Detri (§. 73. b. Nro. 2.), weßhalb links am Vertikalstriche die beiden Frageglieder gesetzt werden, wovon eines unbekannt, und das andere bekannt ist:

$$\begin{array}{r|} \text{J. } \quad x \\ \text{K. fl. } 800 \end{array}$$

3) Zur rechten Seite setze man die beiden Bedingungsglieder, indem man oben mit jenem Gliede anfängt, welches mit der unten links stehenden Größe gleichnamig ist:

$$\begin{array}{r|l} \text{J. } \quad x & 600 \text{ fl. K.} \\ \text{K. fl. } 800 & 6 \quad \text{J.} \end{array}$$

4) Läßt man hier die beigesetzten Benennungen weg, und verkleinert man, indem man beiderseits zwei Nullen ausstreicht, und zweimal mit 2 dividirt, sucht man ferner der bekannten Regel gemäß x, so erhält man, daß $x = 4\frac{1}{2}$:

$$\begin{array}{r|l} x & 600 \\ 800 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x & 3 \\ 2 & 3 \end{array}$$

$$x = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

Es müssen also 800 fl. Kapital $4\frac{1}{2}$ Jahr an Zins gelegt werden, um bei den nämlichen Prozenten den nämlichen Zins zu geben.

Probe:

Man nehme eine jener Größen, die vorhin bekannt gewesen ist, etwa 600 fl. Kapital, als unbekannt an, und man hat diese Aufgabe: „Wenn 800 fl. einen gewissen Zins in $4\frac{1}{2}$ Jahre geben, wie groß muß das Kapital sein, damit es bei den nämlichen Prozenten den nämlichen Zins in 6 Jahren gibt?

Vorbereitungsansatz $\left\{ \begin{array}{l} \text{J. } 4\frac{1}{2} : 6 \\ \text{K. fl. } 800 : x? \end{array} \right.$

Verfährt man den gegebenen Regeln gemäß, so findet man, daß $x = 600$ fl.:

$$\begin{array}{r|l} \text{K. fl. } x & 4\frac{1}{2} \text{ J.} \\ \text{J. } 6 & 800 \text{ fl. K.} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x & \frac{9}{2} \\ 6 & 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x & 9 \\ 2 \cdot 6 & 800 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x & 3 \\ 1 & 200 \end{array}$$

$$x = 3 \times 200 = 600.$$

Es muß also unter dieser Bedingung ein Kapital von 600 fl. an Zins gelegt werden, weßhalb die vorhin angestellte Berechnung richtig ist.

1. Zusatz: Bedient man sich in dem im §. 72. angegebenen Sinne der Ausdrücke „Ursache und Wirkung“, so kann man, indem man bei Produkten die Stellen der Faktoren verwechseln darf, und hier die Ursachen mit ihren Wirkungen im geraden Verhältnisse stehen, die Aufgaben der einfachen geraden Regel Detri auch nach dieser Regel reesisch ansetzen:

1) Man schreibe oben zur linken Seite des Vertikalstriches die unbekannte Wirkung x, und rechts hinüber in einer horizontalen Linie die damit gleichnamige bekannte Wirkung;

2) Ferner setze man links unter x die Ursache, welche die bekannte Wirkung bestimmt, und rechts hinüber die damit gleichnamige Ursache, welcher die unbekannte Wirkung entsprechend ist.

Nach dieser Vorschrift würde das im §. 74. angeführte 1. Beispiel reesisch so angesetzt werden:

Z. fl. x | 5 fl. Z.
K. fl. 100 | 12000 fl. K.

Auf die nämliche Weise könnte man in dieser Rücksicht die Aufgaben der einfachen verkehrten Regel Detri, da hier die Ursachen mit ihren Wirkungen im umgekehrten Verhältnisse stehen, auch nach dieser Regel reesisch ansetzen:

1) Man schreibe oben zur linken Seite des Vertikalstriches die unbekannte Wirkung x, und rechts hinüber in einer horizontalen Linie die damit gleichnamige bekannte Wirkung hin;

2) Ferner setze man links unter x jene Ursache, welcher die unbekannte Wirkung entspricht, und rechts hinüber die damit gleichnamige Ursache, welcher die bekannte Wirkung entsprechend ist.

Nach dieser Regel würde das im §. 75. angeführte Beispiel so angesetzt werden:

J. x | 6 J.
K. fl. 800 | 600 fl. K.

Die weitere Berechnung bei den beiden, in diesem Zusatze gemachten Ansätzen würde dann ganz den bereits aufgestellten Regeln gemäß geschehen.

II. Zusatz: Vergleicht man die beiden, in dem vorausgehenden Zusatze so eben angeführten reesischen Ansätze mit einander, so wird man finden, daß bei der einfachen geraden Regel Detri die unbekannte Wirkung x mit jener Ursache, welche die bekannte Wirkung bestimmt, auf die linke Seite, hingegen aber die bekannte Wirkung mit jener Ursache, welche die unbekannte Wirkung bestimmt, auf die rechte Seite des Vertikalstriches zu stehen kommt, während bei der einfachen verkehrten Regel Detri die unbekannte Wirkung x mit jener Ursache, durch welche sie bestimmt wird, auf die eine, und die bekannte Wirkung mit der sie bestimmenden Ursache auf die andere Seite des Vertikalstriches gesetzt wird.

III. Zusatz: Stellt man aber zwischen den bei-

den, in den §§. 74 und 75. vorkommenden reesischen Ansätzen die Vergleichung an, so wird man bemerken, daß bei der einfachen geraden Regel Detri das unbekannte Fragglied sammt jenem Bedingungsgliede, welches mit dem bekannten Fraggliede gleichnamig ist, auf die linke Seite, hingegen aber das bekannte Fragglied mit jenem Bedingungsgliede, welches mit dem unbekannten Fraggliede gleichnamig ist, auf die rechte Seite des Vertikalstriches zu stehen kommt, während bei der einfachen verkehrten Regel Detri die beiden Fragglieder auf die eine, und die beiden Bedingungsglieder auf die andere Seite gesetzt werden.

Anmerkung: 1) Wie die Aufgaben der einfachen geraden und verkehrten Regel Detri nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze, wo die Form der Proportion beibehalten wird, aufgelös't werden, ist in den §§. 61 und 62. schon gezeigt worden.

2) Ich habe der Deutlichkeit wegen bei der Auflösung der bisher angeführten Aufgaben bei einem Beispiele den nämlichen Ansatz mehrmal wiederholt; es ist dieses bei der schriftlichen Ausarbeitung, welche in der Schule, oder zu Hause auf der Tafel oder auf dem Papier vorgenommen wird, nicht nothwendig, indem man da bei der Aufhebung der Brüche und bei den Verkleinerungen immerhin die vorhin da gewesenen gebrochenen oder ganzen Zahlen ausstreichen, und an ihre Stellen die neuen Größen hinschreiben, und somit die ganze Operation bei einem und dem nämlichen Ansatze vornehmen kann.

3) Wie mittels des reesischen Ansatzes jene Aufgaben der einfachen Regel Detri aufgelös't werden, wo die gleichartigen Größen ungleichnamig sind, und also gleichnamig gemacht werden müssen (§. 62. Zus. V.), wird späterhin gezeigt werden.

§. 76.

C) Die zusammengesetzte gerade Regel Detri.

Die Aufgaben der zusammengesetzten geraden Regel Detri, bei welcher mehr als drei Größen gegeben sind, und alle Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen (§ 73. b. Nro. 3.), werden nach folgenden Regeln aufgelös't:

1) Man setze, nachdem man vorhin den Vorbereitungsansatz gemacht, und durch die angestellte Vergleichung gefunden hat, daß sämmtliche bestimmende Größen mit der durch sie bestimmten Größe im geraden Verhältnisse stehen, und man somit eine Aufgabe der zusammengesetzten geraden Regel Detri hat, links oben das unbekannte Fragglied x hin, und auf die rechte Seite des Vertikalstriches schreibe man der Ordnung nach alle bekannten Frageglieder;

2) Links unter x schreibe man in der nämlichen Ordnung alle Bedingungsglieder, mit Ausnahme desjenigen, welches mit dem unbekannten Fragegliede x gleichnamig ist, indem dasselbe unten auf die rechte Seite des Vertikalstriches hingeschrieben werden muß;

3) Hat man die vorkommenden Brüche aufgehoben, und die möglichen Verkleinerungen vorgenommen, so dividire man, um x zu finden, das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden bekannten Zahlen.

Beispiel:

Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozenten 10 fl. Zins geben, welchen Zins geben 12000 fl. Kapital in 6½ Jahre zu 4 Prozenten?

I. Auflösung nach dem reesischen Ansatze:

1) Man mache den Vorbereitungsansatz, und stelle die Vergleichung an; man wird finden, daß hier das Kapital, die Zeit, und die Prozente als die bestimmenden Größen mit dem gesuchten Zinse, folglich mit der bestimmten Größe x im geraden Verhältnisse stehen (§. 58. a.):

Vorbereitungsansatz:			
	Kap. fl.	200	: 12000
	Jahr	1	: 6½
	Proz.	5	: 4
	Zins fl.	10	: x?

2) Man setze auf die linke Seite des Vertikalstriches x, und rechts hinüber der Ordnung nach alle bekannten Frageglieder, während man in der nämlichen Ordnung auf die linke Seite unter x alle Bedingungsglieder hinschreibt, dasjenige ausgenommen, das mit dem unbekannten Fragegliede gleichnamig ist, und rechts unten hingeschrieben werden muß:

Z. fl. x	12000 fl. K.	Z. fl.	x	12000 fl. K.
	6½ J.	K. fl.	200	6½ Jahr
	4 Proz.	J.	1	4 Prozent
		Pr.	5	10 fl. Zins.

3) Läßt man die beigefügten Benennungen weg, hebt man den Bruch auf, verkleinert man, indem man beiderseits zwei Nullen ausstreicht, und dann zweimal mit 2, und dann mit 5 dividirt; dividirt man ferner das Produkt der rechtsstehenden Zahlen durch das Produkt der linksstehenden bekannten Zahlen, so findet man, daß x = 3120 fl.:

x	12000	x	120
200	$^{13}/_{2}$		13
1	4		2
5	10		

$$x = 120 \times 13 \times 2 = 3120.$$

Es geben unter dieser Bedingung 12000 fl. Kapital in 6½ Jahre zu 4 Prozenten einen Zins von 3120 fl.

Probe:

Man nehme die Größe „10 fl. Zins" als unbekannt an, und man hat diese Aufgabe: „Wenn 12000 fl. Kapital in 6½ Jahre zu 4 Prozenten einen Zins von 3120 fl. geben, welchen Zins erhält man von 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozenten?

Verfährt man ganz den so eben gegebenen Vorschriften gemäß, so erhält man wieder 10 fl. als den gesuchten Zins, weßhalb die vorhin angestellte Berechnung richtig ist.

Anmerkung: Es ist, was ich in Absicht auf alle Aufgaben sowohl der einfachen, als der zusammengesetzten Regel Detri bemerkt haben will, nicht nothwendig, daß man

bei der Probe den Vorbereitungsansatz noch einmal anschreibt; vielmehr streiche man beim ersten Vorbereitungsansatze die als unbekannt angenommene Größe aus, und setze an ihre Stelle x; steht jetzt x auf der rechten Seite, so hat man wieder rechts die Frage :, und links die Bedingungsglieder, steht aber x auf der linken Seite, so hat man beim Vorbereitungsansatze links die Frage :, und rechts die Bedingungsglieder.

II. Auflösung mittelst einfacher Proportionen:

1) Rücksichtlich aller Aufgaben der zusammengesetzten Regel Detri, sie mögen nach dem reesischen oder nach dem gewöhnlichen Regel Detri-Ansatze aufgelös't werden, ist zu bemerken, daß alle übrigen bestimmenden Größen aus dem Grunde als gleich gedacht werden müssen, sobald was immer für eine derselben mit der durch sie bestimmten Größe verglichen wird, weil ohne dieses kein bestimmtes Verhältniß denkbar ist.

Ich kann z. B. nur dann mit Wahrheit sagen, daß das Kapital mit dem Zinse im geraden Verhältnisse stehe, und also das 2, 3, oder 4fache Kapital auch einen 2, 3 oder 4mal größeren Zins gebe, wenn die Zeit, während welcher beide Kapitale an Zins gelegt sind, gleich ist, und dieselben zugleich zu den nämlichen Prozenten angelegt sind.

2) Eben so wird nur bei dem nämlichen Kapitale und den nämlichen Prozenten der Zins mit der Zeit, und bei dem nämlichen Kapitale und der nämlichen Zeit mit den Prozenten im geraden Verhältnisse stehen.

3) Weil unter der so eben angegebenen Bedingung das Kapital mit der Zeit im geraden Verhältnisse steht, und also damit gerade proportionirt ist (§. 59.), so erhält man allererst diese Proportion, wo die unbekannte Größe durch y ausgedrückt ist:

200 fl. K. : 12000 fl. K. = 10 fl. Z. : y fl. Z.,

daher 200 : 12000 = 10 : y, weßhalb y = 600 (§. 61.).

4) Der gefundene Zins von 600 fl. ist noch nicht der durch die Aufgabe gesuchte Zins, weil nur in der Voraussetzung, daß die Zeit und die Prozente gleich sind, das Kapital von 12000 fl., im Falle 200 fl.

Kapital 10 fl. Zins geben, den Zins von 600 fl. geben würde.

Es ist aber die Zeit verschieden, weßhalb die Größe des Zinses auch durch die Zeit bestimmt wird, während welcher die beiden Kapitale an Zins gelegt sind; man erhält daher diese zweite Proportion, wo die unbekannte Größe durch z ausgedrückt ist:

1 J. : $6\frac{1}{2}$ J. = 600 fl. Z. : z fl. Z., daher

1 : $6\frac{1}{2}$ = 600 : z, weßhalb z = 3900 fl.;

5) Eben so wird endlich der Zins auch durch die Prozente, indem diese hier verschieden sind, bestimmt, um deßwillen erhält man diese dritte und letzte Proportion, wo der gesuchte Zins, welcher unter der gegebenen Bedingung dem Kapitale, der Zeit, und den Prozenten zugleich entspricht, durch x bezeichnet ist:

5 Pr. : 4 Pr. = 3900 fl. Z. : x fl. Z., daher

5 : 4 = 3900 : x, weßhalb nun x = 3120 fl.

Es geben also 12000 fl. Kapital unter der gesetzten Bedingung 3120 fl. Zins.

III. Auflösung durch eine einzige zusammengesetzte Proportion:

1) Man betrachte die bei dieser Aufgabe vorkommenden Größen wie unbenannte Zahlen, und setze als das erste Glied der Proportion das Produkt aller Bedingungsglieder, mit Ausnahme desjenigen, welches mit dem unbekannten Fragegliede gleichnamig ist.

2) Eben so setze man als das zweite Glied der Proportion das Produkt aller bekannten Frageglieder, während man an die dritte Stelle das mit x gleichnamige bekannte Bedingungsglied, und an die vierte Stelle der Proportion das unbekannte Frageglied x setzet, wodurch man folgende Proportion erhält, wo x nach der Vorschrift des §. 55. gesucht wird:

$$(200 \times 1 \times 5) : (12000 \times 6\tfrac{1}{2} \times 4) = 10 : x.$$

Daher ist $x = \dfrac{12000 \times 6\frac{1}{2} \times 4 \times 10}{200 \times 1 \times 5}$

$= 120 \times 13 \times 2 = 3120$; man erhält also wieder 3120 fl. als den verlangten Zins.

Anmerkung: 1) Wie die Probe sowohl bei dieser, als auch bei der vorigen II. Auflösung gemacht wird, ist sowohl aus den §§. 61 und 62., als auch aus dem ersichtlich, was in diesem Abschnitte in Absicht auf die Probe schon gesagt wurde.

2) Sind bei den Aufgaben sowohl der geraden, als auch der verkehrten Regel Detri einige gleichartige Glieder ungleichnamig, so mache man sie gleich beim Vorbereitungsansatze nach den im I. Theile aufgestellten Reduktionsregeln gleichnamig, und verfahre dann den hier aufgestellten Regeln gemäß; es sei z. B. die Aufgabe gegeben: »Wenn 300 fl. Kapital in einem Jahre 15 fl. Zins geben, welchen Zins geben 12000 fl. Kapital in 4 Monaten, im Falle beide Kapitale zu den nämlichen Prozenten angelegt sind, d. i., wenn man etwa beiderseits von 100 fl. in einem Jahre 5 fl. Zins gibt.

Hier sind die beiden gleichartigen Größen, welche die Zeit ausdrücken, nämlich »1 Jahr und 4 Monat« ungleichnamig, man mache also das Jahr zu Monaten, oder die Monate zu Jahren, es ist ein Jahr = 12 Monat, und 4 Mon. sind = $\frac{1}{3}$ Jahr (I. §. 90); daher erhält man nun die Aufgabe: »Wenn 300 fl. Kapital in einem Jahre 15 fl. Zins geben, welchen Zins geben bei den nämlichen Prozenten 12000 fl. Kapital in $\frac{1}{3}$ Jahr? oder auch diese Aufgabe: »Wenn 300 fl. Kapital in 12 Monaten 15 fl. Zins geben, welchen Zins geben 12000 fl. bei den nämlichen Prozenten in 4 Monaten?

3) Würde, wozu hier der geeignete Ort nicht ist, und was in der neuen Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches gezeigt wird, die bei der vorkommenden III. Auflösung aufgestellte Regel aus den Eigenschaften der zusammengesetzten Proportionalsätze abgeleitet werden, so müßte man sämmtliche bei der II. Auflösung vorkommende Proportionen durch Multiplikation in eine Proportion verwandeln; die bei dieser Multiplikation zum Vorscheine kommende neue Proportion wird dann die zusammengesetzte Proportion genannt, während die anderen Proportionen, die man mit einander multiplizirt, einfache Proportionen heißen.

Bei einer solchen zusammengesetzten Proportion sind die Glieder des ersten Verhältnisses, wie man beim ersten Anblicke offenbar sieht, Produkte, welches bei den einfachen Proportionen der Fall nicht ist.

§. 77.

D) Die zusammengesetzte verkehrte Regel Detri.

Die Aufgaben der zusammengesetzten verkehrten Regel Detri, bei welchen mehr als drei Größen gegeben sind, und diese letzteren im umgekehrten Verhältnisse stehen (§. 73. b. Nro. 4.), werden nach folgenden Regeln aufgelös't:

1) Nachdem man vorhin den Vorbereitungsansatz gemacht, und durch angestellte Vergleichung gefunden hat, daß sämmtliche bestimmende Größen mit x und mit der damit gleichnamigen bekannten Größe als den bestimmten Größen im umgekehrten Verhältnisse stehen, und man somit eine Aufgabe der zusammengesetzten verkehrten Regel Detri hat, so ziehe man den Vertikalstrich, und setze zur linken Seite desselben sowohl x, als auch alle übrigen bekannten Frageglieder der Ordnung nach;

2) Auf die nämliche Weise setze man rechts alle Bedingungsglieder in einer solchen Ordnung, daß das mit x gleichnamige Bedingungsglied die unterste Stelle einnimmt;

3) Hat man die Brüche aufgehoben, und die möglichen Verkleinerungen vorgenommen, so dividire man, um x zu finden, das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit jenem der linksstehenden;

4) Zur Probe nehme man eine der anfangs gegebenen Größen als unbekannt an, und suche diese nach den so eben aufgestellten Regeln; findet man die nämliche vorhin bekannt gewesene Größe wieder, so ist dann die Rechnung richtig.

Beispiel:

Eine Festung ist auf 1½ Jahr für 12000 Mann mit Getreid versehen, wenn man täglich einem Manne

2 Pfund Brot gibt; nun aber wird die Besatzung um 3000 Mann vermehrt, und soll vom nämlichen Getreidevorrathe 10 Monate hindurch mit Brot versehen werden, wie viele Loth Brotes dürfen jetzt jedem Manne gegeben werden?

I. Auflösung nach dem reesischen Ansatze:

1) Man mache den aufgestellten Regeln gemäß den Vorbereitungsansatz, und reduzire die Jahre auf Monate, oder diese auf Jahre, damit diese gleichartigen Größen gleichnamig werden; es sind 10 Monat = $\frac{5}{6}$ Jahr; eben so reduzire man die Pfund auf Loth, es sind 2 Pfund = 64 Loth (I. §. 85. Tab. A.):

Vorbereitungsansatz:
- Mann 12000 : (12000 + 3000)
- Jahr $1\frac{1}{2}$: 10 Mon.
- Pf. 2 : x Loth?

Das ist:
- Mann 12000 : 15000
- Jahr $1\frac{1}{2}$: $\frac{5}{6}$
- Loth 64 : x?

2) Durch die angestellte Vergleichung findet man, daß alle bestimmenden Größen mit der bestimmten Größe im umgekehrten Verhältnisse stehen, weil man täglich einem Manne desto weniger Brod geben darf, je größer die Besatzung ist, und je längere Zeit sie sich in der Festung halten muß; man setze also links am Vertikalstriche alle Frageglieder, indem man mit x anfängt, und die übrigen der Ordnung nach unter x hinschreibt, und setze dann zur rechten Seite des Vertikalstriches in einer solchen Ordnung so alle Bedingungsglieder, daß das mit x gleichnamige Bedingungsglied an die unterste Stelle zu stehen kommt:

Loth	x	
Mann	15000	
Jahr	$\frac{5}{6}$	

Loth	x	12000 Mann
Mann	15000	$1\frac{1}{2}$ Jahr
Jahr	$\frac{5}{6}$	64 Loth

3) Läßt man die hier vorkommenden Benennungen weg, hebt man dann die Brüche auf, und verkleinert man, dividirt man endlich das Produkt der rechtsste-

henden Zahlen durch jenes der linksstehenden bekannten Größen, so findet man, daß $x = 92^4/_{25}$ Loth $= 2$ Pfund $28^4/_{25}$ Loth, d. h., es dürfen unter der gesetzten Bedingung täglich jedem Manne 2 Pfund und $28^4/_{25}$ Loth gegeben werden.

Wenn hier die Probe gemacht wird, so setzt man anstatt 2 Pfund $28^4/_{25}$ Loth wieder $92^4/_{25}$ Loth, damit bei dieser Größe nur eine und die nämliche Benennung vorkommt.

II. Auflösung durch einfache Proportionen:

Bringt man hier das in Anwendung, was bei der II. Auflösung des im vorigen §. angeführten Beispieles gesagt wurde, und berücksichtiget man zugleich die im §. 62. aufgestellten Regeln, so erhält man nachstehende Proportionen:

1) 12000 M. : 15000 M. = y L. : 64 L., daher
$12000 : 15000 = y : 64$, weßhalb $y = {}^{256}/_5$;

2) $1^1/_2$ J. : $^5/_6$ J. = x L. : $^{256}/_5$ L., daher
$^3/_2 : {}^5/_6 = x : {}^{256}/_5$, weßhalb $x = 92^4/_{25}$ Loth
$= 2$ Pfund $28^4/_{25}$ Loth.

III. Auflösung durch eine einzige zusammengesetzte Proportion:

1) Man betrachte die hier vorkommenden Größen wie unbenannte Zahlen, und setze als das erste Glied der Proportion das Produkt aller Bedingungsglieder, mit Ausnahme desjenigen, welches mit x gleichnamig ist;

2) An die zweite Stelle der Proportion setze man das Produkt aller bekannten Frageglieder, während man an die dritte Stelle die gesuchte Größe x, und an die vierte Stelle der Proportion das mit x gleichnamige Bedingungsglied schreibt, und suche dann nach der im §. 55. bei b. angegebenen Regel die unbekannte Größe x.

Wollte man aber nach der im III. Zusatze des §. 62. gegebenen Vorschrift die unbekannte Größe an die vierte Stelle setzen, und das mit ihm gleichnamige Bedin-

dingungsglied an die dritte Stelle, so müßte man an die erste Stelle das Produkt aller bekannten Fragegließder, und an die zweite Stelle der Proportion das Produkt aller Bedingungsglieder, mit Ausnahme der mit x gleichnamigen Größe, setzen, während dann x nach der im §. 55. bei a. angegebenen Vorschrift gesucht würde.

Man erhält im ersten Falle folgende zusammengesetzte Proportion:

$$(12000 \times 1\tfrac{1}{2}) : (15000 \times \tfrac{5}{6}) = x : 64,$$

wo nun $x = \frac{12000 \times 1\frac{1}{2} \times 64}{15000 \times \frac{5}{6}} = 92\tfrac{4}{25}$ Loth.

Im Gegentheile aber im zweiten Falle erhält man diese Proportion:

$$(15000 \times \tfrac{5}{6}) : (12000 \times 1\tfrac{1}{2}) = 64 : x,$$

wo ebenfalls $x = \frac{12000 \times 1\frac{1}{2} \times 64}{15000 \times \frac{5}{6}} = 92\tfrac{4}{25}$ Loth $= 2$ Pfund $28\tfrac{4}{25}$ Loth.

Anmerkung: Wie sowohl bei diesen, als auch bei den im folgenden §. vorkommenden Auflösungen die Probe gemacht wird, ist hinlänglich aus demjenigen ersichtlich, was in Absicht auf die bei den Aufgaben der Regel Detri anzustellende Probe in den vorausgehenden §§. gesagt wurde.

§. 78.

E) Die zusammengesetzte gerade und verkehrte Regel Detri zugleich.

Die Aufgaben der zusammengesetzten geraden und verkehrten Regel Detri zugleich, bei welchen einige Bestimmungs-Größen im geraden, und einige mit den bestimmten Größen im umgekehrten Verhältnisse stehen (§. 73. b. Nro. 5.), werden nach folgenden Regeln aufgelöst:

1) Man mache den Vorbereitungsansatz, und stelle die Vergleichung an, um zu sehen, welche bestimmende Größen mit der unbekannten und mit der zu ihr gleichnamigen bekannten Größe im ge-

raden, und welche damit im verkehrten Verhältnisse stehen, damit man dadurch erkennt, daß man wirklich eine Aufgabe der zusammengesetzten geraden und verkehrten Regel Detri zugleich vor sich hat; dann bezeichne man die im geraden Verhältnisse stehenden Größen etwa mit einem Kreuze (†), und die im umgekehrten Verhältnisse stehenden mit einer kleinen horizontalen Linie (—);

2) Nun ziehe man den Vertikalstrich, und setze links oben die gesuchte Größe x, und zuletzt rechts unten das damit gleichnamige Bedingungsglied hin;

3) Ferner schreibe man der Ordnung nach alle Frageglieder so an, daß jedesmal die mit x im geraden Verhältnisse stehenden rechts, und die damit im umgekehrten Verhältnisse stehenden links unter x zu stehen kommen;

4) Dann schreibe man alle Bedingungsglieder der Ordnung nach, wie sie im Vorbereitungsansatze herablaufen, so an, daß diejenigen links gesetzt werden, welche mit dem zur gesuchten Größe x gleichnamigen Bedingungsgliede im geraden Verhältnisse stehen, während die damit im umgekehrten Verhältnisse stehenden Größen rechts gesetzt werden;

5) Man hebe endlich, wie man auf diese Weise alle vorkommenden Größen angesetzt hat, die Brüche auf, verkleinere, und suche dadurch x, daß man das Produkt aller noch rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte sämmtlicher bekannten linksstehenden Zahlen dividirt.

Beispiel:

Wenn 20 Arbeiter in 15 Tagen, im Falle sie täglich 8 Stunden arbeiten, 1 Mauer verfertigen, die 40 Fuß lang, 1½ Fuß dick, und 20 Fuß hoch ist; wie

wie viel Tage werden 40 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, zu 2 Mauern verwenden, wovon jede 50 Fuß lang, 2 Fuß dick, und 30 Fuß hoch ist?

Auflösung:

1) Man mache sich den Vorbereitungsansatz, und vergleiche mit der Zeit, die in Tagen ausgedrückt ist, und hier durch die Aufgabe gesucht wird, alle übrigen Größen, um zu sehen, in welchem Verhältnisse dieselben mit der durch sie bestimmten Zeit stehen:

Vorbereitungsansatz:	Arb.	20 : 40	— Arb.	20 : 40
	St.	8 : 10	— St.	8 : 10
	M.	1 : 2	† M.	1 : 2
	F. L.	40 : 50	† L.	40 : 50
	F. D.	1½ : 2	† D.	1½ : 2
	F. H.	20 : 30	† H.	20 : 30
	Tag	15 : x?	T.	15 : x?

2) Man mache den Vertikalstrich, und setze links x, dann 40 Arb. und 10 Stunden, ferner rechts 2 Mauern, 50 Fuß Länge, 2 F. Dicke, und 30 F. Höhe, weil die ersteren zwei Größen mit x im umgekehrten, und die letzteren vier damit im geraden Verhältnisse stehen:

T. x	
Arb. 40	
St. 10	2 M.
	50 F. L.
	2 F. D.
	30 F. H.

3) Aus dem nämlichen, so eben angeführten Grunde setze man der Ordnung nach die Größen „20 Arb. und 8 St." rechts, dagegen aber „1 M., 40 F. L., 1½ F. D., und 20 F. H." links, und endlich die Größe „15 Tag" rechts unten hin; hebt man ferner den Bruch auf, verkleinert man, und sucht man den gegebenen Vorschriften gemäß x, so erhält man 30, d. h., in 30 Tagen werden unter der gesetzten Bedingung 40 Arbeiter 2 solche Mauern verfertigen:

Tag	x	20 Arb.	x	20
Arb.	40	8 St.	40	8
St.	10	2 M.	10	2
M.	1	50 F. L.	1	50
F. L.	40	2 F. D.	40	2
F. D.	1½	30 F. H.	3/2	30
F. H.	20	15 Tag	20	15

$x = 30.$

II. Auflösung durch einfache Proportionen:

In Gemäßheit desjenigen, was in Betreff dieser Auflösung bei der zusammengesetzten geraden, und bei der zusammengesetzten verkehrten Regel Detri schon gesagt wurde, erhält man folgende Proportionen:

1) 20 Arb. : 40 Arb. = y T. : 15 T., daher
20 : 40 = y : 15, und y = 15/2 Tage;
2) 8 St. : 10 St. = z T. : 15/2 T., daher
8 : 10 = z : 15/2, und z = 6 Tage;
3) 1 M. : 2 M. = 6 T. : p T., daher
1 : 2 = 6 : p, und p = 12 Tage;
4) 40 F. L. : 50 F. L. = 12 T. : m T., daher
40 : 50 = 12 : m, und m = 15 Tage;
5) 1½ F. D. : 2 F. D. = 15 T. : q T., daher
1½ : 2 = 15 : q, und q = 20 Tage;
6) 20 F. H. : 30 F. H. = 20 T. : x T., daher
20 : 30 = 20 : x, und x = 30 Tage.

Es werden also in 30 Tagen 2c.

III. Auflösung mittels einer einzigen zusammengesetzten Proportion:

1) Man betrachte die hier vorkommenden Größen wie unbenannte Zahlen, und setze als das erste Glied der Proportion einen Bruch, dessen Zähler ein Produkt aller jener Bedingungsglieder ist, die mit dem Bedingungsgliede „15 Tage“ im geraden, und dessen Nenner ein Produkt jener Bedingungsglieder ist, die mit diesem Bedingungsgliede, welches mit der gesuchten Größe x gleichartig und gleichnamig ist, im umgekehrten Verhältnisse stehen;

2) Eben so setze man als das zweite Glied der Proportion einen Bruch, dessen Zähler ein Produkt aller Frageglieder ist, die mit der unbekannten Größe x im geraden, und dessen Nenner ein Produkt jener Frageglieder ist, die mit x im umgekehrten Verhältnisse stehen;

3) An die dritte Stelle der Proportion setze man das mit x gleichnamige bekannte Bedingungsglied, und an die vierte Stelle das unbekannte Fragglied x, und suche dann diese Größe nach Vorschrift des §. 55. a., man erhält wieder, daß x = 30 Tagen:

$$\left(\frac{1 . 40 . 1\frac{1}{2} . 20}{20 . 8}\right) : \left(\frac{2 . 50 . 2 . 30}{40 . 10}\right) = 15 : x,$$

daher ist $x = \left(\frac{2.50.2.30.15}{40.10}\right) : \left(\frac{1.40.1\frac{1}{2}.20}{20.8}\right)$

$$= \frac{2 . 50 . 2 . 30 . 15 . 20 . 8}{1 . 40 . 1\frac{1}{2} . 20 . 40 . 10} = \frac{3 . 15}{1\frac{1}{2}} = 45 : 1\frac{1}{2}$$

$= {}^{45}/_{1} : {}^{3}/_{2} = {}^{90}/_{3} = 30$; d. h., in 30 Tagen ꝛc.

I. Zusatz: Bedient man sich der Ausdrücke „Ursache und Wirkung", so können, da bei einem Produkte die Faktoren beliebig verwechselt werden dürfen, die Aufgaben der zusammengesetzten geraden und verkehrten Regel Detri zugleich auch nach dieser Regel reesisch angesetzt werden:

1) Man mache, nachdem man weiß, in welchem Verhältnisse die bestimmenden Größen zu den bestimmten stehen, den Vertikalstrich, schreibe links x, und rechts hinüber die damit gleichnamige bekannte Wirkung;

2) Links unter x schreibe man alle jene Ursachen, welche die bekannte Wirkung bestimmen, und damit im geraden Verhältnisse stehen, wie auch jene Ursachen, welche die unbekannte Wirkung x bestimmen, und damit im umgekehrten Verhältnisse stehen, während rechts hinüber allemal diejenige

Ursache geschrieben wird, die mit der linksstehenden Ursache gleichartig und gleichnamig ist.

Nach dieser Regel würde das in diesem §. angeführte Beispiel so angeschrieben werden:

T.	x	15	x	15
Arb.	40	20	40	20
St.	10	8	10	8
M.	1	2	1	2
F. L.	40	50	40	50
F. D.	$1\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	2
F. H.	20	30	20	30
				x = 30.

Daraus sieht man jetzt von selbst ein, wie die Sache anzugehen ist, wenn man auch nach dieser Regel die Aufgaben der zusammengesetzten geraden, und jene der zusammengesetzten verkehrten Regel Detri reesisch ansetzen will.

II. Zusatz: Die zusammengesetzte Regel Detri (Regula aurea composita) wird auch die Regel von fünf, sieben, neun ꝛc. Sätzen (Regula de quinque, septem, novem etc. positionibus), oder kürzer, die Regel Quinque, Septem, Novem ꝛc. genannt, je nachdem dabei fünf, sieben, neun ꝛc. Größen gegeben sind, um die unbekannte Größe x zu finden; das im §. 77. angeführte Beispiel gehört demnach zur Regel Quinque, jenes des §. 76. zur Regel Septem, und das in diesem §. vorkommende Beispiel zur Regel Tredezim.

III. Zusatz: Subtrahirt man von der Anzahl der gegebenen Größen 1, und dividirt man den Rest mit 2, so drückt der Quotient aus, in wie viele einfache Proportionen sich die zusammengesetzte Proportion auflösen läßt; es könnte demnach z. B. die in diesem §. angeführte Aufgabe, welche zur Regel Tredezim gehört (Zus. II.), mittels sechs einfacher Proportionen aufgelös't werden; um deßwillen wird die zusammengesetzte Regel Detri auch die Regel Duplex, Triplex, Quadruplex ꝛc. genannt, je nachdem

die Aufgaben durch zwei, drei, vier ꝛc. einfache Proportionen aufgelöſ't werden können.

Anmerkung: 1) Bei der Aufgabe dieſes §. wurden die nämlichen Arbeiter als gleichförmig wirkende Urſachen (causae uniformiter agentes), d. i., als ſolche Urſachen betrachtet, die in der nämlichen Zeit immer auch das nämliche Geſchäft verrichten.

2) Bei einer jeden Aufgabe der Regel Detri iſt das unbekannte Frageglied x mit dem zu ihm gleichnamigen Bedingungsgliede allemal die Wirkung, welche durch alle übrigen vorkommenden Größen beſtimmt wird; um deßwillen müſſen jedesmal dieſe Größen mit x, und mit dem zu ihm gleichnamigen Bedingungsgliede verglichen werden, um zu ſehen, in welchem Verhältniſſe die beſtimmenden Größen mit den beſtimmten Größen ſtehen.

III.

Die Auflöſung jener Aufgaben, wo Reduktionen niederer Einheiten auf höhere, und umgekehrt höherer Einheiten auf niedere vorkommen.

§. 79.

I. Aufgabe, höhere Einheiten auf Einheiten niederer Ordnung zu reduziren.

Auflöſung:

1) Man ziehe den Vertikalſtrich, und ſetze links oben die unbekannte Größe x mit dem Anfangsbuchſtaben der ihr zukommenden Benennung, und rechts hinüber die gegebene Summe höherer Einheiten, welche auf die verlangten niederen Einheiten zu reduziren ſind;

2) Links unter x ſetze man eine oder auch mehrere jener Einheiten, welche rechts oben ſtehen, und rechts hinüber die entſprechende und gleiche Summe niederer Einheiten;

3) Links ſetze man wieder eine der vorigen Einheiten, oder auch mehrere ſolche Einheiten, die mit

den vorigen gleichnamig sind, und rechts hinüber die Summe niederer Einheiten, welche diesen gleich und entsprechend sind;

4) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man rechts unten Einheiten hat, die mit den gesuchten Einheiten x von gleicher Ordnung und gleicher Benennung sind, und man somit auf die verlangte Weise die höheren Einheiten auf die niederen dadurch reduzirt, indem man endlich die Größe x auf die bekannte Weise sucht:

Beispiele:

1) Wie viel Häller geben 40 kr.?

2) Wie viele Pfunde geben $^{3}/_{8}$ Zentner?

3) Wie viele Sekunden ist eine Person auf der Welt, welche 30 Jahre alt ist?

Auflösung nach dem reesischen Ansatze:

Häll. x	40 kr.
kr. 1	8 Häll.

also ist x = 40 × 8 = 320 hl.

Pf. x	$^{3}/_{8}$ Zentn.
Zentn. 1	100 Pf.

also ist x = $37\frac{1}{2}$ Pfund.

Sek. x	30 J.
J. 1	$365\frac{1}{4}$ T.
T. 1	24 St.
St. 1	60 Min.
M. 1	60 Sek.

also ist x = 946'728.000 S.

§. 80.

II. Aufgabe, niedere Einheitrn auf Einheiten höherer Ordnung zu reduziren.

Auflösung:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, setze links die Größe x mit dem Anfangsbuchstaben der ihr zukommenden Benennung, und rechts hinüber jene Summe von Einheiten, welche auf höhere reduzirt werden sollen;

2) Links unter x setze man so viele der rechts

oben stehenden Einheiten, daß sie eine, oder auch mehrere Einheiten der nächst höheren Ordnung geben, welche letztere rechts hinüber gesetzt werden;

3) Links unter x setze man wieder Einheiten, die mit den vorhin zur rechten Seite hingeschriebenen gleichnamig sind;

4) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man rechts unten solche Einheiten hat, die mit den gesuchten Einheiten gleichnamig sind, und suche dann nach Vorschrift des §. 68. die unbekannte Größe x.

Beispiele:

1) Wie viel Kreutzer geben 320 Häller?
2) Wie viel Zentner geben $37\frac{1}{2}$ Pfund?
3) Wie viele Jahre geben 946'728.000 Sekunden?

Auflösung nach dem reesischen Ansatze:

kr. x	320 Häll.
Häll. 8	1 kr.

also ist $x = {}^{320}/_{8} = 40$ kr.

Zentn. x	$37\frac{1}{2}$ Pf.
Pf. 100	1 Zentn.

also ist $x = {}^{3}/_{8}$ Zentner.

Jahr x	946'728.000 S.
Sek. 60	1 Min.
Min. 60	1 St.
St. 24	1 Tag
T. $365\frac{1}{4}$	1 Jahr

also ist $x = 30$ Jahr.

I. Zusatz: Die Beispiele der einfachen Reduktion gehören zur einfachen geraden Regel Detri, indem eine zwei- oder dreimal größere Summe von höheren Einheiten immer auch eine zwei- oder dreimal größere Summe von niederen Einheiten gibt; um deßwillen ist die Auflösung dieser Aufgaben nach dem gewöhnlichen Regel Detri-Ansatze in der Gestalt der Proportion im §. 61. schon gezeigt worden.

II. Zusatz: Das in diesem und in dem vorigen §. angeführten Beispiel der zusammengesetzten Reduktion würde in der Gestalt der Proportion, somit nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze, so aufgelös't werden:

a) 1) 1 J. : 30 J. = 365¼ T. : y T., daher
1 : 30 = 365¼ : y, und y = 10957½ Tag;
2) 1 T. : 10957½ T. = 24 St. : z St., daher
1 : 10957½ = 24 : z, und z = 262980 St.;
3) 1 St. : 262980 St. = 60 M. : u M., daher
1 : 262980 = 60 : u, und u = 15'778.800 M.;
4) 1 M. : 15778800 M. = 60 S. : x S., daher
1 : 15778800 = 60 : x, und x = 946'728.000 Sek.
Es geben also 30 Jahre 946'728.000 Sekunden.

b) Eben so würde man verfahren, wenn man auf diese Weise die hier gefundenen Sekunden wieder auf Jahre reduziren wollte, wo die Proportionen in dieser Ordnung angesetzt würden:
1) 60 Sek. : 946728000 S. = 1 M. : y M., daher 2c.

Anmerkung: 1) In Gemäßheit der von mir im I. Theile in Betreff der baier. Maaße und Gewichte angeführten Tabellen könnte das im §. 79. angeführte Beispiel der zusammengesetzten Reduktion, worüber in diesem §. die Probe gemacht wurde, kürzer auf diese Weise aufgelös't werden: »Wie viele Seknnden geben 30 Jahre, wenn 1 Jahr 31'557.600 Sekunden hat?« Ferner: »Wie viele Jahre geben 946'728.000 Sek., wenn 31'557.600 Sekunden 1 Jahr geben?«

2) Weil die Reduktionen schon im II. Hauptstücke des I. Theiles vorgetragen wurden, so bringe man hier das wieder in Erinnerung, was dort hierüber gesagt wurde.

3) Der Vorbereitungsansatz ist bei diesen Beispielen entbehrlich, weil hier z. B. die ganze Aufgabe darin besteht: »wie viel Häller geben 80 fl.?«

§. 81.

III. Aufgabe, den Werth für eine gegebene Summe höherer Einheiten zu suchen, wenn die Bedingungsglieder Einheiten niederer Ordnung sind.

Auflösung:

1) Man setze links den gesuchten Werth, den man mit x ausdrückt, und rechts hinüber das bekannte Frageglied, wofür dieser Werth gesucht wird;
2) Nun reduzire man nach §. 79. die hier

vorkommenden höheren Einheiten auf jene Einheiten, welche unter den Bedingungsgliedern vorkommen;

3) Man benütze jetzt die gegebene Bedingung, indem man nach der einfachen geraden Regel Detri ansetzet: „wenn eine oder mehrere dieser Einheiten so viel kosten, oder diesen Werth haben ꝛc.“;

4) Nach Vorschrift des §. 80. reduzire man die hier vorkommenden niederen Einheiten auf Einheiten jener Ordnung, die durch die Aufgabe verlangt werden;

5) Endlich suche man nach §. 68. die unbekannte Größe x.

Beispiel:

Wie viel Gulden kosten 14 Zentner einer gewissen Waare, wenn 1 Quintl der nämlichen Waare 1½ Häller kostet?

I. Auflösung nach dem reesischen Ansatze:

Vorbereitungsansatz: { Quintel 1 : 14 Zentn.
Häller 1½ : x fl.?

fl.	x	14	Znt.	x	14
Ztn.	1	100	Pf.	1	100
Pf.	1	32	Loth	1	32
Loth	1	4	Qtl.	1	4
Qtl.	1	1½	hl.	1	3/2
hl.	8	1	kr.	8	1
kr.	60	1	fl.	60	1

x = 560.

Es kosten also 14 Zentner unter dieser Bedingung 560 fl.

II. Auflösung nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze, d. i., in der Gestalt der Proportion.

1) 1 Z. : 14 Z. = 100 Pf. : y Pf., daher
1 : 14 = 100 : y, und y = 1400 Pf.;

2) 1 Pf. : 1400 Pf. = 32 L. : z L., daher
1 : 1400 = 32 : z, und z = 44800 L.;
3) 1 L. : 44800 L. = 4 Q. : u Q., daher
1 : 44800 = 4 : u, und u = 179200 Q.;
4) 1 Q. : 179200 Q. = 1½ hl. : p hl., daher
1 : 179200 = 1½ : p, und p = 268800 hl.;
5) 8 hl. : 268800 hl. = 1 kr. : q kr., daher
8 : 268800 = 1 : q, und q = 33600 kr.;
6) 60 kr. : 33600 kr. = 1 fl. : x fl., daher
60 : 33600 = 1 : x, und x = 560 fl.

Es kosten also 14 Zentner unter dieser Bedingung 560 fl.

§. 82.

IV. Aufgabe, den Werth für eine gegebene Summe niederer Einheiten zu suchen, wenn die Bedingungsglieder Einheiten höherer Ordnung sind.

Auflösung:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, und setze oben links die unbekannte Größe x hin, und rechts hinüber das bekannte Frageglied, wofür der Werth gesucht wird;

2) Nun reduzire man nach Vorschrift des §. 80. die hier vorkommenden niederen Einheiten auf Einheiten, die mit den unter den gegebenen Bedingungsgliedern vorkommenden Einheiten gleichnamig sind;

3) Man benütze jetzt die gegebene Bedingung, indem man nach der einfachen geraden Regel Detri ansetzet: „wenn eine oder mehrere dieser Einheiten so viel kosten oder diesen Werth haben ꝛc.“;

4) Nach Vorschrift des §. 79. reduzire man die hier vorkommenden höheren Einheiten auf Einheiten jener Benennung, welche durch die Aufgabe gesucht werden;

5) Endlich suche man nach §. 68. die unbekannte Größe x.

Beispiel:

Wie viel Häller kostet 1 Quintl einer gewissen Waare, wenn 14 Zentner der nämlichen Waare 560 fl. kosten (§. 81.)?

I. Auflösung nach dem reesischen Ansatze:

Vorbereitungsansatz: $\begin{cases} \text{Zentner } 14 : 1 \text{ Quintel} \\ \text{fl. } 560 : x \text{ Häll.?} \end{cases}$

Häller	x	1 Quintl	x	1
Quintl	4	1 Loth	4	1
Loth	32	1 Pfund	32	1
Pfund	100	1 Zentn.	100	1
Zentn.	14	560 fl.	14	560
fl.	1	60 kr.	1	60
kr.	1	8 Häller	1	8

$x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

Es kostet also ein Quintl unter dieser Bedingung $1\frac{1}{2}$ Häller, wodurch man jetzt zugleich die Probe für das im §. 81. angeführte Beispiel hat.

Der vorstehende Ansatz wird auf folgende Weise gelesen: „Wie viel Häller kostet ein Quintl, wenn 4 Quintl 1 Loth, 32 Loth 1 Pfund, 100 Pfund 1 Zentner geben, und 14 Zentner 560 fl. kosten, und wenn ferner 1 Gulden 60 kr., und 1 Kreuzer 8 Häller hat?"

II. Auflösung nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze, d. h., in Gestalt der Proportion:

In Gemäßheit desjenigen, was in Betreff dieser Auflösungsmethode schon mehrmal gesagt wurde, erhält man folgende Proportionen:

1) 4 Qt. : 1 Qt. = 1 Loth : y Loth, daher ꝛc.

Zusatz: Die in diesem und in dem vorigen §. angeführte Aufgabe könnte auch dadurch aufgelös't werden, daß man allererst nach den im I. Theile aufgestellten Reduktionsregeln die gehörige Reduktion vor-

nimmt, nach der einfachen Regel Detri der gesetzten Bedingung gemäß den entsprechenden Werth sucht, und dann wieder nach dem Bedürfnisse der Aufgabe entweder nach den im I. Theile aufgestellten Reduktionsregeln, oder nach den hierüber in diesem Theile in den §§. 79 u. 80. angegebenen Vorschriften reduzirt.

In diesem Beispiele würde man demnach die Quintl auf Zentner, oder, weil man dadurch Brüche erhielte, dagegen die Zentner auf Quintl reduziren. Nach der im I. Theile §. 85. in Betreff des baier. Handelsgewichtes angeführten Tabelle A. hat 1 Zentner 12800 Quintl, daher sind 14 Zentn. = 12800 × 14 = 179200 Quintl, ferner nach der im I. Theile im §. 88. angeführten Tabelle C. hat 1 Gulden 480 Häller, daher sind 560 fl. = 480 × 560 = 268800 Häll.

Nach diesen vorgenommenen Reduktionen lautet nun diese Aufgabe so: „Wie viel Häller kostet 1 Quintl, wenn 179200 Quintl 268800 Häll. kosten?

Die Auflösung der vorstehenden Aufgaben geschieht dann reesisch, oder in der Gestalt der Proportion auf folgende Weise:

Häll. x	1 Quintl	x	
Q. 179200	268800 Häll.	2	3

daher ist $x = \frac{3}{2}$ Häll. $= 1\frac{1}{2}$ Häll.

oder:

179200 Quintl : 1 Quintl = 268800 Häll. : x Häll., daher 179200 : 1 = 268800 : x, und x

$$= \frac{268800}{179200} = \frac{2688}{1792} = \frac{2688:896}{1792:896} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ H. ꝛc.}$$

Anmerkung: 1) Wenn von Maaßen und Gewichten die Rede ist, und nicht ausdrücklich das Gegentheil bezeichnet wird, so versteht man bei solchen Aufgaben allemal die im Königreiche Baiern üblichen Maaße, und Gewichte.

2) Die Regel, nach welcher immerhin zur Linken mit der nämlichen Benennung angefangen wird, mit der man zur rechten Seite des Vertikalstriches aufhörte, wird Kettenregel, und die dabei vorkommenden Berechnungen werden Kettenrechnungen genannt.

Weil der Ansatz jener Aufgaben, welche nach der Ketten-Regel aufgelös't werden, ebenfalls nach der ree-

sischen Form bewerkstelliget wird, so wird derselbe von einigen, namentlich von dem königl. würtembergischen Herrn Ober-Regierungs-Rathe C. L. Schübler, der reesische Ketten-Satz genannt.

3) Ich habe, weil dadurch die Regeln in Absicht auf die Aufgaben der Regel Detri auf die faßlichste Weise dargestellt werden können, bei der Auflösung dieser Aufgaben nach dem reesischen Ansatze die Regeln immerhin so gegeben, daß links oben und rechts unten allemal Einheiten der nämlichen Benennung zu stehen kommen, während links jederzeit mit der nämlichen Benennnng angefangen wird, mit der man rechts aufhörte. Ich werde deßhalb bei den im folgenden Abschnitte nach reesischer Art vorkommenden Auflösungen diese nämliche Ansatz-Methode beibehalten, und mittels des Vertikalstriches die Aufgaben der Regel Detri nach der sogenannten Kettenregel ansetzen.

§. 83.

Wiederholung in Fragen.

1) Welcher Ansatz wird reesischer Ansatz genannt; wodurch unterscheidet sich dieser von demjenigen Ansatze, den ich den gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatz nenne, und bei welchem die Gestalt der Proportion beibehalten wird?

2) Warum können beim reesischen Ansatze die Verkleinerungen auf eine ähnliche Weise, wie bei den Brüchen, vorgenommen werden?

3) Welchen Vortheil verschafft man sich dadurch, daß man beim reesischen Ansatze sowohl verkleinert, als auch die vorkommenden Brüche aufhebt?

4) Nach welcher Regel wird jederzeit die beim reesischen Ansatze links stehende unbekannte Größe, die man mehrentheils mit x ausdrückt, gefunden?

5) Wie können die gemeinen Brüche reesisch mit einander multiplizirt und dividirt werden?

6) Welche Größen nennt man Bedingungs- und Frageglieder, und welche werden Ursachen und Wirkungen genannt?

7) Was versteht man unter dem Vorbereitungsansatze, und welche Vortheile gewährt derselbe?

8) Welche Benennung und Eintheilung findet hin-

sichtlich der verschiedenen Aufgaben der Regel Detri Statt?

9) Was muß man bei solchen Aufgaben allemal zum voraus wissen, um dabei eine bestimmte Regel anwenden zu können?

10) Was versteht man unter der Regel Quinque, Septem, Novem, Undecim, und Tredecim; in welcher Hinsicht kann ferner die Regel Detri die Regel Duplex, Triplex, Quadruplex ꝛc. genannt werden, und was versteht man unter der Kettenregel oder Kettenrechnung?

11) Auf was hat man bei den Reduktionsaufgaben, im Falle sie reesisch aufgelös't werden, vorzüglich zu sehen, und aus welchem Grunde gehören diese Aufgaben zur geraden Regel Detri?

12) Was nennt man Kapital, und Zins oder Interesse, und was versteht man unter dem einfachen und zusammengesetzten Zinse; ferner was will dieses sagen „ein gewisses Kapital wird zu 4 oder 5 Prozenten verzinset?“

§. 84.

Beispiele zur Uibung.

I.

Ein Mädchen wird mit Tauben auf den Markt geschickt, wo sie, um dafür 9 fl. 9 Batzen zu bekommen, das Stück um 32 kr. geben müßte; es fliegt ihr aber unter Wegs ein Paar davon, weßhalb sie, um wieder den nämlichen Erlöß von 9 fl. 9 Batzen zu erhalten, jede Taube um 4 kr. theurer gibt; es ist nun die Frage, wie viel Tauben hat dieselbe anfangs gehabt, und wie viele hat sie auf dem Markte verkauft, wenn vorausgesetzt wird, daß sie jede um den nämlichen Preis hingegeben hat?

II.

Wenn ein Dienstboth jährlich 36 fl. Lohn hat, wie viel Kreutzer treffen davon auf einen Tag?

III.

Wenn 1000 fl. Kapital einen gewissen Zins in 4

Jahren geben, wie viele Jahre müssen bei den nämlichen Prozenten 600 fl. an Zins gelegt werden, damit sie den nämlichen Zins geben?

IV.

Was kosten 48½ Klafter Holz, wenn 3 Klafter 18 fl. kosten?

V.

Wenn 20 Arbeiter eine gewisse Arbeit in 8 Tagen verrichten, wie viele Tage werden zum nämlichen Geschäfte 14 Arbeiter verwenden?

VI.

Eine Magd hat zum Jahrlohne 20 fl., und ein gewisses Kleidungsstück. Nach 16 Wochen geht sie aus dem Dienste, und erhält als Gebühr das Kleidungsstück; es ist nun die Frage, welchen Werth dasselbe gehabt habe, und welchen Lohn sie für das ganze Jahr erhalten hätte?

VII.

Wenn 12 Maurer, welche des Tages 12 Stunden arbeiten, und täglich 1260 Ziegelsteine setzen, eine Gartenmauer, welche 1 Fuß dick, 120 Fuß lang, und 6 Fuß hoch ist, in 8 Tagen aufführen können, wie viele Tage werden zu einer anderen Mauer, welche 1½ Fuß dick, 360 Fuß lang, und 6½ Fuß hoch ist, 48 Maurer brauchen, welche täglich nur 8 Stunden arbeiten, und während des Tages 980 Ziegelsteine setzen?

VIII.

Welchen Zins gibt ein Kapital von 4780 fl., wenn es zu 5 Prozenten, und welchen Zins würde es geben, wenn es zu 4½ Proz. verzinset würde?

IX.

Für die Garnison einer Festung von 2000 Mann

reicht ein Proviantvorrath von 24000 Fässern Mehles, jedes Faß zu 4 Zentner, auf 8 Monate hin, wenn ein Mann des Tages 40 Loth Mundportion erhält; wie viele Monate kann die Garnison einer anderen Festung, worin 10000 Mann liegen, bei täglicher Mundportion von 1 Pfund mit 60000 Fässern Mehles, jedes zu 7 Zentner 50 Pfund, ernährt werden?

X.

Ein Baumeister errichtet ein gewisses Gebäude mit seinen Leuten in 8 Monaten, wenn er dieselben wochentlich 6 Tag und täglich 12 Stunden daran arbeiten läßt; binnen wie viel Monaten wird derselbe mit den nämlichen Untergebenen das nämliche Gebäude herstellen, wenn er sie wochentlich 5 Tag, und täglich 10 Stunden daran arbeiten läßt?

XI.

Wie viel Gulden kosten 12 Zentner 48 Pfund Caffee, wenn 1 Loth Caffee 2 kr. kostet?

XII.

Nach dem Lehrbuche der Geschichte des Herrn Professors Cammerer begreift die Geschichte der Vorwelt 3429 Jahr, des Alterthumes 955, des Mittelalters 1117, der neuen Zeit 272 Jahre, und die Geschichte der neuesten Zeit 24 Jahre in sich; wie viele Sekunden betragen demnach diese 5 Zeiträume, d. i., wie viele Sekunden sind seit Erschaffung der Welt bis auf das Jahr 1822 verflossen?

Anmerkung: Die Gründe des Verfahrens für die Richtigkeit der in diesem Abschnitte gezeigten Auflösungen kommen in der zweiten Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches der Arithmetik vor.

III. Abschnitt.

Anwendung der aufgestellten Regeln auf verschiedene im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle nebst der Auflösung einiger Aufgaben nach der wälschen Praktik.

---

§. 85.

Einleitung.

Es gibt Fälle, wo die Regel Detri zur Auflösung gewisser Aufgaben allein nicht zureichend ist.

Stehen die Größen ihrer Natur gemäß zu einander in einem geraden oder umgekehrten Verhältnisse, mithin in einer solchen wechselseitigen Verbindung, daß die Theile einer Größe mit den korrespondirenden Theilen der anderen gerade oder umgekehrt proportionirt sind (§. 58.), dann geschieht die Auflösung nach den bisher in Betreff der Regel Detri aufgestellten Regeln.

Muß man aber die Gleichheit der Verhältnisse anderswoher erkennen, so reicht das bisher Gesagte nicht zu, um die vorkommenden Aufgaben zu lösen, weil man in diesem Falle schon zum voraus wissen muß, ob diese oder jene Proportion Statt finde.

Der Regel Detri, und somit auch dem reesischen Ansatze öffnet sich nun ein neues, großes Feld. Die Gleichheit der jedesmaligen beiden Verhältnisse, die eine Proportion bilden, kann auf die mannigfaltigste Weise theils aus der Natur der Dinge selbst, theils aus angenommenen positiven Bestimmungen, theils aus anderwärtig erwiesenen Lehrsätzen erkannt werden; sobald aber diese Gleichheit der Verhältnisse da ist, so bilden die Dinge, die man als Größen betrachtet, und mit einander vergleicht, eine geometrische Proportion.

Ich will in diesem Abschnitte die Anwendung der aufgestellten Regeln nur in Betreff einiger Fälle machen; woraus man dann zu ermessen im Stande sein

wird, wie man sich bei ähnlichen, zur Regel Detri gehörigen Fällen zu benehmen habe.

I.

Die Gesellschafts-Regel.

§. 86.

Erklärungen.

a) Die Gesellschafts-Regel (Regula Societatis) hat ihre Benennung vom Worte „Gesellschaft"; darunter versteht man diejenige Regel, durch welche der gemeinschaftliche Gewinn oder Verlust entweder nur der Einlage, oder auch der Zeit und zugleich der Einlage gemäß vertheilet wird, die mehrere Personen zusammengetragen haben, um durch diese vereinte Summe einen gemeinschaftlichen Gewinn zu erreichen.

b) Geschieht die Vertheilung nur der Einlage gemäß, so hat man eine Aufgabe der einfachen Gesellschafts-Regel; geschieht aber dieselbe zugleich im Verhältnisse zur Einlage und zur Zeit, binnen welcher die einzelnen Mitglieder der Gesellschaft zur Erreichung des gemeinschaftlichen Zweckes ihre Beiträge gemacht haben, so gehört die Aufgabe zur zusammengesetzten Gesellschafts-Regel.

§. 87.

A) Regel der einfachen Gesellschafts-Rechnung.

1) Man addire die Einlagen aller Mitglieder der Gesellschaft, um dadurch die Total- oder gesammte Einlage zu erhalten;

2) Die Einlage ist mit dem korrespondirenden Gewinne im geraden Verhältnisse, weil auf eine zwei-, dreimal ɛc. größere Einlage auch ein zwei-, dreimal ɛc. größerer Gewinn trifft; daher wiederhole man die einfache gerade Regel Detri so oft, bis man alle verlangte Antheile gefunden hat;

3) Zur Probe zähle man alle diese Proportionaltheile zusammen; es muß, im Falle die Rechnung richtig ist, als Summe der ganze Gewinn oder Verlust zum Vorscheine kommen.

Beispiel:

Vier Kaufleute gewinnen in der Handlung 6000 fl.; der erste hat dazu 8000 fl., der zweite 12000 fl., der dritte 16000 fl., und der vierte 9000 fl. als Einlage hergegeben; wie viel trifft nun jedem seiner Einlage gemäß?

I. Auflösung nach dem reesischen Ansatze:

1) Man addire diese vier Einlagen, ihre Summe gibt die gesammte Einlage von 45000 fl., weil 8000 fl. + 12000 fl. + 16000 fl. + 9000 fl. = 45000 fl.;

2) Man setze, während man den Gewinn des ersten mit x, des zweiten mit y, des dritten mit z, und den des vierten Kaufmannes mit u bezeichnet, nun reesisch an:

a) Welcher Gewinn trifft auf die Einlage des ersten von 8000 fl., wenn auf die gesammte Einlage von 45000 fl. der ganze Gewinn von 6000 fl. trifft?

b) Welcher Gewinn trifft ꝛc.

a) G. fl.	x	8000 fl. E.	b) G. fl.	y	12000 fl. E.
E. fl.	45000	6000 fl. G.	E. fl.	45000	6000 fl. G.
	$x = 1066\frac{2}{3}$ fl.			$y = 1600$ fl.	
c) G. fl.	z	16000 fl. E.	d) G. fl.	u	9000 fl. E.
E. fl.	45000	6000 fl. G.	E. fl.	45000	6000 fl. G.
	$z = 2133\frac{1}{3}$ fl.			$u = 1200$ fl.	

II. Auflösung in der Gestalt der Proportion, oder nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze:

Weil hier der Gewinn mit der Einlage im geraden Verhältnisse ist, so erhält man nach Vorschrift des §. 61. nachstehende Proportionen:

a) 45000 fl. C. : 8000 fl. C. = 6000 fl. G. : x fl. G., daher 45000 : 8000 = 6000 : x, und x = $1066\frac{2}{3}$ fl.;
b) 45000 fl. C. : 12000 fl. C. = 6000 fl. G. : y fl. G., daher 45000 : 12000 = 6000 : y, und y = 1600 fl.;
c) 45000 fl. C. : 16000 fl. C. = 6000 fl. G. : z fl. G. daher 45000 : 16000 = 6000 : z, und z = $2133\frac{1}{3}$ fl.;
d) 45000 fl. C. : 9000 fl. C. = 6000 fl. G. : u fl. G., daher 45000 : 9000 = 6000 : u, und u = 1200 fl.

Probe:

Man hat in Gemäßheit der I. und II. Auflösung gefunden, daß der erste Kaufmann $1066\frac{2}{3}$ fl. Gewinn rc. erhält; man addire demnach zur Probe bei diesen beiden Auflösungen die gefundenen Partialgewinnste, man muß zur Summe den Totalgewinn, d. i., den ganzen Gewinn von 6000 fl. erhalten:

a) Gew. des 1ten Kfm. od.	x = $1066\frac{2}{3}$ fl.	= 1066 fl. 40 kr.,
b) — — 2ten — od.	y = 1600 fl.	= 1600 fl. — kr.,
c) — — 3ten — od.	z = $2133\frac{1}{3}$ fl.	= 2133 fl. 20 kr.,
d) — — 4ten — od.	u = 1200 fl.	= 1200 fl. — kr.,
die Suṁe aller 4 Gewiñste	= 6000 fl.	= 6000 fl. — kr.

Es sind deßhalb die bei der I. und II. Auflösung vorgenommenen Berechnungen richtig.

Zusatz: Es wird keiner Erwähnung bedürfen, daß man, im Falle die Auflösung der Aufgaben der Regel Detri in Gestalt der Proportion geschieht, die Verkleinerungen ebenfalls vornehmen könne. Weil das Produkt der äußeren Glieder der geometrischen Proportion jenem der mittleren Glieder gleich ist (§. 55.), und das geometrische Verhältniß unverändert bleibt, wenn man die beiden Glieder desselben mit der nämlichen Zahl dividirt (§. 50. f.), so kann man jederzeit, im Falle das unbekannte Glied an der vierten Stelle steht, die Verkleinerung vornehmen, wenn man mit einem gemeinen Maaße das erste Glied der Proportion und zugleich auch eines der mittleren Glieder ohne Rest dividiren kann. Ist aber das unbekannte Glied an der dritten Stelle, so muß man, wenn die

Verkleinerung geschehen soll, mit der nämlichen Zahl das zweite Glied, und zugleich auch eines der äußeren Glieder ohne Rest dividiren können.

Man habe z. B. nachstehende Proportion, wo das erste und zweite Glied durch 1000 und 9, und das erste und dritte Glied durch 5 ohne Rest theilbar ist:

$45000 : 9000 = 6000 : u$, man dividire die beiden ersten Glieder mit 1000,

$45 : 9 = 6000 : u$, dann dividire man dieselben mit 9,

$5 : 1 = 6000 : u$, und das erste und dritte Glied mit 5,

$1 : 1 = 1200 : u$, wo nun $u = 1200$.

Oder es sei z. B. folgende Proportion gegeben, wo das zweite und erste Glied durch 4, dann das zweite und vierte Glied durch 5 theilbar ist:

$288 : 100 = x : 40$, man theile das zweite und erste Glied mit 4,

$72 : 25 = x : 40$, ferner das zweite und vierte Glied mit 5,

$72 : 5 = x : 8$, wo nun $x = \frac{72 \cdot 8}{5} = {}^{576}/_{5} = 115^{1}/_{5}$.

§. 88.

B) Regel der zusammengesetzten Gesellschafts-Rechnung.

2) Man multiplizire die Einlage eines jeden Mitgliedes der Gesellschaft mit jener Zahl, welche die Zeit ausdrückt, binnen welcher die jedesmalige Einlage zum gemeinschaftlichen Gewinne mitwirkte, und addire dann alle diese Produkte;

2) Weil mit diesen Produkten der treffende Gewinn im geraden Verhältnisse steht, so bestimme man nach der einfachen geraden Regel Detri die gesuchten Gewinnste, und addire zur Probe dieselben; man muß, im Falle die Rechnung richtig ist, zur Summe wieder den ganzen Gewinn erhalten.

Beispiel:

Drei Kaufleute legen zusammen:

A) 4000 fl. 8 Monat
B) 6000 » 4 »
C) 8000 » 10 »

Sie gewinnen 12000 fl.; wie viel gewinnt nun jeder im Verhältnisse zu seiner Einlage, und zur Zeit, binnen welcher er seinen Beitrag machte?

I. Auflösung:

1) Man multiplizire 4000 mit 8, dann 6000 mit 4, und endlich 8000 mit 10, man erhält, daß $4000 \times 8 = 32000$, dann $6000 \times 4 = 24000$, endlich $8000 \times 10 = 80000$; ferner addire man diese drei Produkte, welche nun die Verhältnißzahlen sind, weil im Verhältnisse zu denselben die Vertheilung geschehen muß; man erhält, daß $32000 + 24000 + 80000 = 136000$.

2) Man setze nun reesisch an:

a) Welcher Gewinn trifft auf die erste Verhältnißzahl, wenn auf die Summe aller Verhältnißzahlen, somit auf 136000 der Gewinn von 12000 fl. trifft?

b) Welcher Gewinn ꝛc.

a) Gew. fl. x | 32000 V. Z.
V. Z. 136000 | 12000 fl. Gew.
es ist also $x = 2823\frac{9}{17}$ fl.

b) Gew. fl. y | 24000 fl. Z.
V. Z. 136000 | 12000 fl. Gew.
es ist also $y = 2117\frac{11}{17}$ fl.

c) Gew. fl. z | 80000 V. Z.
V. Z. 136000 | 12000 fl. Gew.
es ist also $z = 7058\frac{14}{17}$ fl.

Probe:

Man addire, nachdem man vorhin nach den bekannten Reduktionsregeln den Werth der hier vorkommen-

den Brüche in Einheiten niederer Ordnung ausgedrückt hat, diese drei Gewinnste; die Summe muß wieder den ganzen Gewinn von 12000 fl. geben.

A) gewinnt $x = 2823\frac{9}{17}$ fl. $= 2823$ fl. 31 kr. $6\frac{2}{17}$ hl.
B) » $y = 2117\frac{11}{17}$ » $= 2117$ » 38 » $6\frac{10}{17}$ »
C) » $z = 7058\frac{14}{17}$ » $= 7058$ » 49 » $3\frac{5}{17}$ »

es ist $x + y + z = 12000$ fl. $= 12000$ fl. — kr. — hl.

II. Auflösung:

a) $136000 : 32000 = 12000 : x$, daher (§. 87. Zus.)
$136 : 32 = 12000 : x$, und $17 : 4 = 12000 : x$,
weßhalb $x = 2823\frac{9}{17}$ fl. $= 2823$ fl. 31 kr. $6\frac{2}{17}$ hl.;
b) $136000 : 24000 = 12000 : y$, daher
$136 : 24 = 12000 : y$, und $17 : 3 = 12000 : y$,
weßhalb $y = 2117\frac{11}{17}$ fl. $= 2117$ fl. 38 kr. $6\frac{10}{17}$ hl.;
c) $136000 : 80000 = 12000 : z$, daher
$136 : 80 = 12000 : z$, und $17 : 10 = 12000 : z$,
weßhalb $z = 7058\frac{14}{17}$ fl. $= 7058$ fl. 49 kr. $3\frac{5}{17}$ hl.

Die Probe würde hier, wie bei der 1. Auflösung, gemacht werden.

II.

Die Vermischungsregel.

§. 89.

Erklärung und Regel.

a) Die **Vermischungsregel** ist der Inbegriff jener Regeln, nach welchen die Größe der verschiedenen Bestandtheile bestimmt wird, woraus eine Sache nach einem festgesetzten Verhältnisse zusammengesetzt werden soll.

Das Verhältniß, nach welchem die Zusammensetzung der einzelnen Theile geschieht, muß schon zum voraus bekannt sein; durch die Berechnung ist bloß zu bestimmen, wie viel von jedem Bestandtheile zu nehmen ist, um nach den gegebenen Verhältnissen ein bestimmtes Quantum zu erhalten.

b) Diese Aufgabe gehört zur **einfachen geraden Regel Detri**, indem zu einem zwei-, drei- oder viermal größeren Quantum auch das Zwei-, Drei-

oder Vierfache eines jeden einzelnen Theiles zu nehmen ist; es wird hier ein Ganzes nach einem bestimmten Verhältnisse aus mehreren Theilen zusammengesetzt, während bei der Gesellschaftsrechnung ein Ganzes nach einem bestimmten Verhältnisse vertheilet wird, weßhalb die Auflösung dieser Aufgabe nach der im §. 87. aufgestellten Regel geschieht.

Beispiel:

Wenn bei einem guten Schießpulver zu 16 Loth Salpeter, 3 Loth Kohlen und 2 Loth Schwefel gehören, wie viel von jeder Art gehören zu 400 Zentner?

Auflösung:

1) Man addire die drei gegebenen Verhältnißzahlen, man erhält zur Summe derselben 21 Loth, weil 16 L. + 3 L. + 2 L. = 21 Loth.

2) Man setze nun reesisch an:

a) Wie viel Zentner Salpeter muß man zu 400 Zentn. Schießpulver nehmen, wenn 1 Zentn. 100 Pfund, 1 Pf. 32 Loth hat, und zu 21 L. 16 L. Salpeter erfordert werden, während 32 L. 1 Pf. und 100 Pf. 1 Zentn. geben (§. 82.)?

b) Wie viel Zentner ꝛc.

3) Weil hier die absteigende Reduktion durch die aufsteigende aufgehoben wird, indem man immer das Nämliche erhält, wenn man die Zentner auf Loth, und diese wieder auf Zentner reduzirt, so mache man den Ansatz auf folgende Weise kürzer:

a) Wie viel Zentn. Salpeter gehören zu 400 Zentn. Schießpulver, wenn zu 21 Loth 16 Loth Salpeter gehören?

b) Wie viel Zentner ꝛc.

a) S. Z.	x	400 Z. Sch. P.	b) K. Z.	y	400 Z. Sch. P.
Zentn.	1	100 Pfund	Zentn.	1	100 Pfund
Pfund	1	32 Loth	Pfund	1	32 Loth
Loth	21	16 L. Salpet.	Loth	21	3 L. Kohlen
Loth	32	1 Pfund	Loth	32	1 Pfund
Pf.	100	1 Zentner	Pf.	100	1 Zentner

c) Schw.Z.	z	400 Z.Sch.P.
Zentn.	1	100 Pfund
Pfund	1	32 Loth
Loth	21	2 L. Schw.
Loth	32	1 Pfund
Pf.	100	1 Zentner

Kürzer:

a) S. Z.	x	400 Z.Sch.P.
Loth	21	16 L. Salp.

also ist $x = 304\frac{16}{21}$ Z. Salp.

b) K. Z.	y	400 Z.Sch.P.
Loth	21	3 L. Kohlen

also ist $y = 57\frac{3}{21}$ Z. Kohl.

c) Schw.Z.	z	400 Z.Sch.P.
Loth	21	2 L. Schw.

also ist $z = 38\frac{2}{21}$ Z. Schw.

Daher müssen zu 400 Zentn. Schießpulver $304\frac{16}{21}$ Zentn. Salp., $57\frac{3}{21}$ Z. Kohlen, und $38\frac{2}{21}$ Z. Schwefel genommen werden.

Die Probe rücksichtlich dieser Auflösung:

Zur Probe addire man, nachdem man vorhin die hier vorkommenden Brüche auf Einheiten niederer Ordnung reduzirt hat, diese drei Resultate, welche die Größe der zur Mischung zu nehmenden Bestandtheile ausdrücken, ihre Summe muß, im Falle die Rechnung richtig ist, wieder 400 Zentner geben:

a)	$x =$	$304\frac{16}{21}$ Z.	$=$ 304 Z.	76 Pf.	$6\frac{2}{21}$ Loth
b)	$y =$	$57\frac{3}{21}$ »	$=$ 57 »	14 »	$9\frac{3}{21}$ »
c)	$z =$	$38\frac{2}{21}$ »	$=$ 38 »	9 »	$16\frac{16}{21}$ »
Summe	$=$	400 Zentn.	$=$ 400 Z.	— Pf.	— Loth.

II. Auflösung:

Man addire, wie vorhin, die drei gegebenen Verhältnißzahlen, und setze dann folgende Proportionen an:

a) 21 L. : 16 L. = 400 Zentn. : x Z., daher
21 : 16 = 400 : x, weßhalb $x = 304\frac{16}{21}$ Z.;

b) 21 L. : 3 L. = 400 Zentn. : y Z., daher
21 : 3 = 400 : y, weßhalb $y = 57\frac{3}{21}$ Z.;

c) 21 L. : 2 L. = 400 Zentn. : z Z., daher
21 : 2 = 400 : z, weßhalb $z = 38\frac{2}{21}$ Zentn.

Wie hier die Probe gemacht wird, ist bei der vorigen Auflösung gezeigt worden.

Anmerkung: Beim zweiten Ansatze könnte man mit 3 verkleinern, weil 21 und 3 durch 3 theilbar ist; man

verkleinert aber hier deßwegen nicht, weil bei der Probe die drei gefundenen Resultate addirt werden müssen, und die Addition dadurch erleichtert ist, daß alle drei Brüche den nämlichen Nenner 21 haben, und somit nicht mehr unter einerlei Benennung zu bringen sind.

III.

Steuerrechnungen.

§. 90.

Erklärung und Regel.

a) Unter den Steuerrechnungen versteht man diejenigen Rechnungen, wo im Verhältnisse zur Steuer, welche die Mitglieder des Staates bezahlen müssen, die Größe gewisser Lasten oder Emolumente bestimmt wird.

b) Weil bei den Steuerrechnungen der Voraussetzung gemäß die Steuer der Maaßstab ist, nach welchem die Abgaben erhoben, und gemeinschaftliche Lasten oder Vortheile vertheilet werden, so ist z. B. bei einer zwei-, drei- oder viermal größeren Steuer auch eine zwei-, drei- oder viermal größere Abgabe zu bezahlen, weßhalb die einzelnen Steuern mit den korrespondirenden Abgaben gerade proportionirt sind.

Um deßwillen gehören diese Aufgaben zur einfachen geraden Regel Detri, und werden ganz nach der im §. 87. angegebenen Vorschrift aufgelös't.

Beispiel:

Drei Dörfer haben mit einander im Verhältnisse zur Steuer, welche sie bezahlen, eine gemeinschaftliche Last von 8720 fl. zu tragen; das Dorf A bezahlt 480 fl., das Dorf B 730 fl., und das Dorf C 900 fl. Steuer; wie viel trifft nun auf jedes zu bezahlen?

I. Auflösung:

1) Man addire die hier vorkommenden Verhältnißzahlen, nämlich die Steuern dieser drei Dörfer, man erhält zur Summe 2110 fl., indem 480 fl. + 730 fl. + 900 fl. = 2110 fl.

2) Nach den im §. 74. bei der einfachen geraden

Regel Detri aufgestellten Regeln, oder auch nach Vorschrift des §. 87. setze man reesisch an:

a) Welche Abgabe trifft auf die Steuer des Dorfes A, somit auf die Steuer von 480 fl., wenn auf die gesammte Steuer von 2110 fl. die ganze Abgabe von 8720 fl. trifft?

b) Welche Abgabe rc.

a) Abg. fl. x | 480 fl. St. ⎱ b) Abg. fl. y | 730 fl. St.
St. fl. 2110 | 8720 fl. Abg. ⎰ St. fl. 2110 | 8720 fl. Abg.

also ist $x = 1983^{147}/_{211}$ fl. also ist $y = 3016^{184}/_{211}$ fl.

c) Abg. fl. z | 900 fl. St.
St. fl. 2110 | 8720 fl. Abg.

also ist $z = 3719^{91}/_{211}$ fl.

Probe:

Zur Probe addire man diese drei gefundenen Resultate; man muß, im Falle die Rechnung richtig ist, wieder 8720 fl. erhalten:

		fl.		fl.	kr.	Häll.
1) A bezahlt	x fl.	$= 1983^{147}/_{211}$	=	1983	41	$6^{86}/_{211}$;
2) B »	y fl.	$= 3016^{184}/_{211}$	=	3016	52	$2^{122}/_{211}$;
3) C »	z fl.	$= 3719^{91}/_{211}$	=	3719	25	$7^{3}/_{211}$;

somit zahlen diese drei Dörfer zusammen = 8720 fl.

II. Auflösung:

Nach Vorschrift des §. 61. erhält man folgende Proportionen:

a) 2110 fl. St. : 480 fl. St. = 8720 fl. Abg. : x fl. A., daher 2110 : 480 = 8720 : x, weßhalb $x = 1983^{147}/_{211}$ fl.;

b) 2110 fl. St. : 730 fl. St. = 8720 fl. Abg. : y fl. A., daher 2110 : 730 = 8720 : y, weßhalb $y = 3016^{184}/_{211}$ fl.;

c) 2110 fl. St. : 900 fl. St. = 8720 fl. Abg. : z fl. A., daher 2110 : 900 = 8720 : z, weßhalb $z = 3719^{91}/_{211}$ fl.

Wie hier die Probe gemacht wird, ist so eben bei der vorigen Auflösung gezeigt worden.

1 Zusatz: Die Auflösung solcher Aufgaben kann auch dadurch geschehen, daß man allererst auf die angezeigte Weise bestimmt, wie viel z. B. hier auf 1 fl.

Steuer zu bezahlen kommt, indem man ansetzt: „Welche Abgabe trifft auf 1 Gulden Steuer, wenn auf die gesammte Steuer von 2110 fl. die ganze Abgabe von 8720 fl. trifft?“ Man findet, daß auf 1 fl. Steuer die Abgabe von $4^{28}/_{211}$ fl. trifft.

Nun bestimme man durch eine blosse Multiplikation, was es für jedes Dorf trifft, indem man $4^{28}/_{211}$ mit 480, dann $4^{28}/_{211}$ mit 730, und endlich $4^{28}/_{211}$ mit 900 multiplizirt, man findet, daß $4^{28}/_{211} \times 480 = 1983^{147}/_{211}$ fl., dann $4^{28}/_{211} \times 730 = 3016^{184}/_{211}$ fl., und endlich $4^{28}/_{211} \times 900 = 3719^{91}/_{211}$ fl.

Es versteht sich von selbst, daß bei dieser Auflösung die Reduktion und Probe auf die vorige Weise gemacht wird.

II. Zusatz: Kommen bei den Steuerrechnungen, was mehrentheils der Fall ist, Einheiten verschiedener Ordnung, somit Gulden, Kreutzer und Häller vor, so müssen sie auf Einheiten einer und der nämlichen Ordnung reduzirt werden.

Reduzirt man die niederen Einheiten auf höhere, so erhält man ächte Brüche, die man mit den vorhandenen höheren Einheiten in eine Summe bringt.

Werden aber die höheren Einheiten auf niedere reduzirt, so addire man die gegebenen niederen Einheiten zu den jedesmal durch die Reduktion erhaltenen Einheiten der nämlichen Ordnung.

Im ersten Falle erhält man Brüche, die sich aber beim reesischen Ansatze einrichten, und aufheben lassen; deßwegen ist dieses in vielen Fällen bequemer, als wenn man alles auf die niedrigste Benennung bringen würde, wo man dann mit großen Zahlen zu multipliziren, und zu dividiren hätte.

Es komme z. B. bei einer Aufgabe die Steuer von 4820 fl. 30 kr. 4 Häller vor; nach den sowohl im §. 80., als auch im II. Hauptstücke des I. Theiles aufgestellten Reduktionsregeln findet man, daß 30 kr. $= 1/2$ fl., dann 4 Häll. $= 1/120$ fl., und daher 30 kr. $+$ 4 Häll. $= 1/2$ fl. $+ 1/120$ fl. $= 61/120$ fl. (§. 24.), weßhalb 4820 fl. + 30 kr. + 4 Häller = 4820 fl. $+ 61/120$ fl. $= 4820^{61}/_{120}$ fl. $= 578461/120$ fl. (§. 28.).

Reduzirt man aber entweder nach §. 79., oder nach den im 1. Theile aufgestellten Reduktionsregeln die Gulden auf Kreutzer, und dann die Kreutzer auf Häller, so erhält man, daß 4820 fl. 30 kr. 4 Häller = 2313844 Häller (1. §. 91. Anm.).

Wird nun nach der beendeten Reduktion die weitere Berechnung vorgenommen, so erhält man auch bei den gesuchten Resultaten Gulden oder Häller, je nachdem man ohne eine fernere Reduktion die Berechnung mit Gulden oder Häller vornimmt.

Anmerkung: Was hier in Absicht auf die Steuerrechnungen bemerkt wurde, kommt bei mehreren andern Aufgaben der Regel Detri in Anwendung, wo ebenfalls in der anfangs gegebenen Aufgabe Einheiten verschiedener Benennung vorkommen; daß in diesem Falle nicht allemal das Reduziren nothwendig sei, ist bereits durch die Auflösung des im §. 74. angeführten III. Beispieles gezeigt worden.

IV.

Brand-Assekuranz-Rechnungen.

§. 91.

Erklärung und Regel.

a) Wenn eine Gesellschaft die Verbindlichkeit übernimmt, den unter ihren Mitgliedern durch eine Feuersbrunst entstehenden Schaden einigermaßen zu ersetzen, so heißt diese Veranstaltung eine Feuer-, oder Brand-Assekuranz, während die dabei vorkommenden Berechnungen Brand-Assekuranz-Rechnungen genannt werden.

b) Da bei gleicher Gefahr der assekurirten Gebäude der Beitrag eines jeden Mitgliedes der Größe des Ersatzes, den ein Glied in ähnlichen Unglücksfällen für sich fodert, also dem angegebenen Werthe der Gebäude, der den wahren Werth nie übersteigen darf, gerade proportionirt sein muß, so geschieht die Berechnung ebenfalls nach den bei der Gesellschafsregel im §. 87. angegebenen Vorschriften.

c) Der Werth des während einer bestimmten Zeit erlittenen Schadens mit den Regie-Kösten ist diejenige Zahl, die hier in proportionirte Theile getheilt

werden muß, die Werthe der einzelnen Gebäude sind die Verhältnißzahlen, und die Summe aller dieser Werthe — der Werth aller assekurirten Gebäude bildet die Summe dieser Verhältnißzahlen.

d) Um zu finden, was nun jedes Mitglied nach dem angegebenen Werthe seines in die Brand-Assekuranz aufgenommenen Gebäudes beitragen müsse, und dadurch die während einer bestimmten Zeit vorgefallenen Brandschäden mit den damit verbundenen Regie-Kösten zu vergüten, so berechnet man die Vergütung, die von 100 fl. geleistet werden soll, findet man z. B. dafür 1¾ kr., so sagt man, daß nun 1¾ kr. Prozent erhoben werden.

e) Es wird aber gewöhnlich, theils um die Bruchrechnung zu vermeiden, theils um künftige Regie-Ausgaben bestreiten zu können, und für die Folge einen Vorschuß zu bekommen, von 100 fl. etwas mehr bezogen, als geradezu die Berechnung auswirft.

Beispiel:

Im königl. baier. Intelligenzblatte der Hauptstadt des vormaligen Illerkreises Kempten erschien den 24. Juli 1813 die VII. Hauptrechnung über das königl. baier. allgemeine Brand-Assekuranz-Institut der ehemaligen Provinz Schwaben für die 3 Quartale des VII. Assekuranz-Jahres vom 1. Jäner bis letzten September 1811.

In Gemäßheit dieser Bekanntmachung beläuft sich die ganze Assekuranz-Kapitals-Summe auf 45'996.418 fl., und die für diese Zeit treffende Brandschadenvergütung auf 18034 fl. 20 kr.; zugleich wurden unterm 8. Oktober 1812 zur Bestimmung der Konkurrenzquote 1¾ kr. für 100 fl., somit 1¾ Prozent ausgeschrieben, welche nach Abzug der zu 2 Pfenning pr. Gulden auf 108 fl. 8 kr. 6 Häller sich belaufenden Einzugsgebühr 13307 fl. 28 kr. 8 Häller abwerfen, während sich die ganze Vergütungs-Summe auf 11748 fl. 52 kr. 2 hl. beläuft, indem von der vorhin erwähnten Brandschadensvergütung der Ueberschuß des VI. Assekuranzjahres 1810 pr. 7453 fl. 47 kr. 7 hl. abgezogen,

zogen, und zugleich die Ausgaben auf das Kommissions-Personale, und dann die übrigen Reale-Kösten pr. 1168 fl. 20 kr. 1 hl. dazu addirt wurden.

Nachdem dieses vorausgesetzt wird, so ist nun die Aufgabe: „Welche Konkurrenzquote, und welche Einzugsgebühren treffen auf die Stadt und auf das kön. Landgericht Kempten, da das Assekuranz-Kapital der erstern 887208 fl., und jenes des letzteren 813580 fl. beträgt?

Auflösung:

1) Man mache folgenden reesischen Ansatz: „Wie viel Gulden Konkurrenz treffen auf das Assekuranz-Kapital der Stadt Kempten von 887208 fl. (des kön. Landgerichtes Kempten von 813580 fl.), wenn von 100 fl. Assekuranz-Kapital $1\frac{3}{4}$ kr. erhoben werden, und 60 kr. 1 Gulden geben?

a) C. fl.	x	887208 fl. Ass. K.
Ass. K. fl.	100	$1\frac{3}{4}$ kr.
kr.	60	1 fl.

also ist $x = 258\frac{769}{1000}$ fl.

b) C. fl.	y	813580 fl. Ass. K.
Ass. K. fl.	100	$1\frac{3}{4}$ kr.
kr.	60	1 fl.

also ist $y = 237\frac{353}{1200}$ fl.

Es treffen daher auf die Stadt Kempten $258\frac{769}{1000}$ fl. $=$ 258 fl. 46 kr. $1\frac{3}{25}$ hl., somit 258 fl. 46 kr. 1 hl. Konkurrenz, und auf das königl. Landgericht Kempten $237\frac{353}{1200}$ fl. $=$ 237 fl. 17 kr. $5\frac{1}{5}$ hl., somit beinahe 237 fl. 17 kr. 5 hl. Konkurrenz.

2) Nun bestimme man auf die nämliche Weise die Einzugsgebühren, indem man ansetzt: „Wie viel Gulden Einzugsgebühr trifft auf die Konkurrenz der Stadt Kempten von $258\frac{769}{1000}$ fl. (des k. Landgerichts Kempten von $237\frac{353}{1200}$ fl.), wenn von einem Gulden 2 Pfenning Einzugsgebühr erhoben werden, und 240 Pf. 1 Gulden geben (I. §. 88. C.)?

E. G. fl.	z	$258^{769}/_{1000}$ fl. E.	E. G. fl.	u	$237^{353}/_{1200}$ fl. E.
E. fl.	1	2 Pfenning	E. fl.	1	2 Pf.
Pf.	240	1 fl.	Pf.	240	1 fl.

also ist $z = 2^{18769}/_{120000}$ fl.; also ist $u = 1^{140753}/_{144000}$ fl.

Es treffen daher auf die Stadt Kempten $2^{18769}/_{120000}$ fl. = 2 fl. 9 kr. $3^{19}/_{230}$ hl., somit 2 fl. 9 kr. 3 hl., und auf das k. Landgericht Kempten $1^{140753}/_{144000}$ fl., somit beinahe 1 fl. 58 kr. 5 hl. Einzugsgebühren.

Anmerkung: 1) Es ist aus dem Gesagten hinlänglich ersichtlich, wie solche Aufgaben in der Gestalt der Proportion aufzulösen sind; wie auch, wie bei denselben die Probe gemacht werden muß.

2) In der zweiten Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches der Arithmetik findet man in den §§. 124 und 125. in Absicht auf die einfache Gesellschafts-Rechnung, dann die Steuerrechnung, und die Brandassekuranz- und Vermischungs-Rechnung, und im §. 126. in Betreff der zusammengesetzten Gesellschafts-Rechnung die aufgestellten Regeln begründet und als allgemein giltig erwiesen.

V.

Einige Aufgaben in Absicht auf die Alligations- oder Verbindungs-Regel.

§. 92.

I. Aufgabe: Man gibt den Werth zweier Dinge, die zu einem Ganzen gemischt werden sollen, und die Größe des durch die Mischung entstandenen Ganzen; man soll die Größe der zur Mischung zu nehmenden Dinge bestimmen, d. i., man soll durch Rechnung finden, wie viel von jeder Sorte zu nehmen sei, um für ein bestimmtes Maaß vom Ganzen den gegebenen mittleren Werth zu bekommen.

Auflösung:

1) Man subtrahire den Werth der geringeren Sorte von jenem der besseren; ferner subtrahire

man den Werth der geringeren Sorte von dem eines bestimmten Maaßes vom Gemische, und suche der Ordnung nach zu diesen beiden Differenzen, und zu dem durch die Mischung erhaltenen Ganzen die vierte geometrische Proportionalzahl nach Vorschrift des §. 55.; man erhält zum Resultate eine Zahl, welche ausdrückt, wie viele Dinge der besseren Art zur Mischung zu nehmen sind.

2) Diese Zahl subtrahire man von dem Quantum des ganzen Gemisches, der Rest zeigt dann an, wie viel dazu von der geringeren Sorte zu nehmen ist.

Beispiel:

Ein Goldschmid hat zweierlei Silber, ein 14löthiges, und ein 9löthiges; nun möchte er von diesen beiden Sorten zu 4 Mark = 64 Loth (weil 1 Mark 16 Loth hat) so viel zur Mischung nehmen, daß er dann 12löthiges Silber bekommt; wie viel von jeder Sorte darf er dazu nehmen (I. §. 88. A.)?

Auflösung:

1) Man subtrahire 9 von 14, man erhält zur Differenz 5, weil $14 - 9 = 5$; ferner subtrahire man 9 von 12, man erhält zur Differenz 3, da $12 - 9 = 3$;

2) Man setze nachstehende Proportion an, nachdem man vorhin die Anzahl der Lothe, die von der besseren Sorte zu nehmen sind, mit x ausgedrückt hat:

$$5 : 3 = 64 : x, \text{ daher ist } x = \frac{64 \,.\, 3}{5} = 38\tfrac{2}{5} \text{ (§. 55.)}.$$

Es werden also vom 14löthigen Silber $38\tfrac{2}{5}$ Loth genommen.

3) Man subtrahire $38\tfrac{2}{5}$ von 64, man erhält $25\tfrac{3}{5}$, d. i., vom 9löthigen Silber sind $25\tfrac{3}{5}$ Loth zu nehmen.

Probe:

1) Man berechne, wie viel feines Silber sowohl in $38\frac{2}{5}$ Loth des 14löthigen, und in den $25\frac{3}{5}$ Loth des 9löthigen Silbers, als auch in dem ganzen Gemische von 64 Loth 12löthigen Silbers enthalten ist, indem man ansetzt:

a) Wie viele Lothe feines Silber sind in $35\frac{2}{5}$ L. 14löthigen Silber enthalten, wenn in 16 Loth solchen Silbers 14 Loth feines Silber enthalten sind?

b) Wie viele Lothe ꝛc.

a) f. S. L. y | $38\frac{2}{5}$ L. 14löth. S.
14löth. S. L. 16 | 14 L. f. S.
wo nun $y = 33\frac{48}{80} = 33\frac{3}{5}$ L.

b) f. S. L. z | $25\frac{3}{5}$ L. 9löth. S.
9löth. S. L. 16 | 9 L. f. S.
es ist $z = 14\frac{32}{80} = 14\frac{2}{5}$ L.

c) f. S. L. u | 64 L. 12löth. S.
12löth. S. L. 16 | 12 L. f. S.
also ist $u = 48$ Loth.

2) Man addire das im 14-, und im 9löthigen Silber enthaltene feine Silber, man erhält zur Summe 48 Loth, indem $33\frac{3}{5}$ L. $+ 14\frac{2}{5}$ L. $= 48$ L., weßhalb die vorhin angestellte Berechnung richtig ist.

§. 93.

II. Aufgabe: Man gibt den Werth und die Größe der einzelnen Dinge, welche mit einander gemischt werden; man soll daraus den Werth eines bestimmten Maaßes des ganzen Gemisches finden.

Auflösung:

1) Man berechne den Werth der einzelnen Dinge, welche zur Mischung genommen werden, und bringe diese Werthe in eine Summe;

2) Eben so addire man die Größe der einzelnen Dinge, um das Quantum des ganzen Gemisches zu finden, und berechne dann den Werth für ein bestimmtes Maaß desselben.

Beispiel:

15 Schäffel Waizen werden mit 12 Schäffel Roggen gemischt, wovon das erstere 17 fl., und das letztere 15 fl. kostet; wie viel wird nun ein Schäffel des gemischten Getreides werth sein?

Auflösung:

1) Diesen gesuchten Werth drücke man einsweilen mit x aus, und addire die beiden Zahlen 15 und 12, man erhält zur Summe 27, d. i., das Quantum des ganzen Gemisches beträgt 27 Schäffel;

2) Man berechne den Werth des Waizens, und den des Roggens, indem man ansetzt:

a) Wie viel Gulden kosten 15 Sch. Waizen, wenn 1 Schäffel 17 fl. kostet?

b) Wie viel Gulden ꝛc.

a) fl.	y	15 Sch. W.	b) fl.	z	12 Sch. R.
Sch. W.	1	17 fl.	Sch. R.	1	15 fl.

daher ist $x = 255$ fl. $z = 180$ fl.

3) Man addire diese beiden Werthe, man erhält 435 fl., da 255 fl. + 180 fl. = 435 fl., und berechne, was 1 Schäffel des Gemisches kostet, da es jetzt schon bekannt ist, daß das ganze Gemisch, somit 27 Schäffel 435 fl. kosten:

fl.	x	1 Schäffel
Sch.	27	435 fl.

wo nun $x = {}^{435}/_{27} = 16^{3}/_{27} = 16^{1}/_{9} =$ 16 fl. 6 kr. $5^{1}/_{3}$ hl.

Es kostet also unter diesen Bedingungen 1 Schäffel des gemischten Getreides $16^{1}/_{9}$ fl. = 16 fl. 6 kr. $5^{1}/_{3}$ hl.

Probe:

Man setze reesisch an: Wenn 1 Schäffel $16^1/_9$ fl. kostet, was kosten 27 Schäffel?

fl.	u	27 Sch.
Sch.	1	$16^1/_9$ fl.

es ist u = 435 fl.

Der Werth des ganzen Gemisches beträgt wieder 435 fl., mithin so viel, als die beiden zur Mischung genommenen Sorten zusammen, weßhalb die vorhin angestellte Berechnung richtig ist.

§. 94.

III. **Aufgabe:** Es ist bekannt der Werth eines bestimmten Maaßes, und das Quantum des Gemisches, mithin der Werth desselben, und es sind bekannt die einzelnen zur Mischung genommenen Dinge, mit Ausnahme eines einzigen, man soll den Werth dieses letzteren berechnen.

Auflösung:

1) Man berechne die Werthe aller einzelnen Dinge, mit Ausnahme desjenigen, wofür der Werth gesucht werden soll, und zugleich suche man den Werth des ganzen Gemisches;

2) Die Summe der so eben erwähnten Werthe subtrahire man von dem Werthe des ganzen Gemisches, der Rest gibt den für das letzte Ding gesuchten Werth, woraus man dann für ein bestimmtes Maaß desselben den treffenden Werth berechnet.

Beispiel:

Es hat Jemand einen Wein, wovon die Maaß 30 kr. kostet, und einen anderen, wovon der Werth

für eine Maaß gefunden werden soll; von der ersten Sorte wurden zur Mischung $33\frac{1}{3}$ Maaß, und von der zweiten wurden dazu $26\frac{2}{3}$ Maaß genommen; wie theuer ist nun die zur Mischung genommene zweite Sorte, wenn ein Maaß des gemischten Weines 24 kr. kostet?

Auflösung:

1) Man berechne den Werth der ersten Sorte, wovon 1 Maaß 30 kr. kostet, und zugleich, nachdem man vorhin, um das Quantum des ganzen Gemisches zu finden, $33\frac{1}{3}$ M. zu $26\frac{2}{3}$ Maaß addirt hat, den Werth des ganzen Gemisches, indem man ansetzet:

a) Wie viel Gulden kosten $33\frac{1}{3}$ Maaß, wenn 1 Maaß 30 kr. kostet, und 60 kr. 1 Gulden geben?

b) Wie viel ꝛc.

a)		
fl.	y	$33\frac{1}{3}$ M.
M.	1	30 kr.
kr.	60	1 fl.

es ist $y = 16\frac{2}{3}$ fl.

b)		
fl.	z	60 M.
M.	1	24 kr.
kr.	60	1 fl.

$z = 24$ fl.

2) Man subtrahire $16\frac{2}{3}$ fl. von 24 fl., man erhält zum Reste $7\frac{1}{3}$ fl., und berechne nun daraus, was eine Maaß kostet, da von der zweiten Sorte $26\frac{2}{3}$ Maaß genommen wurden:

fl.	x	1 M.
M.	$26\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{3}$ fl.

also ist $x = \frac{22}{80} = \frac{11}{40}$ fl.

Es kostet deßhalb davon 1 Maaß $\frac{11}{40}$ fl. $= 16\frac{1}{2}$ kr.

Probe:

1) Man berechne nun, was $26\frac{2}{3}$ Maaß kosten, da 1 Maaß $16\frac{1}{2}$ kr. kostet:

fl.	u	$26\frac{2}{3}$ M.
M.	1	$16\frac{1}{2}$ kr.
r.	60	1 fl.

daher ist $u = 7\frac{1}{3}$ fl.

2) Man addire $7\frac{1}{3}$ fl. $=$ 7 fl. 20 kr. zu $16\frac{2}{3}$ fl. $=$ 16 fl. 40 kr.; man erhält zur Summe den Werth

des ganzen Gemisches, nämlich 24 fl., weil $7\frac{1}{3}$ fl. $+ 16\frac{2}{3}$ fl. $=$ 24 fl., oder 7 fl. 20 kr. $+$ 16 fl. 40 kr. $=$ 24 fl.; um deßwillen ist die vorhin angestellte Berechnung richtig, und 1 Maaß der zweiten Sorte kostet wirklich $16\frac{1}{2}$ kr.

Anmerkung: Die Verbindungs- oder Alligationsregel (Regula alligationis), wie es aus den vorstehenden Aufgaben ersichtlich ist, wird diejenige Regel genannt, welche angibt, nach welchem Verhältnisse zwei oder mehrere Dinge gemischt werden sollen, damit ein mittlerer Werth herauskommt.

2) Ich führte hier in Absicht auf diese Regel einige Beispiele für die leichteren Fälle an, wo nur zwei Dinge mit einander vermischt wurden; die Auflösung der schwereren Beispiele geschieht nach Formeln, derer allgemeine Giltigkeit in der Buchstabenrechnung erwiesen wird, auf eine leichtere und bequemere Weise. Um deßwillen trage ich jetzt dieselben nicht vor; man findet sie zur Begründung der bei der Alligations- oder Verbindungs-Rechnung vorkommenden Regeln in der zweiten Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches der Arithmetik in den §§. 127 — 130.

VI.

Einige Aufgaben, wo die Reduktionen verschiedener Maaße, Gewichte und Münzen vorkommen.

§. 95.

I. Aufgabe, das Dezimalmaaß in das Duodezimalmaaß, und umgekehrt, zu verwandeln.

Auflösung:

a) Der Fuß oder Schuh hält im Dezimalmaaße 10 Zoll, und im Duodezimalmaaße 12 Zoll (I. §. 79.); es sind daher 10 Dezimalzoll $=$ 12 Duodezimalzoll, und umgekehrt 12 Duodezimalzoll geben 10 Dezimalzoll, weil man im ersten Falle den Fuß in 10 gleiche Theile, und im zweiten Falle den nämlichen Fuß in 12 gleiche Theile abtheilet, und jene Dezimalzolle, diese hingegen Duodezimalzolle nennt.

Was hier vom Fuß gesagt wird, ist eben so vom Zoll, von der Linie rc. zu verstehen, wie dieses aus

den beiden im I. Theile im §. 79. angeführten Tabellen ersichtlich ist.

Bei der Reduktion des Dezimalmaaßes in das Duodezimalmaaß, und umgekehrt, hat man jederzeit eine Aufgabe der einfachen geraden Regel Detri (§. 74.), um deßwillen geschieht dieselbe nach folgender Regel:

1) Ist das Dezimalmaaß auf das Duodezimalmaaß zu reduziren, so mache man den Ansatz: „Wieviel Duodezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel) geben die zu reduzirenden Dezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel), da 10 Dezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel) 12 Duodezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel) geben?

2) Ist aber das Duodezimalmaaß in das Dezimalmaaß zu verwandeln, so mache man folgenden Ansatz: „Wieviel Dezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel) geben die zu reduzirenden Duodezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel), da 12 Duodezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel) 10 Dezimal-Fuß (Zoll — Linien — Skrupel) geben?

b) Der Quadratfuß hält im Dezimalmaaße 100, und im Duodezimalmaaße 144 Quadratzoll (I. §. 80.); um deßwillen sind 100 Dezimalquadratzoll = 144 Duodezimalquadratzoll, und umgekehrt 144 Duodezimalquadratzoll geben 100 Dezimalquadratzoll, wie dieses aus den im I. Theile im §. 80. angeführten Tabellen ersichtlich ist.

Die Reduktion geschieht hier nach folgender Regel:

1) Sind z. B. Dezimal □ Zoll auf Duodezimal □ Zoll zu reduziren, so macht man folgenden Ansatz: Wieviel Duodezimal □ Zoll geben die zu reduzirenden Dezimal □ Zoll, da 100 Dezimal □ Zoll 144 Duodezimal □ Zoll geben?

2) Sind aber z. B. Duodezimal □ Zoll auf

Dezimal □ Zoll zu reduziren„ so macht man diesen Ansatz: „Wie viel Dezimal □ Zoll geben die zu reduzirenden Duodezimal □ Zoll, da 144 Duodezimal □ Zoll 100 Dezimal □ Zoll geben?

c) Der Kubikfuß hält im Dezimalmaaße 1000, und im Duodezimalmaaße 1728 Kubikzoll; daher sind 1000 Dezimal-Kubikzoll = 1728 Duodezimal-Kubikzoll, und umgekehrt 1728 Duodezimal-Kubikzoll geben 1000 Dezimal-Kubikzoll (I. §. 81.).

1) Sind z. B. Dezimal-Kubikzoll auf Duodezimal-Kubikzoll zu reduziren, so mache man diesen Ansatz: „Wie viel Duodezimal-Kubikzoll geben die zu reduzirenden Dezimal-Kubikzoll, da 1000 Dezimal-Kubikzoll 1728 Duodezimal-Kubikzoll geben"?

2) Sind aber z. B. Duodezimal-Kubikzoll auf Dezimal-Kubikzoll zu reduziren, so mache man folgenden Ansatz: „Wie viel Dezimal-Kubikzoll geben die zu reduzirenden Duodezimal-Kubikzoll, da 1728 solche Kubikzoll 1000 Dezimal-Kubikzoll geben"?

Beispiele:

a) Wie viel Duodezimal □ Zoll geben 40830 Dezimal □ Zoll?

b) Die gesetzmäßige Größe des baierischen Schäffels beträgt 208 baierische Maaß, oder 8944 baierische Dezimal-Kubikzoll (I. §. 83. Nro. 2.); wieviel hält nun dasselbe baier. Duodezimal-Kubikzoll?

Auflösung:

Man setze recsisch an:

a) Wieviel Duodezimal □ Zoll geben 40830 Dezimal □ Zoll, wenn 100 Dezimal □ Zoll 144 Dezimal □ Zoll geben.

b) Wieviel Duodezimal-Kubikzoll geben 8944 Dezimal-Kubikzoll, wenn 1000 solche Kubikzoll 1728 Duodezimal-Kubikzoll geben?

a) Duod. □ Z. x | 40830 Dez. □ Zoll.
Dez. □ Z. 100 | 144 Duod. □ Zoll.

es ist x = 58795⅕ Duod. □ Zoll.

40830 Dezimal □ Zoll geben daher 58795⅕ Duodezimal □ Zoll.

Probe:

Dez. □ Z. y | 58795⅕ Duod. □ Zoll.
Duod. □ Z. 144 | 100 Dez. □ Zoll.

es ist y = 40830 Dez. □ Zoll.

58795⅕ Duodezimal □ Zoll geben daher wieder 40830 Dezimal □ Zoll.

b) Duod. K. Z. x | 8944 Dez. K. Z.
Dez. K. Z. 1000 | 1728 Duod. K. Z.

daher ist x = 15455 232/1000 Duod. K. Z.

Es geben also 8944 baierische Dezimal-Kubikzoll 15455 232/1000 baier. Duodezimal-Kubikzoll.

Probe:

Dez. K. Z. y | 15455 232/1000 Duod. K. Z.
Duod. K. Z. 1728 | 1000 Dez. K. Z.

es ist y = 8944 Dez. K. Zoll.

§. 96.

II. Aufgabe, ausländische Maaße und Gewichte in vaterländische zu verwandeln, und umgekehrt.

I. Beispiel:

Wie viel baierische Chausseemeilen geben 50 österreichische Postmeilen?

Auflösung:

1) Aus denjenigen Tabellen, welche am Ende des III. Theiles dieses Lehrbuches im Anhange in Betreff der ausländischen Maaße und Gewichte angeführt werden, ist bekannt, daß eine baier. Chausseemeile 22826 6/10 Pariser

Fuß, und eine österreichische Postmeile 23355 solche Fuß hat; es verhält sich also die baier. Chausseemeile zur österreich. Postmeile, wie $22826\frac{6}{10}$ zu 23355 (§. 50. d.), oder 1 baier. Ch. Meile : österr. Postmeile = $22826\frac{6}{10}$: 23355;

2) Bei einer geometrischen Proportion ist das Produkt der äußeren Glieder jenem der mittleren Glieder gleich (§. 55.), es sind also 23355 baier. Ch. M. = $22826\frac{6}{10}$ österr. P. Meilen, d. h., 23355 baier. Ch. M. geben $22826\frac{6}{10}$ österr. P. M., und umgekehrt $22826\frac{6}{10}$ österr. P. M. geben 23355 baier. Ch. Meilen.

3) Man setze nun reesisch an: „Wie viel baier. Chausseemeilen geben 50 österr. Postmeilen, da $22826\frac{6}{10}$ österr. P. Meilen 23355 baier. Ch. Meilen geben?

baier. Ch. Meilen x	50 österr. Postmeilen
österr. P. M. $22826\frac{6}{10}$	23355 baier. Ch. M.

$x = 51\frac{35934}{228266}$ baier. Ch. Meilen.

Es geben also 50 österr. Postmeilen $51\frac{35934}{228266}$ baier. Chausseemeilen.

Probe:

Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und setze an: „Wieviel österr. Postmeilen geben $51\frac{35934}{228266}$ baier. Chausseemeilen, wenn 23355 solche Meilen $22826\frac{6}{10}$ österr. Postmeilen geben"?

österr. Postmeilen y	$51\frac{35934}{228266}$ baier. Ch. M.
baier. Ch. M. 23355	$22826\frac{6}{10}$ österr. Postmeilen.

$y = 50$ österr. Postmeilen.

Es geben daher $51\frac{35934}{228266}$ baier. Chausseemeilen wieder 50 österr. Postmeilen.

II. Beispiel:

Wie viel baier. Maaß geben 40 würtembergische Maaß Wein?

Auflösung:

a) Hat man solche Tabellen vor sich, wo die verschiedenen Getränkmaaße mit einem gemeinschaftlichen

Maaße z. B. mit französischen Duodezimal-Kubikzollen, oder mit Decilitres verglichen sind, so verfahre man hier, wie im vorigen Beispiele.

b) Hat man aber solche Tabellen, wie man sie im III. Theile dieses Lehrbuches findet, wo die vorletzte Spalte anzeigt, wie viel z. B. zu 1000 baier. Maaß würtemberg. Maaß erfordert werden, so macht man die Auflösung dadurch, daß man ansetzt: „Wie viel baier. Maaß geben 40 würtemberg. Maaß, wenn $581^{92}/_{100}$ würtemb. Maaß 1000 baier. Maaß geben“?

baier. Maaß	x	40 würt. Maaß
würt. M.	$581^{92}/_{100}$	1000 baier. M.

$x = 68^{42944}/_{58192}$ baier. Maaß.

Es geben also 40 würtemberg. Maaß $68^{42944}/_{58192}$ baier. Maaß.

Probe:

Man kehre zur Probe die Aufgabe um, und setze an: „Wie viel würtemberg. Maaß geben $68^{42944}/_{58192}$ baier. Maaß“?

würt. Maaß	y	$68^{42944}/_{58192}$ baier. Maaß
baier. M.	1000	$581^{92}/_{100}$ würtemb. M.

es ist $y = 40$ würtemb. Maaß.

$68^{42944}/_{58192}$ baier. Maaß geben also wieder 40 würtemb. Maaß.

Anmerkung: 1) Wie der bei der ersten Berechnung zum Vorscheine gekommene Bruch $\frac{35934}{228266}$ durch Annäherung in einen andern verwandelt werden könne, dessen Zähler und Nenner kleinere Zahlen sind, ist im §. 20. schon gezeigt worden.

2) Bei der Probe nehme man den ersten Bruch, um genau wieder die vorhin gewesene Größe zu erhalten; geschähe dieses nicht, so würde man ein Resultat erhalten, das mit dem vorigen aus dem Grunde nicht genau übereinstimmen könnte, weil der durch Annäherung gefundene Bruch dem ersten Bruche nicht nach aller Schärfe gleich ist.

3) Auf die hier angezeigte Weise verfährt man, wenn man was immer für gegebene Maaße oder Gewichte auf solche reduziren soll, die an einem andern Orte üblich sind.

§. 97.

III. Aufgabe, den Werth einer gewissen Waare im vaterländischen Maaße anzugeben, wenn derselbe nach dem ausländischen bekannt ist, und umgekehrt.

I. Beispiel:

Wenn von einer gewissen Waare 1 würtembergische Elle 1 fl. 24 kr. 4 Häll. kostet, was kostet eine baierische Elle der nämlichen Waare?

Auflösung:

1) Anstatt 1 fl. 24 kr. 4 hl. schreibe man $84\frac{1}{2}$ kr., da 1 fl. 24 kr. 4 hl. = $84\frac{1}{2}$ kr.;

2) Man setze nun reesisch an: „Wie viel Kreutzer kostet 1 baier. Elle, wenn 1000 baier. Ellen $1356\frac{19}{100}$ würtemb. Ellen geben, und wenn 1 würtemberg. Elle der nämlichen Waare $84\frac{1}{2}$ kr. kostet"?

kr.	x	1 baier. Elle
baier. Elle	1000	$1356\frac{19}{1000}$ würt. Ell.
würtemb. Ell.	1	$84\frac{1}{2}$ kr.

daher ist x = $114\frac{119611}{200000}$ kr.

Es kostet also unter dieser Bedingung eine baier. Elle der nämlichen Waare $114\frac{119611}{200000}$ kr. = 1 fl. 54 kr. und beinahe $4\frac{1}{2}$ Häller.

Probe:

Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und setze an: „Wie viel kostet 1 würt. Elle, wenn $1356\frac{19}{100}$ würtemb. Ellen 1000 baier. Ellen geben, und eine solche Elle $114\frac{119611}{200000}$ kr. kostet"?

kr.	y	1 würtemb. Elle
würt. Ell.	$1356\frac{19}{100}$	1000 baier. Ellen
baier. Elle	1	$114\frac{119611}{200000}$ kr.

daher ist y = $84\frac{1}{2}$ kr.

Es kostet also unter dieser Bedingung eine würt. Elle wieder $84\frac{1}{2}$ kr. = 1 fl. 24 kr. 4 Häll.

II. Beispiel:

Wie viel Gulden kosten 6 baier. Zentner einer gewissen Waare, wenn im französischen Gewichte 100 Grammes der nämlichen Waare 1 Franc kosten?

Auflösung:

1) Wenn die Tabellen noch nicht unmittelbar ausweisen, wie viel baier. Pfund zu einer gewissen Summe von Grammes erfordert werden, dann bestimme man dieses allererst durch Hilfe der Proportion auf eine ähnliche Weise, wie es bei der Auflösung des I. Beispieles des §. 96. geschehen ist.

Man findet in denjenigen Tabellen, die in diesem Lehrbuche in der II. Abtheilung des Anhanges des III. Theiles vorkommen, daß 1000 baier. Pfund 560000 Grammes, und umgekehrt 560000 Grammes 1000 baier. Pfund geben.

2) Nach der im I. Theile rücksichtlich der verschiedenen Münzen in §. 88. B. II. angeführten Tabelle beträgt 1 Franc in unserem Gelde 27 kr. 3 pf. $^3/_4$ Häller, weßhalb 1 Franc = 27 kr. 3 pf. $^3/_4$ hl. = $^{297}/_{640}$ fl., und umgekehrt $^{297}/_{640}$ fl. = 1 Franc;

3) Man setze nun reesisch an: „Wie viel Gulden kosten 6 baier. Zentner einer gewissen Waare, wenn 1 solcher Zentner 100 baier. Pfund hat, 1000 solche Pfund 560000 Grammes geben, 100 Grammes 1 Franc kosten, und 1 Franc $^{297}/_{640}$ fl. gibt"?

Erster Ansatz:

fl.	x	6 b. Zentner
Zentner	1	100 b. Pf.
b. Pf.	1000	560000 Gr.
Gr.	100	1 Franc
Franc	1	$^{297}/_{640}$ fl.

daher ist x = $1559^1/_4$ fl.;

Probe:

Franc	y	100 Gr.
Gr.	560000	1000 b. Pf.
b. Pf.	100	1 Zentner
Zentner	6	$1559^1/_4$ fl.
fl.	$^{297}/_{640}$	1 Frauc

es ist y = 1 Franc.

Es kosten also unter dieser Bedingung von der nämlichen Waare 6 Zentner $1559^1/_4$ fl. = 1559 fl. 15 kr.; und zur Probe, wo die Aufgabe umgekehrt wurde, hat man gefunden, daß 100 Grammes 1 Fr.

kosten, wenn für 6 baier. Zentner der nämlichen Waare 1559 fl. 15 kr. bezahlt werden.

Anmerkung: 1) Wie die Auflösung dieser Aufgaben in der Gestalt der Proportion geschehen müßte, ist aus dem Gesagten ohne eine weitere Anweisung ersichtlich.

Bei solchen Aufgaben ist die Verfahrungsweise mittels des reesischen Kettenansatzes viel einfacher und bequemer, als die nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze in der Gestalt der Proportion.

2) Weil man bei diesen Aufgaben die Tabellen vor sich haben muß, und die Berechnung mittels der Dezimalbrüche einfacher ist, so kann der Lehrer hierüber erst dann mehrere Beispiele seinen Schülern vorlegen, wenn dieselben den dritten Theil dieses Werkes, wo die Dezimalbrüche, und die benöthigten Tabellen vorkommen, in Handen haben, und zugleich mit den Dezimalbrüchen zu rechnen wissen.

3) In der neuen Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches werden die Reduktionen der verschiedenen Maaße, Gewichte und Münzen in den §§. 132 — 137. bequemer durch die Rechnung mit Logarithmen vorgenommen.

VII.

Zeit- und Rabatt-Rechnung.

§. 98.

Zeitrechnung.

Wenn eine Summe Geldes nach und nach ohne Zins bezahlt werden soll, so lehret die **Zeitrechnung** die Zeit finden, in welcher das zu Leistende auf einmal bezahlt werden kann.

Die Zeitrechnungen geschehen nach folgender **Regel**:

a) Wenn die zu bezahlenden Posten, und die Differenzen der Termine gleich sind, so addirt man den ersten und letzten Termin, und dividirt dann die Summe mit 2, d. h., man sucht zum ersten und letzten Termine die mittlere arithmetische Proportionalzahl (§. 54.);

b) Sind die Zeiten zwischen den Terminen ver-

verschieden, oder die zu bezahlenden Posten nicht gleich groß, so wird ein jeder Posten mit seiner Zeit multiplizirt, diese Produkte werden dann addirt, und ihre Summe wird mit der Summe aller Posten dividirt.

Beispiele:

a) Petrus hat dem Paulus ohne eine Verzinsung 400 fl. binnen 4 Jahren, und zwar jedes Jahr 100 fl. zu bezahlen; zu welcher Zeit wird jener diese Summe auf einmal erlegen dürfen?

b) Zu welcher Zeit dürfen 6000 fl. auf einmal bezahlt werden, wenn man sie unter der Bedingung schuldet, daß 200 fl. nach einem Jahre, 200 fl. nach 3 Jahren, und 200 nach 4 Jahren ohne eine Verzinsung zu bezahlen sind?

Auflösung:

a) Man addire nach der bei a. aufgestellten Regel 1 Jahr zu 4 Jahren, und dividire die Summe 5 mit 2, man erhält $2\frac{1}{2}$, d. h., nach $2\frac{1}{2}$ Jahren sind diese 400 fl. auf einmal zu bezahlen.

Zur Probe darf man nur nach der einfachen geraden Regel Detri den Zins bestimmen, welchen Petrus von seinen 400 fl. bezieht, er mag sie innerhalb 4 Jahren nach und nach, oder er mag dieselben nach $2\frac{1}{2}$ Jahren auf einmal ablösen. Gesetzt, er habe dieses Geld zu 5 Prozenten (5 pro Ct.) am Zinse, so bekommt er Interesse:

nach d. 1ten Jahr = 20 fl.	nach d. 1ten Jahr = 20 fl.
nach d. 2ten Jahr = 15 fl.	nach d. 2ten Jahr = 20 fl.
nach d. 3ten Jahr = 10 fl.	nach ½ Jahr = 10 fl.
nach d. 4ten Jahr = 5 fl.	Summe = 50 fl.
Summe = 50 fl.	

b) 1) Nach der bei b. gegebenen Vorschrift multiplizire man 200 mit 1, dann 200 mit 3, und endlich 200 mit 4, man erhält, daß $200 \times 1 = 200$, ferner $200 \times 3 = 600$, und $200 \times 4 = 800$.

2) Man addire diese drei Produkte, ihre Summe ist = 1600, und addire zugleich die drei Posten, ihre Summe ist = 600.

3) Endlich dividire man 1600 mit 600, man erhält zum Quotienten die Zahl $2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$, d. h., in $2\frac{2}{3}$ Jahren sind unter dieser Bedingung die erwähnten 600 fl. auf einmal zu bezahlen.

Die Probe würde hier wieder, wie im vorigen Beispiele, gemacht werden.

§. 99.

Abzugs= oder Rabatt=Rechnung.

a) Der Abzug, welchen die Gesetze einem Schuldner, der jetzt zahlet, was er erst nach einer gewissen Zeit zu zahlen schuldig ist, bewilligen, heißt der Rabatt oder Interusurium, und dessen Berechnung die Abzugs-, Rabatt- oder Interusuriums-Rechnung;

b) Weder der Schuldner kann zur frühern Bezahlung mit Abzug des treffenden Rabatts gezwungen, und eben so wenig der Gläubiger zur Annahme dieser Bezahlung angehalten werden, indem allemal hierzu beiderseitige freie Einwilligung erfordert wird;

c) Nach dem rechtlichen Prinzip darf der Rabatt weder den Gläubiger, noch den Schuldner bevortheilen; man nimmt also an, die auf der Stelle erlegte Summe müsse so groß sein, daß der Gläubiger durch sie nach landesüblichen Zinsen bis zum Zahlungstermine so viel erhält, als er zu fordern hat, und daß auf der andern Seite der Rabatt nach eben diesen Zinsen dem Schuldner so viel abwirft, als er durch den Gebrauch des Kapitals bis zum Zahlungstermine erhalten würde;

d) Wenn die Zinse nicht wieder verzinset werden, und also, wie sich einige ausdrücken, nicht Zins auf Zins gerechnet wird, so geschiebt, im Falle eine landesübliche Verzinsung zu 5 Prozenten Statt findet, die Rabatt-Rechnung nach folgenden Proportionen:

Die in einer gewissen Zeit verfällige Summe verhält sich zur baaren Zahlung

nach	1 Jahr	wie 105	zu 100	
»	2 Jahren	» 110	» 100	
»	3 Jahren	» 115	» 100	
»	4 Jahren	» 120	» 100	
»	5 Jahren	» 125	» 100	
»	½ Jahr	» 102½	» 100	
»	⅓ Jahr	» 101⅔	» 100	
»	¼ Jahr	» 101¼	» 100	rc.

e) Werden aber auch die Zinse als Kapital betrachtet, und von ihrer Zahlzeit an verzinset, so hat man eine Aufgabe der zusammengesetzten Zinsrechnung, die, im Falle die landesübliche Verzinsung zu 5 Prozenten geschieht, und der Schuldner das Kapital bis zum Zahlungstermine unverzinslich zu genießen hat, ohne die Formel und die Logarithmen (§. 74. Anm. 3.), auf folgende mühsame Weise aufgelös't wird:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, und setze links die unbekannte auf der Stelle baar zu erlegende Summe, die man gewöhnlich mit x ausdrückt, und rechts hinüber schreibe man jene Summe, die nach der bestimmten Zeit zu zahlen ist;

2) Links setze man 105 so oft als Faktor, als viele Jahre gegeben sind, und rechts hinüber jedesmal 100;

3) Endlich suche man nach §. 68. die unbekannte Größe x; man erhält dann jene Summe, die auf der Stelle baar zu erlegen ist.

Beispiele:

1) Wie viel Gulden baar zu 5 Prozent Rabatt machen 275 fl., welche erst nach 2 Jahren fällig sind?

2) Petrus hat nach 3 Jahren 1000 Gulden, die er während dieser Zeit unverzinslich genießt, zu bezahlen; welche Summe beträgt dieses Kapital, wenn es gleich baar erlegt wird, und die landesübliche Verzinsung

zu 5 Prozenten Statt findet, während zugleich die fälligen Zinse jederzeit wieder verzinset werden?

Auflösung:

1) Weil bei der landesüblichen Verzinsung zu 5 Prozenten anstatt 100 fl. nach 2 Jahren 110 fl. gleich baar zu erlegen sind, so mache man diesen Ansatz: „Welche Summe ist gleich baar anstatt 275 fl. zu erlegen, wenn anstatt 100 fl. nach 2 Jahren gleich baar 110 fl. zu erlegen sind?

baar fl.	x	275 fl., die nach 2 Jahren 2c.
nach 2 Jahren 2c. fl.	110	100 fl. baar

es ist $x = 250$ fl.

Es sind also auf der Stelle baar 250 fl. zu erlegen, weßhalb der Abzug oder Rabatt 25 fl. beträgt.

Zur Probe bestimme man nach der zusammengesetzten geraden Regel Detri den Zins, den 275 fl. in 2 Jahren zu 5 Prozenten geben, man findet 25 fl.; ferner 250 fl. + 25 fl. = 275 fl., weßhalb die vorhin angestellte Berechnung richtig ist, im Falle, was bei dieser Aufgabe die Voraussetzung war, von keinen Zinseszinsen die Rede ist.

2) Zur Auflösung des II. Beispieles setze man auf folgende Weise an:

baar fl.	x	1000 fl. nach 3 Jahren	
nach	105	100	
drei	105	100	baar
Jahr	105	100	

es ist $x = 863\,{}^{969625}/_{1157625}$ fl.

Es ist also auf der Stelle baar die Summe von $863\,{}^{969625}/_{1157625}$ fl., somit beinahe 863 fl. 50 kr. 3 hl. zu erlegen, weßhalb der Rabatt 136 fl. 9 kr. 5 hl. beträgt.

Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und mache den Ansatz: „Zu welcher Summe erwachsen $863\,{}^{969625}/_{1157625}$ fl. zu 5 Prozenten in 3 Jahren sammt den Zinseszinsen, wenn unter dieser Bedingung 100 fl. Kapital in einem Jahre zu einer Summe von 105 fl.

anwachsen?“ Hier muß 100 dreimal links, und eben so oft 105 rechts als Faktor gesetzt werden, weil bei dieser Aufgabe von 3 Jahren die Rede ist:

	S. fl. y	$863\frac{969625}{1157625}$ fl. K.	
Kap.	100	105	Summe
	100	105	
	100	105	

es ist wieder y = 1000 fl.

Anmerkung: Mehrere Beispiele kommen in der zweiten Auflage des IV. Theiles dieses Lehrbuches in den §§. 138 — 142. bei der zusammengesetzten Zinsrechnung vor, wo die Auflösungen bequem mittels der Logarithmen gemacht werden.

VIII.

Die Tausch- und Zehent-Rechnung, wie auch die Theilungs-Rechnung, und die Regula Falsi.

§. 100.

Tauschrechnungen.

Gibt man anstatt des baaren Geldes für eine eingekaufte Waare wieder eine Waare hin, und bezahlt man somit eine gewisse Schuld mit Waaren, so findet die so genannte Tauschrechnung Statt.

Dabei bestimmt man nach den bereits aufgestellten Regeln den Werth sowohl der hingegebenen, als der dafür empfangenen Waare, und subtrahirt den kleineren Werth von dem größeren, um aus dieser Differenz zu ermessen, was einer dem anderen, wie man sich ausdrückt, noch darauf zu bezahlen hat.

Beispiel:

Man läßt bei einem Silberarbeiter etliche silberne Bestecke verfertigen, die zusammen 5 Mark 9 Loth $3\frac{1}{2}$ Quintel = $89\frac{7}{8}$ Loth wägen, wovon das Loth 24 Batzen kostet.

Man gibt aber 33 Loth Bruchsilber daran, von welchem das Loth zu 17 Batzen angenommen wird;

wie viel Gulden hat nun der Silberarbeiter noch zu fordern?

Auflösung:

1) Man berechne allererst, was $89\frac{7}{8}$ Loth kosten, wenn 1 Loth 24 Batzen kostet, und dann, was 33 Loth kosten, wenn 1 Loth 17 Batzen kostet:

b) fl.	x	$89\frac{7}{8}$ L.		a) fl.	y	33 L.
L.	1	24 Batz.		L.	1	17 Batz.
Batz.	15	1 fl.		Batz.	15	1 fl.

es ist $x = 143\frac{4}{5}$ fl. es ist $y = 37\frac{2}{5}$ fl.

2) Man subtrahire $37\frac{2}{5}$ fl. von $143\frac{4}{5}$ fl., oder was eines ist, 37 fl. 24 kr. von 143 fl. 48 kr., man erhält zum Reste 106 fl. 24 kr., indem $143\frac{4}{5} - 37\frac{2}{5} = 106\frac{2}{5}$ fl., oder (143 fl. 48 kr.) — (37 fl. 24 kr.) = 106 fl. 24 kr., d. h., der Silberarbeiter hat noch 106 fl. 24 kr. zu fordern.

Wie hier die Probe gemacht werden muß, ist aus dem bereits Gesagten zureichend ersichtlich.

§. 101.

Zehentrechnung.

Der Zehent, d. h., der zehente Theil der auf dem Felde sich befindlichen Früchte ꝛc. wird öfters um ein gewisses Quantum von Früchten, oder auch für baare Bezahlung hingegeben; vorhin wird aber darüber ein Uiberschlag gemacht, und zwar nach dem allgemeinen Verhältnisse: „Der Zehent verhält sich zum ganzen Ertrage des Feldes, wie 1 zu 10.

Beispiel:

Es sind 200 Jauchert mit Korn besäet, die Jauchert wird zu 600 Garben, und 12 Garben werden zu 1 Metzen gerechnet; es ist nun die Frage, wie viel Schäffel gibt dieser Zehent, und wie hoch beläuft sich derselbe im Gelde, wenn man das Schäffel im Durchschnitte zu 24 fl. 30 kr. rechnet?

Auflösung:

a)

Sch. x	200 Jchrt.
Jchrt. 1	600 Garb.
Garb. 12	1 Metz.
Metz. 6	1 Sch.

es ist $x = 166\frac{2}{3}$ Sch.

b)

fl. y	$166\frac{2}{3}$ Sch.
Sch. 1	$24\frac{1}{2}$ fl.

es ist $y = 4083\frac{1}{3}$ fl.

Es beträgt also der ganze Zehent $166\frac{2}{3}$ Schäffel, und beläuft sich auf eine Summe von $4083\frac{1}{3}$ fl.

In Betreff der Probe bedarf es keiner eigenen Anweisung mehr.

§. 102.

Die Theilungs-Rechnung, und die Regula Falsi.

Wenn man ein allgemeines Zahlenverhältniß durch bestimmte Zahlen ausdrückt, so heißt von den letzteren jene Zahl, die einsweilen zuerst, um nach dem gegebenen Verhältnisse die übrigen zu bestimmen, angenommen wird, willkührliche Zahl (Numerus falsus), und das Verfahren dabei nennt man die Regula Falsi, auch Theilungs-Rechnung, in so ferne nämlich auf diese Weise ein Ganzes in ungleiche Theile nach einem gewissen Verhältnisse getheilet wird.

Beispiel:

I. Unter 3 Personen sollen 1200 fl. so vertheilet werden, daß die Person B die Hälfte von A, und C dreimal so viel, als B bekommen soll.

II. In wie viel Jahren werden die Zinse oder Interessen eines Kapitals zu 5 Prozenten der Hälfte des Kapitals gleich werden?

Auflösung:

I. Man nehme an, A bekomme 2 fl., welche Zahl somit hier die willkührliche Zahl (Numerus falsus) ist; dann bekommt B die Hälfte, daher 1 fl., und C dreimal so viel, somit 3 fl.; die drei gesuchten

Antheile verhalten sich also jetzt wie die Zahlen 2, dann 1, und 3, deßwegen geschieht die weitere Auflösung dieser Aufgaben nach der im §. 87. vorgetragenen Gesellschafts-Regel, kraft welcher zum Resultate gefunden wird, daß die Person A 400 fl., B 200 fl., und C 600 fl. bekommt.

II. Man nehme die innerhalb x Jahren gefundenen Zinse = 1 an, welche Zahl somit hier die willkührliche Zahl (Numerus falsus) ist; dann ist das Kapital als das Duplum = 2, und man hat diese Aufgabe: „Wenn 100 fl. Kapital in einem Jahre 5 fl. Zins geben, wie viele Jahre müssen 2 fl. Kapital aufgelegt werden, damit sie 1 fl. Zins geben?" Die Auflösung dieser Aufgabe geschieht nach der im §. 76. aufgestellten Regel, kraft welcher zum Resultate 10 Jahre gefunden werden.

Anmerkung: 1) Die Auflösung solcher Aufgaben wird desto einfacher, je kleiner die angenommenen ganzen Zahlen sind; indessen muß man aber die Brüche, welche die Rechnung erschweren, bei den Verhältnißzahlen, so viel es möglich ist, vermeiden.

2) In der Buchstabenrechnung lassen sich diese Aufgaben mittels der Gleichungen auf eine kürzere Weise auflösen.

IX.

Berechnung der österreichischen Staatspapiere nach dem Wechselkurs.

§. 103.

Regel zu solchen Berechnungen.

1) Man multiplizire die beständige Zahl 11 mit der Zahl der Gulden, die das österreichische Staatspapier enthält, und dann dieses Produkt mit dem Kurs;

2) Das letzte Ziffer des jetzigen Produktes schneide man zur rechten Seite ab, oder streiche es aus, und dividire die übrigen Ziffern desselben mit 92; man erhält dadurch die Gulden des 24 fl. Fußes;

3) Man multiplizire endlich den bei dieser Division bleibenden Rest mit der Zahl $6\frac{1}{2}$, und schneide von diesem Produkte rechts das letzte Ziffer ab; man erhält dadurch die Kreutzer des 24 fl. Fußes.

Beispiel:

Wie viel betragen 500 fl. in österreichischen Staatspapieren in Frankfurter-Gulden nach dem 24 Guldenfuß, wenn der Wechselkurs von Frankfurt auf Wien $13\frac{1}{2}$ ist.

Auflösung:

1) Man multiplizire 11 mit 500, man erhält das Produkt 5500, weil $11 \times 500 = 5500$; dann multiplizire man dieses Produkt mit dem Kurs $13\frac{1}{2}$, man erhält 74250, da $5500 \times 13\frac{1}{2} = 5500 \times \frac{27}{2} = 2750 \times 27 = 74250$;

2) Man lasse bei 74250 das letzte Ziffer, somit die Null weg, und dividire die Zahl 7425 mit 92, man erhält 80 zum Quotienten, welcher die Gulden im 24 fl. Fuß angibt;

3) Den bei dieser Division bleibenden Rest 65 multiplizire man mit $6\frac{1}{2}$, man erhält zum Produkte die Zahl $422\frac{1}{2}$, von welcher das letzte ganze Ziffer 2 sammt dem Bruche weggeschnitten wird, wodurch im 24 fl. Fuß 42 kr. zum Vorscheine kommen.

Daher geben unter der gesetzten Bedingung 500 fl. in österreichischen Staatspapieren 80 fl. 42 kr. nach dem 24 fl. Fuß.

Anmerkung: Die vorstehende Auflösung ist aus dem allgemeinen Anzeiger der Deutschen — Nro. 189. den 18. Juli 1811 genommen.

X.

Die Auflösung einiger Aufgaben nach der wälschen Praktik.

§. 104.

Einige Regeln in Betreff der wälschen Praktik.

Unter der **wälschen** oder **italienischen** Prak-

tik versteht man überhaupt den Inbegriff jener Rechnungsvortheile, die man durch Uibung und Nachdenken erfunden hat, um gewisse Aufgaben, namentlich die der Regel Detri, leichter und geschwinder aufzulösen, als es nach den gewöhnlichen Regeln geschieht.

Das Eigenthümliche der wälschen Praktik besteht vorzüglich in dem so genannten Zerlegen der Zahlen, das ist, in dem Auflösen derselben in ihre Faktoren oder Summanden, wodurch die Regel Detri in eine einfache Multiplikation und Division verwandelt wird, so, daß die Summe der einzelnen Produkte und Quotienten die gesuchte unbekannte Größe gibt.

Durch nachstehende besondere Regeln mache ich auf einige Rechnungsvortheile, welche die wälsche Praktik gewährt, aufmerksam; mehrere wird die Uibung lehren.

a) Soll man mit ganzen zusammengesetzten Zahlen das heißt, mit solchen Zahlen multipliziren oder dividiren, welche durch die Multiplikation anderer ganzen Zahlen entstehen, so multiplizirt oder dividirt man mit ihren einzelnen Faktoren.

b) Ist einer der Faktoren ein gemischter Bruch (§. 26.), das ist, eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche, so multiplizire man zuerst mit der ganzen Zahl, und dann mit dem Bruche, und bringe beide Produkte in eine Summe.

c) Brüche, welche zum Zähler eine größere Zahl als 1, und zum Nenner eine zusammengesetzte Zahl haben, suche man in mehrere kleinere Brüche aufzulösen, die alle die Zahl 1 zum Zähler haben, und bei welchen sich immer einer aus dem anderen berechnen läßt.

d) Wenn verschiedene Unterabtheilungen vom Gelde, Maaße, Gewichte ꝛc. mit einer ganzen Zahl zu multipliziren sind, so verwandle man die niederen Ordnungen in Theilbrüche der höheren (§. 15.).

e) Brüche, bei welchen der Zähler um 1 kleiner ist, als der Nenner, lassen sich als den Rest betrachten, den man erhält, wenn man einen der durch den Nenner derselben bezeichneten Theile von 1 subtrahirt.

f) Man verwechsle die mittleren Glieder einer geometrischen Proportion, je nachdem sich das eine derselben bequemer in einen Bruchtheil höherer Ordnung verwandeln läßt, als das andere.

g) In eigentlichen Proportionsaufgaben, wo kein Glied die Zahl 1 ist, suche man mit dem ersten Gliede in eines der beiden übrigen, oder mittels einer Zerfällung in beide zu dividiren, um dadurch das vierte Glied der geometrischen Proportion durch eine bloße Multiplikation zu finden.

h) Bei den Aufgaben der Regel Detri, welche in der Gestalt der Proportion aufgelöst werden, schaffe man, wie beim reesischen Ansatze, allererst die Brüche weg, indem man die Brüche einrichtet (§. 28.), bei denselben die Nenner wegläßt, und mit dem Nenner des ersten Gliedes eines der beiden mittleren Glieder, und mit den Nennern der mittleren das erste Glied multiplizirt, oder in diesem letzteren Falle auch dadurch, daß man mit dem Nenner eines mittleren Gliedes das andere mittlere Glied, wenn es bequemer ist, dividirt, und nebenbei nach §. 66. die möglichen Verkleinerungen vornimmt.

Will man sich die Sache noch mehr erleichtern, so kann man nach Art des reesischen Ansatzes in der geometrischen Proportion zwischen das erste und zweite Glied einen Vertikalstrich ziehen, sich das x an die linke Seite hindenken (§. 65.), und dann nach Vorschrift der §§. 66, 67 und 68. die

Brüche aufheben, verkleinern, und die unbekannte Größe suchen.

§. 105.

Beispiele in Absicht auf diese Regeln.

I. Beispiele zu a:

1)

Wenn 25 Maaß Wein 24 fl. 15 kr. kosten, was kostet 1 Maaß?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regel Detri (§. 61.) erhält man nachstehende Proportion, in welcher man, weil 15 = 3 × 5, das erste und dritte Glied zuerst mit 3, und dann mit 5 dividirt, um x zu finden:

	15 M.	: 1 M.	= 24 fl. 15 kr.	: x,
mit 3 div.	5	: 1	= 8 fl. 5 kr.	: x,
mit 5 div.	1	: 1	= 1 fl. 37 kr.	: x.

Daher ist x = 1 fl. 37 kr., das heißt, es kostet 1 Maaß 1 fl. 37 kr.

2)

Wenn 1 Zentner einer gewissen Waare 336 fl. kostet, was kosten 48 Zentner?

Auflösung:

Weil 48 = 6 × 8, also eine aus den Faktoren 6 und 8 zusammengesetzte Zahl ist, und 48 Zentner 48mal 336 fl. kosten, so multiplizire man 336 mit 6, und das erhaltene Produkt mit 8.

Es ist 336 × 6 = 2016, und 2016 × 8 = 16128; deßhalb kosten 48 Zentner 16128 fl.

II. Beispiel zu b:

Wenn 1 Elle Tuch 8 fl. kostet, was kosten $30\frac{5}{8}$ Ellen?

Auflösung:

1 Elle : $30\frac{5}{8}$ Ell. = 8 fl. : x;

30 Ell. kosten 8 fl. × 30 = 240 fl.
$^5/_8$ » » 8 fl. × $^5/_8$ = 5 fl.

also $30^5/_8$ Ellen kosten 245 fl.

III. Beispiel zu c:

Einige Vorübungen nach §. 24.

$^3/_4 = {}^1/_2 + {}^1/_4$,	$^{13}/_{16} = {}^1/_2 + {}^1/_4 + {}^1/_{16}$,
$^3/_8 = {}^1/_4 + {}^1/_8$,	$^{11}/_{60} = {}^1/_{10} + {}^1/_{20} + {}^1/_{30}$,
$^5/_8 = {}^1/_2 + {}^1/_8$,	$^{23}/_{60} = {}^1/_4 + {}^1/_{12} + {}^1/_{20}$,
$^4/_9 = {}^1/_3 + {}^1/_9$,	$^{41}/_{60} = {}^1/_2 + {}^1/_6 + {}^1/_{60}$,
$^7/_{12} = {}^1/_3 + {}^1/_4$,	und so fortgesetzt.

1)

Wenn 1 Elle Tuch 8 fl. 45 kr. kostet, was kosten $7^5/_8$ Ellen?

Auflösung:

1 Elle : $7^5/_8$ Ell. = 8 fl. 45 kr. : x;
7 Ell. kosten 61 fl. 15 kr.
$^1/_2$ » » 4 fl. $22^1/_2$ kr.
$^1/_8$ » » 1 fl. $5^1/_2$ kr. 1 Häller.

also $7^5/_8$ Ellen kosten 66 fl. 43 kr. 1 hlr.,
da $^5/_8$ Ell. = $^1/_2$ Ell. + $^1/_8$ Ell., und somit $7^5/_8$ Ell. = 7 Ell. + $^1/_2$ Ell. + $^1/_8$ Ell.

2)

Wenn 1 Zentner einer gewissen Waare 148 fl. kostet, was kosten $^{13}/_{16}$ Zentner?

Auflösung:

Weil $^{13}/_{16} = {}^1/_2 + {}^1/_4 + {}^1/_{16}$, so erhält man folgende Theilprodukte, die zusammen den ganzen Betrag für $^{13}/_{16}$ Zentner geben:

1 Z. : $^{13}/_{16}$ Z. = 148 fl. : x;
148 fl.
$^1/_2$ | 74 fl.
$^1/_4$ | 37 fl.
$^1/_{16}$ | $9^1/_4$ fl.

also ist x = $120^1/_4$ fl. = 120 fl. 15 kr., das heißt, $^{13}/_{16}$ Zentner kosten 120 fl. 15 kr.

IV. Beispiele zu d:

Einige Vorübungen nach §. 15.

15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl.	25 Pfund = $\frac{1}{4}$ Ztn.
30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl.	50 Pf. = $\frac{1}{2}$ Ztn.
45 kr. = $\frac{3}{4}$ fl.	75 Pf. = $\frac{3}{4}$ Ztn.
7 kr. 2 pf. = $\frac{1}{8}$ fl.	8 Loth = $\frac{1}{4}$ Pf.
22 kr. 2 pf. = $\frac{3}{8}$ fl.	16 Loth = $\frac{1}{2}$ Pf.
37 kr. 2 pf. = $\frac{5}{8}$ fl.	24 Loth = $\frac{3}{4}$ Pf.
42 kr. = $\frac{7}{10}$ fl.	und so fortgesetzt.

1)

Wenn 1 seidenes Halstuch einen baier. Kronenthaler kostet, was kosten 12 Dutzend derselben?

Auflösung:

Da 1 baier. Kronenthaler = 2 fl. 42 kr. = $2\frac{7}{10}$ fl., und 12 Dutzend = 12 × 12 oder = 12 × 6 × 2 = 72 × 2 = 144 Stück, so kosten

bei 2 fl. 144 Stück 288 fl., dann
» $\frac{7}{10}$ fl. » » $100\frac{8}{10}$ fl.

also zusammen $388\frac{8}{10}$ fl. = 388 fl. 48 kr., da man hier nach der einfachen geraden Regel Detri die Proportion hat „1 St. : 144 St. = 2 fl. 42 kr. : x."

2)

Wenn 1 Pfund einer gewissen Waare 40 kr. kostet, was kosten 6 Zentner 50 Pfund?

Auflösung:

Weil 40 kr. = $\frac{40}{60}$ fl. = $\frac{2}{3}$ fl., und hier die Proportion Statt findet „1 Pf. : 6 Ztn. 50 Pf. = $\frac{2}{3}$ fl. : x", so erhält man, wenn das Pfund $\frac{1}{3}$ fl. kostet, 216 fl. 40 kr., also, da das Pfund $\frac{2}{3}$ fl. kostet, 2 mal 216 fl. 40 kr., somit 433 fl. 20 kr., das heißt

6 Ztn. 50 Pf. = 650 Pfund
zu $\frac{1}{3}$ fl. kosten sie 216 fl. 40 kr.
wieder $\frac{1}{3}$ fl. das Pfund 216 fl. 40 kr.

also zu $\frac{2}{3}$ fl. kosten sie 433 fl. 20 kr.

V. Beispiel zu e:

Wenn 1 Zentner einer gewissen Waare 648 fl. kostet, was kosten $^{19}/_{20}$ Ztn.?

Auflösung:

Man bestimme den Werth für $^{1}/_{20}$ Ztn., und subtrahire diesen von 648 fl., um den Werth für $^{19}/_{20}$ Ztn. zu finden.

	648 fl. — kr.	{	1 Ztn.
abgezogen	32 fl. 24 kr.	}	— $^{1}/_{20}$ Ztn.

x = 615 fl. 36 kr.; es kosten also $^{19}/_{20}$ Ztn. 615 fl. 36 kr.

VI. Beispiel zu f:

Wenn ein Pfund einer gewissen Waare 49 kr. 2 pf. kostet, was kosten $66^{3}/_{4}$ Pfund?

Auflösung:

Man verwechsle die mittleren Glieder, und sage deßhalb „1 Pfund einer gewissen Waare kostet $66^{3}/_{4}$ kr., was kosten $49^{1}/_{2}$ Pfund, da 49 kr. 2 pf. = $49^{1}/_{2}$ kr.?"

1 Pf. : $49^{1}/_{2}$ Pf. = $66^{3}/_{4}$ kr. : x.

	Pfd.	kr.		Pfd.	fl.	kr.	pf.	hlr.
Kostet	1	60	so kosten	49	49	»	»	»
»	»	6	» »	49	4	54	»	»
»	»	66	so kostet	$^{1}/_{2}$	»	33	»	»
»	»	$^{1}/_{2}$	so kosten	$49^{1}/_{2}$	»	24	3	»
»	»	$^{1}/_{4}$	» »	$49^{1}/_{2}$	»	12	1	1

also zusammen 55 fl. 4 kr. — pf. 1 hlr; so viel kosten $66^{3}/_{4}$ Pfund, wenn 1 Pfund 49 kr. 2 pf. kostet.

VII. Beispiele zu g:

1)

Wenn 25 Ellen 35 fl. 45 kr. kosten, was kosten 15 Ellen?

Auflösung:

$$25\ \text{Ell.} : 15\ \text{Ell.} = 35\ \text{fl.}\ 45\ \text{kr.} : x,$$
mit 5 div. $5\ \text{Ell.} : 3\ \text{Ell.} = 35\ \text{fl.}\ 45\ \text{kr.} : x,$
wieder mit 5 div. $1\ \text{Ell.} : 3\ \text{Ell.} = 7\ \text{fl.}\ 9\ \text{kr.} : x,$

also x = 21 fl. 27 kr.; so viel kosten 15 Ellen.

2)

Wenn 48 Stück 27 fl. 30 kr. kosten, was kosten 24 Stück?

Auflösung:

$$48\ \text{St.} : 24\ \text{St.} = 27\ \text{fl.}\ 30\ \text{kr.} : x,$$
mit 24 div. $2\ \text{St.} : 1\ \text{St.} = 27\ \text{fl.}\ 30\ \text{kr.} : x,$

also x = 13 fl. 45 kr.

VIII. Beispiel zu h:

Wenn $6\frac{1}{2}$ Pfund $16\frac{2}{3}$ fl. kosten, was kosten $48\frac{3}{4}$ Pfund?

Auflösung:

$6^1/_2$	$16^2/_3 \,.\, 48^3/_4$
$^{13}/_2$	$^{50}/_3 \,.\, ^{195}/_4$
13 . 3 . 4	50 . 195 . 2
13 . 4	50 . 65 . 2
4	50 . 5 . 2
2	50 . 5
1	25 . 5

also $x = 25 \times 5 = 125$ fl.; so viel kosten $48^3/_4$ Pf.

Anmerkung: 1) Bei den Verkleinerungen, und bei der Aufhebung der Brüche kann man immer die vorigen Zahlen, die man zur Bestimmung des Resultates nicht mehr braucht, ausstreichen.

2) Aus der Beschaffenheit der vorliegenden Aufgabe muß man ermessen, auf welche Weise die Auflösung auf die bequemste Art gemacht werden kann. Man kann solche Abkürzungen und Rechnungsvortheile wegen der großen Mannigfaltigkeit der Aufgaben nicht durch allgemein gültige Regeln bestimmen, und muß mit ihnen durch Nachdenken und Uibung vertraut werden.

§. 106.

§. 106.

Verwandlung der Baierthaler in Gulden.

Die Baierthaler werden in Gulden verwandelt, wenn man die Thaler zuerst mit 6, und dann das erhaltene Produkt mit 4 multiplizirt, und von diesem neuen Produkte rechts das letzte Ziffer abschneidet; die zur Linken stehenden Ziffern zeigen Gulden an, und das zur Rechten abgesonderte Ziffer gibt so viele Sechser zur Antwort, als es Einheiten bezeichnet.

Beispiel:

Wie viel Gulden geben 324 Baierthaler?

Auflösung:

1) Multiplizirt man 324 mit 6, so kommen 1944 Vierundzwanziger zum Vorscheine, weil 1 Baierthaler 2 fl. 24 kr., also 6 Vierundzwanziger beträgt;

2) Multiplizirt man das Produkt 1944 mit 4, so erhält man 7776 Sechser, da 1 Vierundzwanziger 4 Sechser hat;

3) Von diesem neuen Produkte schneide man rechts das letzte Ziffer 6 ab, man erhält dadurch 6 Sechser oder 36 kr.; deßhalb geben 324 Baierthaler 777 fl. 36 kr.; nämlich:

324 Baierthaler
6 mal

1944 Vierundzwanziger
4 mal

777|6 = 777 fl. 6 Sechser = 777 fl. 36 kr.

Zur kürzeren Auflösung kann man sich die Faktoren 6 und 4 bloß denken, dann die beigesetzten Benennungen weglassen, und auf nachstehende Weise verfahren:

324
1944
fl. 777|6 Sechser, also 777 fl. 36 kr.

§. 107.

Verwandlung der Gulden in Baierthaler.

Die Gulden werden auf folgende Weise in Baierthaler verwandelt:

1) Man hängt der Guldensumme rechts eine Null an, wodurch aus den Gulden Sechser werden;

2) Die dadurch entstandene Sechserzahl dividirt man mit 4, so kommen Vierundzwanziger zum Vorscheine, welche, wenn sie noch mit 6 dividirt werden, die verlangte Antwort geben.

Beispiel:

Mit wie viel Baierthalern können 1535 fl. bezahlt werden?

Auflösung:

1) Hängt man der Zahl 1535 fl. rechts eine Null an, so erhält man 15350 Sechser;

2) Theilet man diese Zahl mit 4, so erhält man $3837\frac{2}{4} = 3837\frac{1}{2}$ Vierundzwanziger;

3) Dividirt man endlich $3837\frac{1}{2}$ mit 6, so erhält man $639\frac{7}{12}$ Baierthaler, indem der Rest $3\frac{1}{2}$ auch mit 6 getheilt werden muß (I. §. 72.), dann $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ (§. 28.), und $\frac{7}{2} : 6 = \frac{7}{12}$ (§. 6. B.).

Es können also 1535 fl. mit $639\frac{7}{12}$ Baierthalern, mithin mit 639 Baierthlr. und 7 Zwölfern, d. i., mit 639 Baierthlr. und 1 fl. 24 kr. bezahlt werden.

§. 108.

Verwandlung der Kronenthaler in Gulden.

Die Kronenthaler werden auf folgende Weise in Gulden verwandelt:

1) Weil der Kronenthaler 2 fl. 42 kr., also 27 Sechser hat, so zerfällt man die Zahl 27 in die Faktoren 3 und 9, und multiplizirt die Kronenthaler zuerst mit 3 und dann mit 9 (§. 104. a.);

2) Das letzte Ziffer zur rechten Seite schneidet man ab, dadurch erscheinen zur Linken die verlangten Gulden, und rechts erhält man Sechser.

I. Beispiel:

Wie viele Gulden machen 48 Kronenthaler?

Auflösung:

48 Krthlr. oder kürzer: 48
3 mal ———— 144
———— fl. 129|6 Sechser.
144
9 mal
————
129|6, also 129 fl. 36 kr.

II. Beispiel:

Wie viele Gulden geben 137 Kronenthaler?

Auflösung:

137 Krthlr. oder 137
3 mal ———— 411
———— fl. 369|9 Sechser.
411
9 mal
————
369|9, also 369 fl. 54 kr.

§. 109.

Verwandlung der Gulden in Kronenthaler.

Die Verwandlung der Gulden in Kronenthaler ist der der Kronenthaler in Gulden gerade entgegengesetzt, und dient deßhalb derselben auf folgende Weise zur Probe:

1) Man hängt der Guldenzahl rechts eine Null an, und verwandelt dadurch die Gulden in Sechser;

2) Die Sechserzahl dividirt man mit 3, und den herausgekommenen Quotienten mit 9, weil 3 mit 9 multiplizirt zum Produkte 27 gibt (§. 104. a.), und 27 Sechser einen Kronenthaler geben;

der jetzt zum Vorscheine kommende Quotient gibt die verlangten Kronenthaler.

I. Beispiel:

Wie viel Kronenthaler braucht man, um damit 456 fl. zu zahlen?

Auflösung:

	456
mit der Null	4560
mit 3 div.	1520
mit 9 div.	$168\frac{8}{9}$ = 168 Krthlr. 2 fl. 24 kr.

Man braucht also dazu 168 Krthlr. 2 fl. 24 kr., weil 1 Krthlr. 27 Sechser, und $\frac{1}{9}$ Krthlr. 3 Sechser hat, und somit 8 Neuntel, oder 8mal 3 Sechser 24 Sechser, oder 2 fl. 24 kr. geben.

II. Beispiel:

Wie viel Kronenthaler geben 3458 fl.?

Auflösung:

	3458
mit der Null	34580
mit 3 div.	$11526\frac{2}{3}$
mit 9 div.	$1280\frac{20}{27}$ = 1280 Krthlr. 2 fl.

3458 fl. geben also 1280 Krthlr. 2 fl., indem $6\frac{2}{3} : 9 = \frac{20}{3} : 9 = \frac{20}{27}$ (§. 6. B.), und $\frac{20}{27}$ Krthlr. = 20 Sechser = 2 fl.

Anmerkung: Auf eine ähnliche Weise kann man sich in Betreff der übrigen Münzen, als der baier. Mard'ors, der halben Baierthaler, der Neunbätzner, der Vierundzwanziger rc., da man aus dem I. Theile §. 88. ihren Werth weiß, die Regeln bilden, nach denen sie in Gulden rc. umgewandelt werden können.

§. 110.

Abgekürzte Zinsrechnung.

a) 1) Will man den Zins für ein Kapital berechnen, so multiplizire man das Kapital mit dem

Zinse, und schneide im Produkte zur Rechten zwei Ziffern ab: die zur Linken stehenden Ziffern geben dann Gulden;

2) Die abgeschnittenen Ziffern multiplizire man mit 60, und schneide im Produkte wieder zur Rechten zwei Ziffern ab; zur Linken kommen Kreuzer zum Vorscheine;

3) Die zur Rechten noch vorhandenen Ziffern multiplizire man endlich mit 8, und schneide im Produkte abermal zur Rechten zwei Ziffern ab: zur Linken erscheinen ganze Håller, und zur Rechten erscheint ein Hållerbruch, der den Rest zum Zähler, und 100 zum Nenner hat.

b) Will man aber den Zins eines Kapitals von mehreren Jahren finden, so multiplizire man zuerst das Kapital mit den Prozenten, und dann das herausgekommene Produkt mit den Jahren, und verfahre ůbrigens nach der so eben bei a. gegebenen Vorschrift.

I. Beispiel zu a.:

Welchen Zins geben 6954 fl. Kapital in einem Jahre zu 5 Prozenten?

Auflösung:

6954	oder	6954
5 mal		fl. 347|70
fl. 347|70		kr. 42|00
60 mal		
kr. 42|00		

Es geben also 6954 fl. Kapital in einem Jahre 347 fl. 42 kr. Zins.

II. Beispiel zu a.:

Welchen Zins geben 4519 fl. zu 4 Prozenten in einem Jahre?

Auflösung:

4519 oder 4519
4 mal
fl. 180|76 fl. 180|76
60 mal
kr. 45|60 kr. 45|60
8 mal 8
hlr. $4|^{80}/_{100} = {}^{4}/_{5}$ hlr. hlr. $4|^{80}/_{100} = {}^{4}/_{5}$ hlr. (§. 13.).

Es geben also 4519 fl. in einem Jahre zu 4 Prozenten 180 fl. 45 kr. $4^{4}/_{5}$ hlr.

I. Beispiel zu b.:

Welchen Zins geben 496 fl. in zwei Jahren zu 4 Prozenten:

Auflösung:

Weil das Produkt 8 = 4 × 2 nicht über 9 geht, so multiplizire man gleich 4 mit 2, und dann mit 8 das Kapital 496 fl., und verfahre auf die vorige Weise:

496 oder 496
8 mal
fl. 39|68 fl. 39|68
60 mal
kr. 40|80 kr. 40|80
8 mal
hlr. $6^{40}/_{100} = 6^{2}/_{5}$ hlr. hlr. $6|^{40}/_{100} = {}^{2}/_{5}$ hlr.

Es geben also 496 fl. Kapital in zwei Jahren zu 4 Prozenten 39 fl. 40 kr. $6^{2}/_{5}$ hlr.

II. Beispiel zu b.:

Welchen Zins geben 6425 fl. Kapital zu 5 Prozenten in 7 Jahren?

Auflösung:

6425	oder	6425
5 mal		32125
32125		fl. 2248|75
7 mal		kr. 45|00
fl. 2248|75		
60 mal		
kr. 45|00		

Es geben also 6425 fl. Kapital in sieben Jahren zu 5 Prozenten 2248 fl. 45 kr.

Anmerkung: 1) Auf eine ähnliche Weise läßt sich auch oft bei anderen Aufgaben die Auflösung abkürzen.

2) Wenn man das berücksichtigt, was im §. 74. bei der einfachen geraden Regel Detri, und im §. 76. bei der zusammengesetzten geraden Regel Detri gesagt wurde, so wird man einsehen, warum sich auf vorstehende Weise die Zinsrechnung abkürzen läßt. Durch das Abschneiden der zwei Ziffern wird eigentlich allemal mit der Zahl 100 dividirt.

3) Bei der Verzinsung zu 5 Prozenten gibt 1 fl. Kapital den Zins von $\frac{5}{100}$ fl. $= \frac{1}{20}$ fl. $=$ 1 Groschen; man erhält demnach in einem Jahre als Zins so viele Groschen, als viele Gulden das Kapital enthält; multiplizirt man diesen Zins mit der Anzahl der Jahre, so findet man auch den Zins für mehrere Jahre. Aus diesem Grunde geben z. B. bei fünfprozentiger Verzinsung 4560 fl. Kapital in einem Jahre 4560 Groschen, oder, da ein Gulden 20 Groschen hat, 228 fl., und in 8 Jahren 8 mal 228 fl., somit 1824 fl.

§. 111.

Wiederholung in Fragen.

1) Was nennt man Gesellschaftsrechnung, wodurch unterscheidet sich die einfache von der zusammengesetzten Gesellschaftsregel?

2) Welche Rechnungen werden Steuer-, und Brand-Assekuranz-Rechnungen genannt; welche Regel kommt dabei in Anwendung?

3) Welche Rechnungen gehören zur Alligations- oder Verbindungsregel, und bei welchen Aufgaben

müssen die Reduktionen niederer Einheiten auf höhere, und umgekehrt, vorgenommen werden?

4) Wodurch ist man in den Stand versetzt, den Werth einer gewissen Waare, der nach einem ausländischen Maaße oder Gewichte gegeben ist, im inländischen Maaße oder Gewichte zu bestimmen?

5) In welchen Fällen finden die so genannten Zeit- und Rabatt- oder Abzugsrechnungen Statt, und nach welcher Regel hat man dabei zu verfahren?

6) Welche Rechnungen werden Tausch- und Zehentrechnungen genannt, und was versteht man unter der Theilungsrechnung, und der so genannten Regula Falsi?

7) Wie lassen sich die Zinsrechnungen abkürzen?

8) Worin besteht die wälsche oder italienische Praktik, und wodurch unterscheidet sie sich von der gewöhnlichen Auflösung der Aufgaben der Regel Detri?

§. 112.

Beispiele zur Uibung.

I.

Drei Kaufleute gewinnen zusammen 8000 fl. 40 kr.; A machte hierzu den Beitrag von 4000 fl. 20 kr., B von 6000 fl. 24 kr., und C von 1000 fl. 30 kr.; was trifft nun jedem seiner Einlage gemäß?

II.

Wie viel Salpeter, Schwefel und Kohlen muß man zu 7 Zentner 50 Pfund Schießpulver nehmen?

III.

Welchen Beitrag hat Petrus zur Brand-Assekuranzkassa zu machen, wenn sein Gebäude in einem Werthe von 4000 fl. in der Brand-Assekuranz ist, und vom Hundert 4 kr., somit 4 kr. Prozente zu bezahlen sind?

IV.

Drei Bauern haben mit einander nach dem Steuerfuße eine Abgabe von 120 fl. 40 kr. zu bezahlen; A gibt 50 fl. 30 kr. 4 hlr. Steuer, B 60 fl. 24 kr., und C 80 fl. 36 kr. 3 hlr.; was trifft nun jedem im Verhältnisse zu seiner Steuer?

V.

Wie viel baier. Maaß hält ein Faß Wein, wenn es im würtemberg. Maaße 30 Maaß hält?

VI.

Petrus hat an seinen Bruder 1000 fl., und zwar ohne eine Verzinsung in 5 jährlichen Fristen, somit in Zielern, jedesmal mit 200 fl., zu zahlen; nach wie viel Jahren dürfte er diese Summe auf einmal abführen?

VII.

Kajus schuldet 1200 fl., die er ohne Bezahlung eines Zinses nach 10 Jahren zu zahlen hat; welche Summe müßte er bei der landesüblichen Verzinsung zu 5 Prozenten auf der Stelle bezahlen, um diese Schuld zu tilgen?

VIII.

Welchen Werth hat der Zehent eines Feldes von 100 Jauchert, wenn man annimmt, daß eine Jauchert 450 Garben gibt, 16 Garben einen Metzen geben, und daß das Schäffel im Durchschnitt zu 12 fl. 30 kr. gerechnet wird?

IX.

Was kosten 30 Ellen im baier. Maaße, wenn eine Elle der nämlichen Waare im würtemb. Maaße 4 fl. 48 kr. kostet?

X.

Wie viel Gulden kosten 12 baier. Eimer zu 60

Maaß, wenn im würtemb. Getränkmaaße ein Eimer des nämlichen Weines zu 160 Maaß 120 fl. kostet?

XI.

Wie viele österreich. Postmeilen geben 36 baier. Chausseemeilen?

XII.

Der baier. Visiereimer zu 64 Maaß hält 2752, und der baier. Schenkeimer zu 60 Maaß 2580 baier. Dezimalkubikzoll; wie viel baier. Duodezimalkubikzoll halten nun sowohl 6 baier. Visiereimer, als auch 8 baier. Schenkeimer?

XIII.

Vier Personen gewinnen mit einander 4780 fl. 30 kr.; die Person A hat dazu auf 4 Monate 3000 fl., B auf 8 Monate 8000 fl., C auf 9 Monate 5000 fl., und D auf 1 Jahr 3000 fl. hergegeben; was trifft nun jeder dieser Personen?

XIV.

Vier Personen erben mit einander unter der Bedingung 33000 fl., daß die zweite zweimal so viel als die erste, die dritte dreimal so viel als die zweite, und die vierte Person viermal so viel als die dritte bekommen soll; wie groß ist nun der Antheil eines jeden Erben?

XV.

Wie werden folgende Aufgaben nach der wälschen Praktik aufgelöst:

a) Wenn 18 Maaß Wein 24 fl. 48 kr. kosten, was kostet 1 Maaß?

b) Wenn 1 Elle 12 fl. kostet, was kosten 24⁷/₈ Ellen?

c) Wenn 1 Stück einen Konventions- oder baierischen Thaler kostet, was kosten 68 Stück?

Anmerkung: 1) Es könnten hier noch viele, im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle angeführt werden, namentlich die Tara- und Fustirechnungen, die Gewinn- und Verlustrechnungen, die Akzis-, Kassier- und Faktoreirechnungen, die Berechnung des Getreidpreises und des daraus hervorgehenden Gewichtes des Brotes ꝛc. Ich halte es aber aus dem Grunde für überflüssig, dieselben ebenfalls vorzutragen, und dadurch diesem Buche einen größeren Umfang zu geben, weil in Betreff der Aufgaben der Regel-Detri schon so vieles gesagt wurde, daß man, im Falle die bisher gegebenen Regeln richtig aufgefaßt worden sind, bei der Auflösung anderer, zur Regel-Detri gehöriger Aufgaben in keiner Verlegenheit mehr sein wird.

2) Am Ende dieses Theiles kommen mehrere unaufgelös'te Beispiele über die gemeinen Brüche und die verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri vor.

3) In dem Lechnerschen Volksrechenbuche, das ich im Jahre 1822 in der Joseph Wolffischen Buchhandlung zu Augsburg in der 25sten Auflage herausgab, findet man eine vielfache Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen zur Uibung in der Auflösung verschiedener, im gemeinen Leben vorkommender Rechnungsaufgaben. Dasselbe erschien unter dem Titel:

»Johann Baptist Lechner's vollständiges »Rechenbuch, enthaltend: Das Numeriren und »die vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbe»nannten und benannten Zahlen, die Eintheilungen »der baierischen Maaße und Gewichte, und der vor»züglichsten Münzen, die gemeinen Brüche, die »Auflösungen der verschiedenen Aufgaben der Regel»Detri nach dem gewöhnlichen und dem reesischen »Ansatze, das Ausziehen der Quadrat- und Kubik»Wurzeln, und mehrere andere im gemeinen Leben »vorkommende Rechnungsfälle; als die Zeit- und »Durchschnitts-Rechnung, die einfache und zusam»mengesetzte Gesellschafts-Regel mit den Steuer-, »Brandassekuranz- und Vermischungs-Rechnungen, »die Zins- und Liedlohns-Rechnung, die Inven»tions-Progressions- und Ambulations-Regel, die »Verbindungs-, Tausch- und Wechsel-Rechnung, »die Regula-Falsi mit Angabe einiger Rechnungs»vortheile, nebst einem Anhange verschiedener Zahl»verhältnisse zur Berechnung und Verfertigung der »Uhren. 8. S. 448. Preis 54 kr.«

III. Hauptstück.

Das Kopfrechnen in Betreff der Auflösung der leichteren Regel-Detri-Aufgaben.

I. Abschnitt.

Die Bestimmung des Werthes für mehrere Stücke, wenn derselbe für ein Stück bekannt ist.

§. 113.

Die Benennung der in diesem Abschnitte vorkommenden Aufgaben.

Zum Kopfrechnen sind vorzüglich folgende Zahlen bequem, als: 6, 7½, 10, 12, 15, 20 und 30.

Weniger bequem, aber doch sehr nützlich sind dabei die Zahlen 1, 1¼, 1½, 2, 2½, 3, 3¾, 4 und 5.

Die übrigen sind dazu unbequem, und müssen deßhalb mittels der Zerfällungs-Tabelle, welche im §. 130. vorkommt, in andere Zahlen aufgelös't werden, welche zum Kopfrechnen bequemer sind.

Der Vortheil der vorstehenden Zahlen gründet sich darauf, daß sie die Guldenkreutzerzahl 60, also die Reduktionszahl zwischen Gulden und Kreutzern (I. §. 78. f.) ohne Rest dividiren, und, wenn sie gehörig multiplizirt werden, die Zahl 60 zum Produkte geben.

Nach der Beschaffenheit dieser Zahlen entstehen folgende Rechnungen:

1) Die Sechserrechnung;
2) die Schillingrechnung;
3) die Zehnerrechnung;
4) die Zwölferrechnung;
5) die Fünfzehnerrechnung;
6) die Zwanzigerrechnung;
7) die halbe Guldenrechnung.

Weniger bequem sind folgende Rechnungen:
1) Die Kreutzer- und Pfenningrechnung;
2) die Fünfpfenningrechnung;
3) die Sechspfenningrechnung;
4) die Rechnung mit halben Batzen;
5) die Landmünzrechnung;
6) die Groschenrechnung;
7) die Fünfzehnpfenningrechnung;
8) die Batzenrechnung;
9) die Fünferrechnung.

I.

Die bequemeren Kopfrechnungen.

§. 114.

1) Die Sechserrechnung.

Die Sechserrechnung hat unter allen übrigen Rechnungen den ausgebreitetsten Nutzen, und kann vielfältig angewendet werden.

Sie beschränkt sich nicht nur allein auf die Zahl 6, sondern dehnt sich auch auf alle andere Zahlen aus, die sich mit 6 ohne Rest dividiren lassen, als z. B. auf 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 ꝛc.

Die Sechserrechnung geschieht nach folgenden Regeln:

a) Kostet ein Stück 6 kr., oder wird die Frage gestellt, was 6 Stück kosten, so schneide man von der Summe der Sechser, die man in Gulden verwandeln will, das letzte Ziffer rechts in Gedanken ab, und verwandle das rechts stehende Ziffer, welches noch Sechser vorstellt, durch die Multiplikation mit 6 in Kreutzer: die Ziffer zur Linken bedeuten Gulden, und das abgeschnittene Ziffer, das man mit 6 multiplizirt, gibt Kreutzer zur Antwort.

b) Kommen anstatt 6 die Sechserzahlen 12, 18, 24, 30. ꝛc. in der Regel-Detri-Aufgabe vor,

so gebe man acht, ob die Sechserzahl im zweiten oder dritten Gliede vorkommt.

Findet man die Sechserzahl im zweiten Gliede, so dividire man sie mit 6, um durch den Quotienten die Zahl der Sechser zu erfahren; mit diesem im zweiten Gliede gefundenen Quotienten multiplizire man das dritte Glied, und schneide, wie vorhin, das letzte Ziffer rechts ab: findet man aber die Sechserzahl im dritten Gliede, so wird mit dem im dritten Gliede gefundenen Quotienten das zweite Glied multiplizirt, und im Produkte das letzte Ziffer abgeschnitten.

I. Beispiel zu a.

Ein Dienstbothe hat täglich 6 kr. Einkommen; wie viel Gulden beträgt dieses in einem Jahre?

Auflösung:

Da das Jahr 365 Tage hat, so beträgt der Lohn in einem Jahre, das heißt, in 365 Tagen 365 Sechser, somit, wenn man das Ziffer rechts in Gedanken abschneidet, 36 Gulden 5 Sechser, oder 36 fl. 30 kr.

Setzet man nach §. 61. die Proportion an, so sieht man den Grund des Verfahrens ein; nämlich:
1 T. : 365 T. = 1 Sechser : x, daher ist
x = 365 Sechser $\doteq$ $^{365}/_{10}$ fl. = $36^{5}/_{10}$ fl. = 36 fl. 30 kr.

II. Beispiel zu a.

Wenn 1 Elle Leinwand 31 kr. kostet, was kosten 6 Ellen?

Auflösung:

Setzt man nach §. 61. die Proportion an „1 Ell. : 6 Ell. = 31 kr. : x kr.“, so muß man 6 mit 31 multipliziren; man darf aber die Stellen der Faktoren verwechseln (I. §. 49.), daher sage man „1 Elle kostet 6 kr., was kosten 31 Ellen?“ man erhält 31 Sechser, also 3 Gulden 1 Sechser, oder 3 fl. 6 kr.

Weil 1 Elle 31 kr. kostet, so kosten 6 Ellen 6 mal 31 kr., oder umgekehrt 31 mal 6 kr., also 31 Sechser, somit 3 fl. 6 kr.

I. Beispiel zu b.

Wenn 1 Pfund 12 kr. kostet, was kosten 31 Pfund?

Auflösung:

Kostet 1 Pfund 1 Sechser, so kosten 31 Pfund 31 Sechser; nun kostet aber 1 Pfund 12 kr. oder 2 Sechser, daher kosten 31 Pfund 2 mal 31 Sechser; man multiplizire also 31 mit 2, und schneide im Produkte 62 das letzte Ziffer rechts ab; man erhält 6 fl. 2 Sechser, mithin 6 fl. 12 kr.; nämlich:

1 Pf.	12 kr.	31 Pf.
		2 mal
		fl. 6|2 Sechser.

II. Beispiel zu b.

Was kostet ein Käslaib, wenn er 40 Pfund wiegt, und das Pfund 24 kr. kostet?

Auflösung:

Weil 24 durch 6 dividirt zum Quotienten genau die Zahl 4 gibt, und deßhalb eine Sechserzahl ist, so multiplizire man 40 mit dem Quotienten 4, und schneide im Produkte 160 die Null ab, man erhält 16 fl. zum verlangten Resultate.

Die im Kopfe aufgelös'te Rechnung kann auf nachstehende Weise an der Tafel versinnlichet werden:

1 Pf.	24 kr.	40 Pf.
		4
		fl. 16|0 Sechser, also 16 fl.

§. 115.

2) Schillingrechnung.

Sieben Kreutzer und 2 Pfenning, oder 7½ kr. nennt man einen Schilling, oder auch einen Achtelgulden; acht solche Schillinge machen einen Gulden.

Wenn nun 1 Pfund, 1 Loth, 1 Elle 2c. oder über-

haupt 1 Stück $7\frac{1}{2}$ kr. kostet, so hat man so viele Schillinge, als Stücke vorhanden sind. Man darf demnach nur die Anzahl der Stücke, die als Schillinge anzusehen sind, mit 8 dividiren, der Quotient gibt Gulden, und der Rest Schillinge, welche auf Kreutzer reduzirt werden, weßhalb hier nach folgender Regel zu verfahren ist:

a) Kostet 1 Stück 7 kr. 2 Pfenning, so theilet man bei der Regel-Detri-Aufgabe das dritte Glied mit 8; der Quotient gibt Gulden, und der Rest Schillinge.

b) Kostet im Gegentheile aber 1 Stück mehrere Kreutzer, und man nimmt $7\frac{1}{2}$ Stück, so dividirt man mit 8 das zweite Glied, der Quotient zeigt Gulden und der Rest Schillinge an.

In beiden Fällen werden die als Rest bleibenden Schillinge auf Kreutzer reduzirt, indem man den Rest mit $7\frac{1}{2}$ multiplizirt, das ist 7- und $\frac{1}{2}$mal setzt.

I. Beispiel zu a.

Wenn 1 Elle Band 7 kr. 2 Pfenning kostet, was kosten 28 Ellen?

Auflösung:

Weil 1 Elle $7\frac{1}{2}$ kr., also 1 Schilling kostet, so kosten 28 Ellen 28 Schilling; man dividirt also 28 mit 8, man erhält zum Quotienten 3 fl. und zum Reste 4 Schilling, weßhalb 28 Ellen 3 fl. 30 kr. kosten; das ist:

1 Elle	$7\frac{1}{2}$ kr.	28 Ell.	3 fl.
		:8	
		4 Schilling.	

Dieselben kosten also 3 fl. 4 Schilling, oder 3 fl. 30 kr.

II. Beispiel zu a.

Was kosten 2 Pfund 12 Loth, wenn 1 Loth $7\frac{1}{2}$ kr., oder 7 kr. 2 Pfenning kostet?

Auf-

Auflösung:

Weil in der Bedingung der Werth für 1 Loth gegeben ist, so reduzire man die 2 Pfund auf Loth. Ein Pfund hat 32 Loth, also 2 Pfund geben 2 mal 32, oder 64 Loth, und 2 Pf. 12 Loth betragen zusammen 76 Loth.

Daher kosten jetzt, da 1 Loth 1 Schilling kostet, 76 Loth 76 Schilling, somit 9 fl. 30 kr.; denn

1 Loth. 7½ kr. 2 Pf. 12 L. = 76 Loth. } 9 fl.
8
72
―――
4 Schilling.

Dieselben kosten also 9 fl. 4 Schilling, oder 9 fl. 30 kr.

I. Beispiel zu b.

Wenn 1 Pfund 32 kr. kostet, was kosten 7½ Pfund?

Auflösung:

1 Pf. 32 kr. 7½ Pf.
32|4 fl.
:8
32
―――
―

Es kosten also 7½ Pfund 4 fl.

II. Beispiel zu b.

Wenn 1 Elle 4 fl. 24 kr. kostet, was kosten 7½ Ellen?

Auflösung:

Ein Gulden hat 60 kr., also 4 fl. geben 4 mal 60 oder 240 kr., und 4 fl. 24 kr. geben 264 kr.; weßhalb man jetzt folgende Aufgabe aufzulösen hat:

1 Elle. 264 kr. 7½ Elle.
264|33 fl.
:8
24
―――
24
:8
24
―――
―

Es kosten also 7½ Ellen 33 fl.

§. 116.

3) Zehnerrechnung.

Die Zehnerrechnung findet Statt, wenn eine Sache 10 kr. kostet, oder wenn eine Sache mehrere Kreutzer kostet, und man gerade 10 Stücke nimmt.

Dieselbe geschieht nach folgenden Regeln:

a) Kostet eine Sache 10 kr., so dividire man die Zahl, welche die Anzahl der vorhandenen Stücke angibt, mit 6; der Quotient gibt Gulden, und der Rest, der mit 10 multiplizirt werden muß, gibt Kreutzer.

b) Nimmt man aber gerade 10 Stück, und es kostet 1 Stück wie immer viele Kreutzer, so dividirt man die Zahl, welche den Betrag in Kreutzern ausdrückt, mit 6; der Quotient gibt Gulden, und der Rest, mit 10 multiplizirt, Kreutzer.

I. Beispiel zu a.

Wenn 1 Pfund Kalbfleisch 10 kr. kostet, was kosten 28 Pfund?

Auflösung:

Man dividire 28 mit 6, man erhält 4 zum Quotienten und 4 zum Reste; daher kosten 28 Pfund 4 fl. 40 kr., da 4 mit 10 multiplizirt 40 gibt.

Nach der Regel Detri hat die Auflösung folgendes Aussehen:

1 Pf. 10 kr. 28 Pf. |4 fl.
:6
24
4; 4 × 10 = 40.

Deßhalb kosten dieselben 4 fl. 40 kr.

II. Beispiel zu a.

Wenn 1 Loth einer gewissen Waare 10 kr. kostet, was kosten 4 Pf. 6 Loth davon?

Auflösung:

1) Weil die Bedingung in Loth gegeben ist, so mache man die Pfund zu Loth; es hat 1 Pfund 32 Loth, also 4 Pfund haben 4 mal 32 oder 128 Loth, und 4 Pfund 6 Loth geben zusammen 134 Loth;

2) Die Zahl 134 dividire man mit 6, man erhält zum Quotienten die Zahl 22, und zum Reste 2; daher kosten 4 Pf. 6 Loth 22 fl. 20 kr.

I. Beispiel zu b.

Wenn 1 Pfund Butter 28 kr. kostet, was kosten 10 Pfund?

Auflösung:

Pfund | kr. | Pfund
1 | 28 | 10
:6 | 4 fl. 40 kr.
24
4 Zehner
× 10
40 kr.

Es kosten also 10 Pfund 4 fl. 40 kr.

II. Beispiel zu b.

Wenn 1 Elle 2 fl. 38 kr. kostet, was kosten 10 Ellen?

Auflösung:

Man könnte hier die Gulden auf Kreutzer reduziren, um den gesammten Betrag für 1 Elle in Kreutzern auszudrücken; indeß ist es aber bequemer, wenn man zuerst den Betrag in Gulden, dann den in Kreutzern berechnet, und am Ende Beides in eine Summe bringt.

Elle | fl. | kr. | Elle
1 | 2 | 38 | 6 fl. 20 kr. | 10
× 10 | :6
20 fl. | 36
2 Zehner
× 10
20 kr.

Es kosten also 10 Ellen 20 fl. und 6 fl. 20 kr., somit zusammen 26 fl. 20 kr.

§. 117.

4) Zwölferrechnung.

Die Zwölferrechnung kommt vor, wenn 1 Loth, 1 Pfund, 1 Maaß ꝛc. oder überhaupt 1 Stück 12 kr. kostet, wie auch, wenn 1 Stück wie immer viele Kreutzer kostet, und gerade 12 Stücke genommen werden.

Dieselbe geschieht nach folgenden Regeln:

a) Kostet 1 Stück 12 kr., so erhält man so viele Zwölfer, als Stücke gegeben sind; daher dividirt man, weil 5 Zwölfer 1 Gulden geben, die Anzahl der Stücke mit 5, der Quotient gibt Gulden, und der Rest, welcher mit 12 multiplizirt werden muß, Kreutzer zur Antwort.

b) Kommt 1 Stück auf wie immer viele Kreutzer, und man nimmt 12 Stücke, so dividirt man die Zahl, welche die Anzahl der Kreutzer für 1 Stück angibt, mit 5; der Quotient gibt Gulden, und der Rest, welcher mit 12 zu multipliziren ist, Kreutzer.

Beispiel zu a.

Was kosten 47 Pfund Fleisch, wenn 1 Pfund 12 kr. kostet?

Auflösung:

Pfund	kr.	Pfund	
1	12	47	
		:5	9 fl. 24 kr.
		45	
		2 Zwölfer	
		×12	
		24 kr.	

Es kosten also 47 Pfund 9 fl. 24 kr.

Beispiel zu b.

Wenn 1 Maaß Wein 36 kr. kostet, was kosten 12 Maaß?

Auflösung:

M.	kr.	M.
1	36	12

36
:5 | 7 fl. 12 kr.
35

1 Zwölfer, oder 12 kr.

Es kosten also 12 Maaß 7 fl. 12 kr.

§. 118.

5) Fünfzehnerrechnung.

a) Kostet 1 Stück 15 kr., so hat man so viele Fünfzehner, als Stücke vorhanden sind; um deßwillen dividire man die Zahl, welche die Anzahl der Stücke angibt, mit 4; der Quotient gibt Gulden und der Rest Fünfzehner, welche durch die Multiplikation mit 15 in Kreutzer verwandelt werden, weil ein Gulden 4 Fünfzehner, und ein Fünfzehner 15 kr. hat.

b) Kostet 1 Stück wie immer viele Kreutzer, und man nimmt gerade 15 Stück, so dividire man die Zahl, welche den Betrag für 1 Stück in Kreutzern angibt, mit 4; der Quotient gibt Gulden, und der Rest Fünfzehner, die man wieder durch die Multiplikation mit 15 auf Kreutzer reduzirt.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Pfund 15 kr. kostet, was kosten 34 Pfund?

Auflösung:

Pf.	kr.	Pf.
1	15	34

34
:4 | 8 fl. 30 kr.
32

2 Fünfzehner
× 15

30 kr.

Es kosten also 34 Pfund 8 fl. 30 k.

Beispiel zu b.

Wenn 1 Elle 50 kr. kostet, was kosten 15 Ellen?

Auflösung:

Ell.	kr.		Ell.
1	50		15
	:4	12 fl. 30 kr.	
	48		
	2 Fünfzehner		
	× 15		
	30 kr.		

Es kosten also 15 Ellen 12 fl. 30 kr.

§. 119.

6) Zwanzigerrechnung.

a) Kostet ein Stück 20 kr., so hat man so viele Zwanziger, als Stücke gegeben sind; daher dividirt man die Zahl, welche die Anzahl der Stücke angibt, mit 3, der Quotient zeigt Gulden an, und der Rest so vielmal 20 kr., als die Restzahl Einheiten in sich enthält.

b) Kostet ein Stück wie immer viele Kreutzer, und man nimmt 20 Stücke, so dividirt man die Zahl, welche den Betrag für ein Stück in Kreutzern angibt, mit 3; der Quotient gibt Gulden, und der Rest Zwanziger, welche durch die Multiplikation mit 20 zu Kreutzern gemacht werden.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Pfund Käs 20 kr. kostet, was kosten 26 Pfund?

Auflösung:

Pfd.	kr.	Pfd.	
1	20	26	
		: 3	8 fl. 40 kr.
		24	
		2	Zwanziger
		× 20	
		40	kr.

Es kosten also 26 Pfund 8 fl. 40 kr.

Beispiel zu b.

Wenn 1 Elle 19 kr. kostet, was kosten 20 Ellen?

Auflösung:

Ell.	kr.	Ell.
1	19	20
	: 3	6 fl. 20 kr.
	18	
	1 Zwanziger, oder 20 kr.	

Es kosten also 20 Ellen 6 fl. 20 kr.

§. 120.

7) Halbe Guldenrechnung.

a) Kostet ein Stück 30 kr., so hat man so viele halbe Gulden, als Stücke vorhanden sind. Man halbirt demnach die Anzahl der Stücke oder dividirt sie mit 2; der Quotient gibt Gulden, und der Rest, welcher allemal 1 ist, 30 kr. zur Antwort.

b) Kostet ein Stück wie immer viele Kreutzer, und man nimmt 30 Stücke, so dividirt man die Zahl, welche den Betrag für ein Stück in Kreutzern angibt, mit 2; der Quotient gibt Gulden, und der Rest, wenn einer bleibt, 30 kr. zur Antwort.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Maaß Wein 30 kr. kostet, was kosten 49 Maaß?

Auflösung:

M.	kr.	M.	
1	30	49	
		:2	24 fl. 30 kr.
		48	

1 halber Gulden, oder 30 kr.

Es kosten also 49 Maaß 24 fl. 30 kr.

Beispiel zu b.

Wenn 1 Elle 4 fl. 24 kr. kostet, was kosten 30 Ellen?

Auflösung:

Ell.	fl.	kr.		Ell.
1	4	24		30
	× 30	:2	12 fl.	
	120 fl.	24		

Es kosten also 30 Ellen 120 fl. und 12 fl., somit zusammen 132 fl.

Anmerkung: Wenn bei der Sechserrechnung, Zehnerrechnung rc. nebst einer gewissen Anzahl von Stücken auch ein halbes Stück, ein Drittel, ein Viertel rc. von einem Stücke gegeben ist, so berechnet man nach den vorausgehenden Regeln zuerst den Werth für die Stücke, in so ferne sie in ganzen Zahlen gegeben sind, und zählt dann noch zu diesem Betrage den Werth für ein halbes Stück, oder für ein Drittel, Viertel rc.

Im II Beispi le zu a. des §. 114 hat man gefunden, daß 6 Ellen Leinwand 3 fl. 6 kr. kosten, wenn 1 Elle 31 kr. kostet; wäre nun der Betrag für $6\frac{1}{2}$ Ellen zu berechnen, so müßte man zu diesen 3 fl. 6 kr., welche den Werth für 6 Ellen angeben, noch die Hälfte von 31 kr. als den Betrag für eine halbe Elle, mithin $15\frac{1}{2}$ kr. hinzählen, um 3 fl. $21\frac{1}{2}$ kr. als den Betrag für $6\frac{1}{2}$ Ellen zu erhalten, weil 3 fl. 6 kr. und $15\frac{1}{2}$ kr. zusammen 3 fl. $21\frac{1}{2}$ kr., oder 3 fl. 21 kr. 2 pf. geben.

II.

Die nicht so bequemen Kopfrechnungen.

§. 121.

1) Die Kreutzer- und Pfenningrechnung.

a) Kostet ein Stück 1 kr., so hat man so viele Kreutzer, als Stücke da sind; diese Kreutzer macht man dann dadurch zu Gulden, daß man sie mit 60 dividirt, was am Besten geschieht, wenn man beim Divisor 60 die Null, und beim Dividend das letzte Ziffer in Gedanken wegläßt, und die Division nur mit 6 allein vornimmt. Der Quotient zeigt Gulden an, und der Rest Zehner, die man aber vor dem beim Dividend weggelassenen Ziffer zu stellen hat.

Auf diese Weise werden die Kreutzer zu Zehnern gemacht, und diese dann durch die Division mit 6 auf Gulden reduzirt (§. 116.).

b) So viele Kreutzer ein Stück kostet, so viele Gulden kostet 1 Eimer, 1 Schock, 1 Schober (I. §. 82. u. 84. B.), und so alles, was nur 60 Stücke austrägt.

c) So viele Pfenninge (Viertelkreutzer) 1 Maaß, 1 Schaub, 1 Stück kostet, eben so viele Fünfzehner kostet 1 Eimer, 1 Schober, 1 Schock; die Fünfzehner werden dann auf die im §. 118. angezeigte Weise auf Gulden reduzirt.

I. Beispiel zu a.

Wenn man täglich 1 kr. ausgibt, wie viel beträgt dieses in einem gemeinen Jahre zu 365 Tagen?

Auflösung:

1) Gibt man täglich 1 kr. aus, so macht dieses in 365 Tagen 365 kr., somit so viele Gulden, als vielmal 60 kr. vorhanden sind;

2) Läßt man an der Kreutzerzahl 365 das letzte Ziffer 5 an der Einerstelle weg, so bleiben noch 36 Zehner; diese geben, mit 6 getheilt (§. 116.), genau 6 fl. zum Quotienten;

3) Weil keine Zehner bei der Division mit 6 übrig bleiben, so können auch keine links vor dem weggelassenen Ziffer hingesetzt werden.

Es beträgt also die Ausgabe im ganzen Jahre 6 fl. 5 kr.

II. Beispiel zu a.

Wie viel Gulden betragen 496 kr.?

Auflösung:

Läßt man rechts das Ziffer 6 weg, so bleiben noch 49 Zehner, die, wenn man sie mit 6 dividirt, 8 fl. und 1 Zehner oder 10 kr. geben; zählt man nun diese 10 kr. und die anfangs weggelassenen 6 kr. zusammen, so kommen 8 fl. 16 kr. zum Vorscheine. 496 kr. geben also 8 fl. 16 kr.

Beispiel zu b.

Wenn die Maaß braunes Bier 6 kr. kostet, was kostet 1 Eimer zu 60 Maaß (I. §. 82. Nro. 4.)?

Auflösung:

Würde die Maaß 1 kr. kosten, so würden 60 Maaß 60 kr. oder 1 fl. kosten; nun kostet aber die Maaß 6 kr., daher kostet der Eimer 6mal 60 kr. oder 6 fl.

I. Beispiel zu c.

Wenn 1 Elle Band 3 Pfenning kostet, was kostet ein Stück von 60 Ellen?

Auflösung:

Würde 1 Elle 1 Pfenning kosten, so würden 60 Ellen 60 Pfenning oder 15 kr., also 1 Fünfzehner kosten, weil 60 Pfenning 1 Fünfzehner geben (I. §. 88. C.); nun kostet aber 1 Elle 3 Pfenning, also kosten 60 Ellen 3 Fünfzehner oder 45 kr.

II. Beispiel zu c.

Was kostet 1 Eimer Bier, wenn die Maaß 4 kr. 2 Pfenning, oder 4½ kr. kostet?

Auflösung:

Würde die Maaß 4 kr. kosten, so würde der Eimer nach der bei b. aufgestellten Regel 4 fl. kosten; da aber die Maaß 4½ kr., und somit nebst 4 kr. auch noch 2 Pfenning kostet, so kostet deßhalb der Eimer 2 Fünfzehner mehr, und der ganze Betrag dafür ist 4 fl. und 2 Fünfzehner, oder 4 fl. 30 kr.

§. 122.

2) Die Fünfpfenningrechnung.

Kostet eine Sache 5 Pfenning, so hat man, weil 4 Pfenning 1 kr. geben, so viele Kreutzer und so viele Pfenninge, als Sachen gegeben sind; man reduzirt nun die Pfenning auf Kreutzer, und zählt diese zu den schon vorhandenen Kreutzern, um den ganzen Betrag in Kreutzern zu wissen, die man dann nach der im §. 121. bei a. gegebenen Regel auf Gulden bringt.

I. Beispiel:

Was kosten 24 Pfund, wenn 1 Pfund 5 Pfenning kostet?

Auflösung:

Weil 1 Pfund 5 Pfenning, also 1 kr. und 1 Pfenning kostet, so kosten 24 Pfund 24 kr. und 24 Pfenning, oder 24 kr. und 6 kr., mithin 30 kr.

II. Beispiel:

Wenn 1 Elle 5 Pfenning kostet, was kosten 100 Ellen?

Auflösung:

Weil 1 Elle 5 Pfenning, oder 1 kr. und 1 Pfenning kostet, so kosten 100 Ellen 100 kr. und 100 Pfen-

ning; es geben aber 100 Pfenning 25 kr., und 125 kr. geben 2 fl. 5 kr., daher kosten 100 Ellen 2 fl. 5 kr.

§. 123.

3) Die Sechspfenningrechnung.

Wenn eine Sache 6 Pfenning gilt, so hat man so viele 6 Pfenningstücke, als Sachen vorhanden sind. 40 Sechspfenningstücke geben 40 kr. und 40 Zweier, mithin 1 fl; man muß also die Anzahl der gegebenen Sachen mit 40, oder mit 10 und mit 4 dividiren, um den Betrag in Gulden zu finden.

Um dieses zu thun, schneidet man rechts in Gedanken das an der Stelle der Einer stehende Ziffer weg; dieses bedeutet dann 6 Pfenningstücke, und die links stehenden Ziffer stellen Fünfzehner vor, die man durch die Division mit 4 zu Gulden macht.

I. Beispiel:

Wenn ein Kehrbesen 6 Pfenning kostet, was kosten 52 Besen?

Auflösung:

Weil 1 Stück 6 Pfenning kostet, so kosten 52 Stücke 52mal 6 pf., oder 52 Sechspfenningstücke. Schneidet man rechts das Ziffer 2 ab, so bleiben 2 Sechspfenningstücke oder 3 kr., und die links stehenden 5 Fünfzehner geben, weil 4 Fünfzehner auf einen Gulden gehen, 1 fl. 15 kr.; es kosten also 52 Besen 1 fl. 15 kr. und 3 kr., mithin zusammen 1 fl. 18 kr.

II. Beispiel:

Wenn man täglich 6 Pfenning ausgibt, was macht dieses in einem Jahre, oder in 365 Tagen?

Auflösung:

Schneidet man rechts in Gedanken das Ziffer 5

ab, so erhält man 36 Fünfzehner, und 5 Sechspfenningstücke zur Antwort. Die 36 Fünfzehner geben 9 fl., und die 5 Sechspfenningstücke geben 5 kr. und 5 halbe Kreutzer, also 7½ kr., oder 7 kr. 2 pf.; daher beträgt dieses in einem Jahre 9 fl. 7 kr. 2 Pfenning.

§. 124.

4) Die Halbbatzenrechnung.

Wenn eine Sache 2 kr. kostet, so hat man so viele halbe Batzen, als Dinge gegeben sind. Weil 30 halbe Batzen 1 fl. geben, so dividirt man die Anzahl der Dinge mit 30, oder, was bequemer ist (§. 104. a.), mit 10 und mit 3, und schneidet zu diesem Zwecke das letzte Ziffer rechts in Gedanken ab; es gibt, mit 2 multiplizirt, Kreutzer zur Antwort, und die zur Linken stehenden Ziffern, welche Zwanziger bedeuten, dividirt man mit 3; der Quotient gibt Gulden, und der Rest Zwanziger, zu welchen die vorhin gefundenen Kreutzer hingezählt werden.

Beispiel:

Was kosten 2 Zentner 24 Pfund, wenn 1 Pfund 2 kr. kostet?

Auflösung:

Weil in der Bedingung der Werth für 1 Pfund gegeben ist, so mache man die 2 Zentner zu Pfund; sie geben 200 Pfund, und mit den beigefügten 24 Pfunden zusammen 224 Pfund.

Diese 224 Pfund kosten, weil 1 Pfd. 2 kr. gilt, 224 halbe Batzen, also 22 Zwanziger und 8 kr., oder 7 fl. 28 kr., da 22 Zwanziger, mit 3 dividirt, zum Quotienten 7 fl. 1 Zwanziger, und 1 Zwanziger und 2mal 4 kr. zusammen 28 kr. geben.

§. 125.

5) Die Landmünzrechnung.

Zwei Kreutzer und 2 Pfenning, oder $2\frac{1}{2}$ kr. pflegt man eine Landmünze oder $\frac{1}{24}$ fl. zu nennen. Vier und zwanzig solche Landmünzen machen einen Gulden, weil 2 mal 24 kr. und 24 halbe Kreutzer zusammen 48 und 12 kr., somit 60 kr. oder 1 fl. geben; weßhalb die Landmünze der 24ste Theil, oder ein Vierundzwanzigerl eines Guldens ist (§. 1.).

Wenn nun eine Sache 2 kr. 2 pf. kostet, so hat man so viele Landmünzen, als Sachen vorhanden sind. Man darf demnach nur die Anzahl der Sachen, die als Landmünzen anzusehen sind, mit 24 dividiren; der Quotient gibt Gulden, und der Rest Landmünzen, welche auf Kreutzer reduzirt werden.

I. Beispiel:

Wenn 1 Stück 2 kr. 2 pf. kostet, was kosten 148 Stück?

Auflösung:

Es kosten hier 148 Stück 148 Landmünzen; daher dividirt man 148 mit 24; man erhält, da 24 in 148 sechsmal geht, und noch zum Reste die Zahl 4 bleibt, zum Quotienten 6 fl., und zum Reste 4 Landmünzen, welche 4 mal 2 kr. und 4 mal 2 pf., also 10 kr. geben.

Um deßwillen kosten 148 Stück 6 fl. 10 kr.

II. Beispiel:

Ein Weib hat $2\frac{1}{2}$ Tag gearbeitet; wie viel erhält sie Lohn, wenn ihr für den Tag 30 kr. ausgesprochen sind?

Auflösung:

Weil hier der Lohn auf mehrere Kreutzer kommt, und die Rechnung genau für $2\frac{1}{2}$ Tag geschieht, so hat man wieder die Landmünzrechnung, und zwar 30 Landmünzen, weil von 30 Tagen die Frage gestellt ist.

Man dividirt bei solchen Beispielen die Zahl, welche den Betrag für eine Sache angibt, mit 24; man erhält hier, wenn man 30 Landmünzen mit 24 dividirt, zum Quotienten 1 fl. und zum Reste 6 Landmünzen, welche 15 kr. geben; daher erhält sie für $2\frac{1}{2}$ Tage 1 fl. 15 kr.

§. 126.

6) Die Groschenrechnung.

a) Wenn eine Sache 3 kr. kostet, so hat man so viele Groschen, als Sachen vorhanden sind. Weil 20 Groschen 1 fl. geben, so dividirt man die Groschen mit 20; der Quotient gibt Gulden zur Antwort und der Rest Groschen, welche, mit 3 multiplizirt, Kreutzer geben.

Will man auf diese Weise nicht verfahren, so schneide man in Gedanken rechts das letzte Ziffer ab, und multiplizire es mit 3; das Produkt gibt Kreutzer, die zur Linken stehenden Ziffern stellen halbe Gulden vor, und werden durch Halbirung oder Theilung mit 2 in Gulden verwandelt.

b) Kostet eine Sache wie immer viele Kreutzer, und man nimmt genau drei Stücke, so hat man so viele Groschen, als eine Sache kostet; die Groschen werden dann auf die vorige Weise in Gulden, und der bei der Division mit 20 bleibende Rest wird durch die Multiplikation mit 3 in Kreutzer verwandelt.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Pfund 3 kr. kostet, was kosten 3 Zentner 18 Pfund?

I. Auflösung:

Drei Zentner und 18 Pfund geben zusammen 318 Pfund (I. §. 85. A.), und diese kosten 318 Groschen, welche, mit 20 getheilt, zum Quotienten 15 fl., und

zum Reste 18 Groschen oder 54 kr. geben, weßhalb 3 Zentner und 18 Pfund 15 fl. 54 kr. kosten.

II. Auflösung:

Schneidet man in der Groschenzahl 318 das letzte Ziffer 8 rechts weg, und multiplizirt man es mit 3, so erhält man 24 kr.; die links stehenden Ziffern bedeuten 31 halbe Gulden, und geben, mit 2 getheilt, $15^1/_2$ fl., also 15 fl. 30 kr. Daher kosten 3 Zentner 18 Pfund 15 fl. 30 kr. und 24 kr., somit zusammen 15 fl. 54 kr.

Beispiel zu b.

Wenn 1 Elle Leinwand 43 kr. kostet, was kosten 3 Ellen?

Auflösung:

Weil man hier von 3 Ellen die Frage setzt, so hat man so viele Groschen, als eine Elle kostet, somit 43 Groschen; diese geben, mit 20 dividirt, 2 fl. und 3 Groschen; daher kosten 3 Ellen 2 fl. 9 kr.

Schneidet man dagegen das letzte Ziffer rechts in Gedanken ab, so erhält man zur Antwort 4 halbe Gulden und 3 Groschen, also wieder 2 fl. 9 kr.

§. 127.

7) Fünfzehenpfenningrechnung.

a) Wenn eine Sache 3 kr. 3 pf. oder 15 Pfenning kostet, so dividirt man die Anzahl der Sachen durch 16; der Quotient enthält Gulden, und der Rest so viele Groschen und so vielmal 3 Pfenning, als die Restzahl Einheiten in sich enthält.

b) Kostet eine Sache wie immer viele Kreutzer, und man soll den Werth für $3\frac{3}{4}$ Stück berechnen, so stellt man sich die Kreutzerzahl als Fünfzehenpfenningstücke vor, und theilt sie mit 16; der Quotient gibt Gulden, und der Rest so vielmal 3 kr. und 3 pf., als die Restzahl Einheiten in sich enthält.

Die

Die Pfenninge müssen aber in diesem, und in dem vorhin bei a angeführten Falle in Kreutzer verwandelt, und mit den Groschen in eine Kreutzersumme gebracht werden.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Maaß Bier 3 kr. 3 pf., somit 15 Pfenninge kostet, was kosten 18 Maaß?

Auflösung:

1) Weil 1 Maaß 3 kr. 3 pf., also 1 Fünfzehenpfenningstück kostet; so kosten 18 Maaß 18 Fünfzehnpfenningstücke. Man theilt demnach, weil 16 Fünfzehenpfenningstücke 1 Gulden geben, die Zahl 18 mit 16; man erhält zum Quotienten 1 fl., und zum Reste 2 Fünfzehnpfenningstücke.

2) Wegen des Restes 2 hat man nebst dem Gulden noch 2mal 3 kr., und 2mal 3 Pfenning, somit 6 kr. und 6 Pfenning, oder 7 kr. 2 Pfenning.

Es kosten also 18 Maaß 1 fl. 7 kr. 2 Pf.

Beispiel zu b.

Wenn 1 Pfund Schmalz 36 kr. kostet, was kosten $3^3/_4$ Pfund?

Auflösung:

Weil man hier genau $3^3/_4$ Pfund hat, so beträgt der gesuchte Werth 36 Fünfzehenpfenningstücke; theilt man 36 mit 16, so erhält man zum Quotienten 2 fl., und zum Reste 4 Fünfzehenpfenningstücke, welche 15 kr. geben. Daher kosten $3^3/_4$ Pfund 2 fl. 15 kr.

§. 128.

8) Die Batzenrechnung.

a) Wenn eine Sache 1 Batzen oder 4 kr. kostet, so hat man so viele Batzen, als Sachen vorhanden sind. Gilt demnach 1 Stück 1 Batzen, so kosten 15 Stück 15 Batzen oder 1 Gulden (I. §. 88. C.). Man darf also in diesem Falle nur die Anzahl der Stücke mit 15 theilen; der Quo-

tient gibt Gulden, und der Rest, mit 4 multiplizirt, Kreutzer zur Antwort.

b) Kostet eine Sache wie immer viele Kreutzer, und man nimmt 4 Stücke, so bestimmt die Kreutzerzahl die Anzahl der Batzen; man dividirt also diese mit 15, der Quotient gibt Gulden, und der Rest Batzen, welche durch die Multiplikation mit 4 zu Kreutzern gemacht werden.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Elle 4 kr. kostet, was kosten 46 Ellen?

Auflösung:

Weil 1 Elle 4 kr. oder 1 Batzen kostet, so kosten 46 Ellen 46 Batzen: dividirt man nun 46 mit 15, so erhält man, weil 15 dreimal genommen 45 gibt, zum Quotienten 3 fl., und zum Reste 1 Batzen oder 4 kr. Daher kosten 46 Ellen 3 fl. 4 kr.

Beispiel zu b.

Wie groß ist der Lohn für 4 Tage, wenn man für einen Tag 56 kr. einnimmt?

Auflösung:

Weil man hier den Lohn für 4 Tage berechnet, so beträgt der ganze Lohn 56 Batzen, diese, mit 15 getheilt, geben zum Quotienten 3 fl., und zum Reste 11 Batzen, welche, mit 4 multiplizirt, 44 kr. ausmachen. Es beträgt also der Lohn für 4 Tage 3 fl. 44 kr.

§. 129.

9) Die Fünferrechnung.

a) Wenn eine Sache 5 kr. kostet, so hat man so viele Fünfer oder Fünfkreutzerstücke, als Sachen vorhanden sind. Weil 12 Fünfer einen Gulden geben, so dividirt man die Anzahl der Fünfer mit 12; der Quotient gibt Gulden, und der Rest so viele Batzen und Kreutzer, als Fünfer übrig bleiben.

b) Kostet eine Sache wie immer viele Kreuzer, und man kauft oder verkauft genau 5 Stücke, so hat man so viele Fünfer, als die Kreuzerzahl Einheiten in sich enthält. Man darf also nur die Kreuzer, die nun Fünfer vorstellen, mit 12 dividiren; der Quotient gibt Gulden, und der Rest Fünfer, welche man durch die Multiplikation mit 5 zu Kreuzern macht, oder nach der vorigen Vorschrift als eine Summe von Batzen und Kreuzern betrachtet.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Maaß Bier 5 kr. kostet, was kosten 28 Maaß?

Auflösung:

Weil man hier 28 Fünfer als den gesuchten Betrag findet, so dividirt man 28 mit 12; der Quotient 2 gibt 2 Gulden, und der Rest 4 gibt 4 Fünfer, welche 4 Batzen und 4 Kreuzer, oder 5 mal 4 kr., also 20 kr. ausmachen.

Daher kosten 28 Maaß 2 fl. 20 kr.

Beispiel zu b.

Wenn man täglich 2 fl. 24 kr. ausgibt, was beträgt es in 5 Tagen?

Auflösung:

Macht man die 2 fl. zu Kreuzern, so erhält man 2 mal 60 kr. oder 120 kr., welche, zu 24 kr. gezählt, zur Summe 144 kr. geben; weßhalb man hier 144 Fünfer hat, welche, mit 12 dividirt, 12 fl. zur Antwort geben.

Das verlangte Resultat könnte man hier auch dadurch kürzer finden, daß man sich vorstellt, man habe 5 mal 2 fl. und 5 mal 24 kr. oder 5 Vierundzwanziger. Die 2 fl. fünfmal genommen geben 10 fl., und die 5 Vierundzwanziger betragen 2 fl.; weßhalb man hier 10 fl. und 2 fl., also wieder 12 fl. zur Antwort erhält

Anmerkung: Drücken die Bedingungsglieder mit den Fragegliedern (§. 71.) nicht Einheiten gleicher Ordnung aus, so müssen die verschiedenen Einheiten zu Einheiten gleicher Ordnung gemacht werden; was schon im §. 62. Zus. V. und Anm. 1. bemerkt wurde.

§. 130.

Die Zerlegung einiger nicht bequemen Kreuzerzahlen, um sie zum Kopfrechnen geschickt zu machen.

Nebst den bisher angeführten Zahlen gibt es noch andere Zahlen, die zum Kopfrechnen unbequem sind, und doch öfters vorkommen.

Nachstehende Tabelle lehrt, wie man einige solcher Zahlen in andere Zahlen auflösen oder zerlegen kann, welche zum Rechnen bequemer sind.

Tabelle,

die Zerlegung einiger zum Kopfrechnen nicht bequemen Zahlen betreffend.

Statt	7 kr.	denke	man	sich	6 und 1 kr.
—	8 kr.	—	—	—	6 und 2 kr.
—	9 kr.	—	—	—	6 und 3 kr.
—	11 kr.	—	—	—	10 und 1 kr.
—	13 kr.	—	—	—	12 und 1 kr.
—	14 kr.	—	—	—	12 und 2 kr.
—	16 kr.	—	—	—	12 und 4 kr.
					oder 10 und 6 kr.
—	17 kr.	—	—	—	12 und 5 kr.
—	18 kr.	—	—	—	12 und 6 kr.
—	19 kr.	—	—	—	12 dann 6 und 1 kr.
					oder 20 weniger 1 kr.
—	21 kr.	—	—	—	20 und 1 kr.
—	22 kr.	—	—	—	20 und 2 kr.
					oder 12 und 10 kr.
—	$22\frac{1}{2}$ kr.	—	—	—	15 und $7\frac{1}{2}$ kr.
—	23 kr.	—	—	—	20 und 3 kr.
—	24 kr.	—	—	—	12 und 12 kr.
—	25 kr.	—	—	—	20 und 5 kr.
					oder 15 und 10 kr.

Statt	26 kr.	denke man sich	20 und 6 kr.
—	27 kr.	— — —	15 und 12 kr.
—	27½ kr.	— — —	20 und 7½ kr.
—	28 kr.	— — —	12 dann 12 und 4 kr.
—	29 kr.	— — —	30 weniger 1 kr.
			oder 20 dann 6 und 3 kr.
—	31 kr.	— — —	30 und 1 kr.
—	32 kr.	— — —	30 und 2 kr.
			oder 20 und 12 kr.
—	33 kr.	— — —	30 und 3 kr.
—	34 kr.	— — —	30 und 4 kr.
		— —	oder 12 dann 12 und 10 kr.
—	35 kr.	— — —	30 und 5 kr.
			oder 20 und 15 kr.
—	36 kr.	— — —	30 und 6 kr.
—	37 kr.	— — —	30 dann 6 und 1 kr.
—	37½ kr.	— — —	30 und 7½ kr.
—	38 kr.	— — —	30 dann 6 und 2 kr.
—	39 kr.	— — —	30 dann 6 und 3 kr.
			od. 12 dañ 12 u. 12 u. 3 kr.
			oder 20 u. 20 weniger 1 kr.
—	40 kr.	— — —	20 und 20 kr.
—	41 kr.	— — —	20 dann 20 und 1 kr.
—	42 kr.	— — —	30 und 12 kr.
—	43 kr.	— — —	30 dann 12 und 1 kr.
			oder 20 dann 20 und 3 kr.
—	44 kr.	— — —	20 dann 20 und 4 kr.
—	45 kr.	— — —	30 und 15 kr.
—	46 kr.	— — —	20 dann 20 und 6 kr.
—	47 kr.	— — —	20 dann 15 und 12 kr.
—	48 kr.	— — —	12 dann 12 u. 12 u. 12 kr.
			oder 30 dann 15 und 3 kr.
			oder 30 dann 12 und 6 kr.
—	49 kr.	— — —	30 dann 10 und 6 und 3 kr.
			oder 30 dann 15 und 4 kr.
			oder 30 u. 20 weniger 1 kr.
—	49½ kr.	— — —	30 dann 12 und 7½ kr.
—	50 kr.	— — —	30 und 20 kr.
—	51 kr.	— — —	30 dann 15 und 6 kr.
			oder 30 dann 20 und 1 kr.

Statt 52 kr.	denke man sich	20 dann 20 und 12 kr.
— 53 kr.	— — —	30 dann 20 und 3 kr.
— 53½ kr.	— — —	20 dann 20 und 6 u. 7½ kr.
— 54 kr.	— — —	30 dann 20 und 4 kr. oder 30 dann 12 und 12 kr.
— 55 kr.	— — —	30 dann 20 und 5 kr. oder 20 dann 20 und 15 kr.
— 56 kr.	— — —	30 dann 20 und 6 kr. od. 12 dañ 12 u. 12 u. 20 kr.
— 57 kr.	— — —	30 dann 15 und 12 kr.
— 57½ kr.	— — —	30 dann 20 und 7½ kr.
— 58 kr.	— — —	1 fl. weniger ½ Batzen. oder 30 dann 20 u. 4 u. 4 kr.
— 59 kr.	— — —	1 fl. weniger 1 kr.

Anmerkung: 1) Die zum Kopfrechnen besonders tauglichen Zahlen 6, 10, 12, 15 ꝛc wurden schon in den vorausgehenden §§. angeführt; weßhalb sie in dieser Tabelle nicht mehr vorkommen.

2) Die Kreuzerzahlen lassen sich auch in verschiedene bequeme Guldentheile zerlegen: so kann man sich z. B. $\frac{1}{2}$ fl. statt 30 kr., $\frac{1}{4}$ fl. statt 15 kr., $\frac{1}{8}$ fl. statt $7\frac{1}{2}$ kr. ꝛc. vorstellen.

§. 131.

Beispiele zur Benützung vorstehender Tabelle.

I. Beispiel:

Was kosten 29 Ellen einer gewissen Waare, wenn 1 Elle 11 kr. kostet?

Auflösung:

Wenn 1 Elle 11 kr. kostet, so kosten 29 Ellen 29mal 11 kr.; da aber 11 keine zum Kopfrechnen bequeme Zahl ist, so suche man 11 kr. in der vorstehenden Tabelle auf. Man findet 10 und 1 kr. anstatt 11 kr.; daher sagt man jetzt: 1 Elle kostet 1 Zehner und 1 kr., mithin kosten 29 Ellen 29 Zehner und 29 kr., oder 5 fl. 19 kr., denn

29 Zehner geben 4 fl. 50 kr., und
29 kr. » — » 29 »

also zusammen 5 fl. 19 kr.

II. Beispiel:

Was kosten 13 Pfund, wenn 1 Pfd. 17 kr. kostet?

Auflösung:

Da 1 Pfund 17 kr. oder 1 Zwölfer und 1 Fünfer kostet, so kosten 13 Pfund 13 Zwölfer und 13 Fünfer, somit 3 fl. 41 kr.; denn

13 Zwölfer geben	2 fl.	36 kr.,	und
13 Fünfer »	1 »	5 »	
also zusammen	3 fl.	41 kr.	

III. Beispiel:

Wenn 1 Elle 54 kr. kostet, was kosten 35 Ellen?

Auflösung:

Da 1 Elle 54 kr., oder einen halben Gulden, dann einen Zwölfer, und wieder einen Zwölfer kostet, so kosten 35 Ellen 35 halbe Gulden, 35 Zwölfer und wieder 35 Zwölfer; es geben aber

35 halbe Gulden	17 fl.	30 kr.,	dann
35 Zwölfer	7 »	— »	und
35 Zwölfer wieder	7 »	— »	
im Ganzen also	31 fl.	30 kr.	

IV. Beispiel:

Wenn 1 Pfund 59 kr. kostet, was kosten 25 Pfund?

Auflösung:

Weil 1 Pfund 59 kr., oder 1 fl. weniger 1 kr. kostet, kosten 25 Pfund 25 fl. weniger 25 kr. Zieht man nun die 25 kr., die abgerechnet werden müssen, von 25 fl. ab, so bleiben 24 fl. 35 kr. als Rest; daher kosten 25 Pfund 24 fl. 35 kr.

Anmerkung: Auf eine ähnliche Weise benütze man die im vorigen §. angeführte Tabelle, um die Schüler in der Zerfällung der darin angeführten Zahlen zu üben.

II. Abschnitt.

Die Bestimmung des Werthes für ein Stück, wenn derselbe für mehrere Stücke bekannt ist.

---

§. 132.

1) Bestimmung des Werthes für ein Stück, wenn derselbe für zwei oder drei Stücke bekannt ist.

Ist der Werth von zwei oder drei Stücken bekannt, und man schließt daraus auf den Werth eines Stückes, so geschieht für diese beiden Fälle die Berechnung im Kopfe auf folgende Weise:

a) So viele Gulden zwei Stücke kosten, eben so viele halbe Gulden kostet ein Stück.

b) So viele Gulden drei Stücke kosten, eben so viele Zwanziger oder Drittelgulden kostet ein Stück.

I. Beispiel zu a.

Wenn 2 Ellen Tuch 19 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

Auflösung:

Weil 2 Ellen 19 fl. kosten, so kostet 1 Elle die Hälfte von 19 fl., also 19 halbe Gulden; die Hälfte von 10 fl. ist 5 fl., und die Hälfte von 9 fl. ist $4\frac{1}{2}$ fl. oder 4 fl. 30 kr.; daher kostet 1 Elle $\frac{19}{2}$ fl. oder 9 fl. 30 kr.

II. Beispiel zu a.

Was kostet 1 Pfund, wenn 2 Pfund 5 fl. 37 kr. kosten?

Auflösung:

Weil 2 Pfund 5 fl 37 kr. kosten, so kostet 1 Pfd. die Hälfte von 5 fl. und die Hälfte von 37 kr.; man muß nämlich hier von den Kreutzern, wie von den Gulden, die Hälfte nehmen.

Das Halbe von 5 fl. ist $2\frac{1}{2}$ fl. oder 2 fl. 30 kr., und die Hälfte von 37 kr. oder von 36 und 1 kr. ist $18\frac{1}{2}$ kr.; bringt man nun diese beiden Hälften in eine Summe, so findet man, daß 1 Pfund 2 fl. $48\frac{1}{2}$ kr. oder 2 fl. 48 kr. 2 pf. kostet.

I. Beispiel zu b.

Was kostet 1 Elle, wenn 3 Ellen 17 fl. kosten?

Auflösung:

Da 3 Ellen 17 fl kosten, so kostet jede Elle den dritten Theil von 17 fl. Der dritte Theil von 1 fl. ist 20 kr. oder 1 Zwanziger, von 17 fl. also 17 Zwanziger. Weil 3 Zwanziger 1 fl. geben, so dividire man 17 mit 3; der Quotient 5 gibt 5 fl., und der Rest 2 gibt 2 Zwanziger oder 40 kr. zur Antwort; daher kostet 1 Elle 5 fl. 40 kr.

Nach dem Regel Detri-Ansatze wird die Auflösung auf folgende Weise anschaulich gemacht:

Ellen	fl.		Elle
3	17		1
	: 3	5 fl. 40 kr.	
	15		
Rest	2		

II. Beispiel zu b.

Wenn 3 Zentner einer gewissen Waare 40 fl. 48 kr. kosten, was kostet 1 Zentner?

Auflösung:

Weil 3 Zentner 40 fl. 48 kr. kosten, so kostet 1 Zentner das Drittel von 40 fl. und das Drittel von 48 kr. Das Drittel von 40 fl. oder $\frac{40}{3}$ fl. ist $13\frac{1}{3}$ fl., also 13 fl. 20 kr., und das Drittel von 48 kr. oder $\frac{48}{3}$ kr. ist 16 kr.; zählt man diese beiden Drittel, nämlich 13 fl. 20 kr. und 16 kr. zusammen, so erhält man zur Antwort, daß 1 Zentner 13 fl. 36 kr. kostet.

Anmerkung: Aus dem jedesmal angeführten II. Beispiele ist ersichtlich, daß man, wie von den Gulden, eben so von den Kreutzern ꝛc. und überhaupt von allen Einheiten, welche den Werth von drei Stücken angeben, das

Drittel zur Bestimmung des Werthes für ein Stück nehmen muß.

Das Nämliche ist zu beobachten, wenn von vier Stücken, fünf Stücken 2c. auf ein Stück geschlossen wird, und Einheiten verschiedener Ordnung vorkommen.

§. 133.

2) Bestimmung des Werthes für ein Stück, wenn derselbe für vier oder fünf Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden vier Stücke kosten, eben so viele Fünfzehner oder Viertelgulden kostet ein Stück.

b) So viele Gulden fünf Stücke kosten, eben so viele Zwölfer oder Fünftelgulden kostet ein Stück.

I. Beispiel zu a.

Vier Personen erhalten mit einander 9 fl., was erhält eine Person?

Auflösung:

Weil vier Personen mit einander 9 fl. empfangen, so erhält eine Person das Viertel von 9 fl. oder 9/4 fl. Das Viertel von 1 fl. ist 15 kr. oder 1 Fünfzehner, von 9 fl. also 9 Fünfzehner. Theilet man, da 4 Fünfzehner 1 Gulden geben, 9 mit 4, so erhält man 2 fl. und 1 Fünfzehner, oder 2 fl. 15 kr.; daher trifft es auf eine Person 2 fl. 15 kr.

II. Beispiel zu a.

Was kostet 1 Metzen, wenn 4 Metzen 19 fl. 45 kr. kosten?

Auflösung:

Hier kostet 1 Metzen den 4ten Theil oder das Viertel von 19 fl., und das Viertel von 45 kr. (§. 132. Anmerk.).

Das Viertel von 1 fl. ist 1 Fünfzehner, von 19 fl. also 19 Fünfzehner oder 4 fl. 45 kr.; der 4te Theil von 44 kr. ist 11 kr. (I. §. 147.), und der 4te Theil von dem noch übrigen Kreutzer ist 1 Pfenning.

Bringt man nun die 4 fl. 45 kr., dann die 11 kr. und 1 pf. in eine Summe, so findet man, daß 1 Metzen 4 fl. 56 kr. 1 pf. kostet.

I. Beispiel zu b.

Wie hoch kommt 1 Stück, wenn 5 Stücke 27 fl. kosten?

Auflösung:

Hier kostet jedes Stück den 5ten Theil oder ein Fünftel von 27 fl. Das Fünftel von 1 fl. ist 12 kr. oder 1 Zwölfer, von 27 fl. also 27 Zwölfer.

Weil 5 Zwölfer 1 fl. geben, so dividirt man 27 mit 5; man erhält zum Quotienten 5 fl., und zum Reste 2 Zwölfer oder 24 kr.

Daher kostet 1 Stück 5 fl. 24 kr.

II. Beispiel zu b.

Wenn 5 Ellen 27 fl. 55 kr. kosten, was kostet 1 Elle?

Auflösung:

Hier muß man von den 27 fl. und von den 55 kr. den 5ten Theil nehmen. Das Fünftel von 27 fl. oder $^{27}/_{5}$ fl. ist nach der Auflösung des vorigen Beispieles 5 fl. 24 kr., und das Fünftel von 55 kr. ist 11 kr.

Bringt man die zwei Fünftel, nämlich 5 fl. 24 kr. und 11 kr., in eine Summe, so erhält man zur Antwort, daß 1 Elle 5 fl. 35 kr. kostet.

§. 134.

3) Bestimmung des Werthes für ein Stück, wenn derselbe für sechs oder acht Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden sechs Stücke kosten, eben so viele Zehner oder Sechstelgulden kostet ein Stück.

b) So viele Gulden acht Stücke kosten, eben so viele Schillinge oder Achtelgulden kostet ein Stück.

I. Beispiel zu a.

Wenn 6 Stücke 21 fl. kosten, was kostet 1 Stück?

Auflösung:

Hier kosten 6 Stücke den 6ten Theil oder ein Sechstel von 21 fl. Der 6te Theil von 1 fl. ist 10 kr. oder 1 Zehner; denn 6 Zehner oder 6 mal 10 kr. sind 60 kr. oder 1 fl.

Da nun der 6te Theil von 1 Gulden 1 Zehner ist, so ist der 6te Theil von 21 Gulden 21 Zehner. Dividirt man 21 mit 6, so erhält man, weil 6 Zehner 1 Gulden geben, 3 fl. und 3 Zehner, oder 3 fl. 30 kr. Daher kostet 1 Stück 3 fl. 30 kr.

II. Beispiel zu a.

Wenn 6 Stücke 17 fl. 54 kr. kosten, was kostet 1 Stück?

Auflösung:

Da 6 Stücke 17 fl. 54 kr. kosten, so kostet 1 Stück den 6ten Theil von 17 fl., und den 6ten Theil von 54 kr.

Das Sechstel von 17 fl. ist dem vorhin Gesagten gemäß 17 Zehner, also 2 fl. 50 kr., und das Sechstel von 54 kr. ist 9 kr.

Zählt man beide Sechstel zusammen, so findet man, daß 1 Stück 2 fl. 59 kr. kostet.

I. Beispiel zu b.

Wenn 8 Ellen 50 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

Auflösung:

Da 8 Ellen auf 50 fl. kommen, so kostet jede Elle den 8ten Theil von 50 fl., mithin $^{50}/_{8}$ fl. Der 8te Theil von 1 fl. ist 1 Schilling oder $7\frac{1}{2}$ kr., von 50 fl. also 50 Schillinge.

Weil 8 Schillinge 1 fl. geben, so theilt man 50 mit 8; der Quotient gibt 6 Gulden, und der Rest 2 Schillinge, oder 15 kr., denn

2 mal 7 kr. sind	14 kr.
und 2 halbe Kreutzer	1 »
zusammen	15 kr.

Daher kostet 1 Elle 6 fl. 15 kr.

II. Beispiel zu b.

Wenn man für 8 Zentner 13 fl. 56 kr. Fuhrlohn fordert, wie viel muß man für 1 Zentner bezahlen?

Auflösung:

Da man für 8 Zentner 13 fl. 56 kr. bezahlt, so trifft auf 1 Zentner der 8te Theil von 13 fl. 56 kr. Der 8te Theil von 1 fl. ist 7½ kr. oder 1 Schilling, von 13 fl. also 13 Schillinge oder 1 fl. 37½ kr., und der 8te Theil von 56 kr. ist 7 kr. Bringt man nun 1 fl. 37½ kr. und 7 kr. in eine Summe, so findet man, daß 1 Zentner 1 fl. 44½ kr. kostet.

§. 135.

4) Bestimmung des Werthes für 1 Stück, wenn derselbe für 10 oder 12 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 10 Stücke kosten; eben so viele Sechser oder Zehntelgulden kostet 1 Stück.

b) So viele Gulden 12 Stücke kosten; eben so viele Fünfer, oder so vielmal 5 kr. kostet 1 Stück.

I. Beispiel zu a.

Wie viel trifft auf einen Tag, wenn man für 10 Tage 19 fl. erhält?

Auflösung:

Erhielte man für 10 Tage 1 fl., so träfe es auf 1 Tag den 10ten Theil des Guldens oder $^1/_{10}$ fl., somit 1 Sechser, da der Gulden 10 Sechser hat.

Nun erhält man aber für 10 Tage 19 fl., also trifft es auf 1 Tag $^{19}/_{10}$ fl., oder 19 Sechser.

10 Sechser geben 1 Gulden (I. §. 88. C.), und die übrigen 9 Sechser betragen 54 kr.; deßhalb trifft es auf 1 Tag 1 fl. 54 kr.

II. Beispiel zu a.

Wenn 10 Stücke 13 fl. 55 kr. kosten, was kostet 1 Stück?

Auflösung:

Nach der hier gesetzten Bedingung kostet 1 Stück den 10ten Theil von 13 fl., und den 10ten Theil von 55 kr.

Der 10te Theil von 13 fl. ist 13 Sechser, oder 1 fl. 18 kr., und der 10te Theil von 55 kr. ist 5 kr., und $\frac{5}{10}$ oder $\frac{1}{2}$ kr.

Bringt man nun 1 fl. 18 kr. und $5\frac{1}{2}$ kr. in eine Summe, so findet man, daß 1 Stück 1 fl. $23\frac{1}{2}$ kr., oder 1 fl. 23 kr. 2 pf. kostet.

I. Beispiel zu b.

Wenn 2 Dutzend Strümpfe 35 fl. kosten, was kostet das Paar?

Auflösung:

Da 2 Dutzend oder 12 Paare 35 fl. kosten, so kostet jedes Paar den 12ten Theil von 35 fl. Der 12te Theil von 1 fl. ist 1 Fünfer oder 5 kr., von 35 fl. also 35 Fünfer.

Weil nun 12 Fünfer 1 fl. machen, so theilt man 35 mit 12; der Quotient 2 gibt 2 fl., und der Rest 11 gibt 11 Fünfer oder 55 kr. zur Antwort. Daher kostet ein Paar 2 fl. 55 kr.

II. Beispiel zu b.

Wenn man in 12 Tagen 17 fl. 25 kr. zu verzehren hat, was trifft auf 1 Tag?

Auflösung:

Weil man in 12 Tagen 17 fl. 25 kr. zu verzehren hat, so trifft auf 1 Tag der 12te Theil von 17 fl., und der 12te Theil von 25 kr.

Der 12te Theil von 17 fl. ist 17 Fünfer, oder 1 fl. 25 kr. und der 12te Theil von 25 kr. ist $2\frac{1}{12}$ kr., weil 12 in 25 zweimal geht, und 1 kr. bleibt,

der auch noch in 12 Theile getheilt werden soll, und deßhalb $^1/_{12}$ kr. gibt.

Bringt man nun 1 fl. 25 kr. und $2^1/_{12}$ kr. in eine Summe, so erhält man zur Antwort, daß auf 1 Tag 1 fl. $27^1/_{12}$ kr. treffen.

Anmerkung: Der Kreutzerbruch $\frac{1}{12}$ wird auf dem Papier oder an der Tafel schon noch angeschrieben; muß aber bei der Bezahlung weggelassen werden, weil der Häller die kleinste Münze ist, und dieser als $\frac{1}{8}$ kr. mehr beträgt, als der Bruch $\frac{1}{12}$ kr. (§. 5. Zus. II. b.)

§. 136.

5) Bestimmung des Werthes für 1 Stück, wenn derselbe für 15 oder 16 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 15 Stücke kosten; eben so viele Batzen kostet 1 Stück.

b) So viele Gulden 16 Stücke kosten; eben so vielmal 3 kr., und so vielmal 3 pf. kostet 1 Stück.

I. Beispiel zu a.

Wenn 15 Stücke 29 fl. kosten, was kostet 1 Stück?

Auflösung:

Da 15 Stück 29 fl. kosten, so kostet 1 Stück den 15ten Theil von 29 fl. Der 15te Theil von 1 fl. ist 1 Batzen (I. §. 88. C.), von 29 fl. also 29 Batzen.

15 Batzen geben 1 fl.; man theilt also 29 mit 15; der Quotient gibt 1 fl., und der Rest gibt 14 Batzen oder 56 kr. Daher kostet 1 Stück 1 fl. 56 kr.

II. Beispiel zu a.

Wenn 15 Häute 37 fl. 30 kr. kosten, was kostet 1 Haut?

Auflösung:

Weil hier die 15 Stücke nebst 37 fl. auch auf 30 kr. kommen, so muß man sowohl von 37 fl. als auch von 30 kr. den 15ten Theil nehmen, um den Werth für 1 Haut zu bestimmen.

Der 15te Theil von 1 fl. ist 1 Batzen, von 37 fl. also 37 Batzen, mithin, da 15 Batzen 1 fl. geben, 2 fl. 7 Batzen oder 2 fl. 28 kr., und der 15te Theil von 30 kr. ist 2 kr.

Zählt man nun die 2 fl. 28 kr. und die 2 kr. zusammen, so kommen 2 fl. 30 kr. zum Vorscheine. Daher kostet 1 Haut 2 fl. 30 kr.

I. Beispiel zu b.

Wie theuer ist die Elle Pers, wenn 16 Ellen 21 fl. kosten?

Auflösung:

Jede Elle kostet hier den 16ten Theil von 21 fl. Der 16te Theil von 1 fl. ist 3 kr. 3 pf. oder 1 Fünfzehnpfenningstück, von 21 fl. also 21 Fünfzehnpfenningstücke.

Da 16 Fünfzehnpfenningstücke 1 fl. geben, so theilt man 21 mit 16; der Quotient 1 gibt 1 fl., und der Rest 5 gibt 5mal 3 kr. und 5mal 3 pf.

5mal 3 kr. sind 15 kr., und 5mal 3 pf. sind 15 pf., oder 3 kr. 3 pf. Bringt man nun 1 fl., dann 15 kr. und 3 kr. 3 pf. in eine Summe, so kommen 1 fl. 18 kr. 3 pf. als Antwort heraus.

II. Beispiel zu b.

Ein Kornhändler gewann bei 16 Schäffeln 33 fl. 48 kr., wie viel hatte er bei jedem Schäffel am Beßten?

Auflösung:

Weil man bei 16 Schäffeln 33 fl. 48 kr. gewinnt, so gewinnt man an jedem Schäffel den 16ten Theil von 33 fl. und den 16ten Theil von 48 kr.

Der 16te Theil von 33 fl. ist 33 Fünfzehnpfenningstücke oder 2 fl. 3 kr. 3 pf., weil 16 in 33 zweimal enthalten, und somit der Quotient 2 fl. ist, während der Rest 1 Fünfzehnpfenningstück oder 3 kr. 3 pf. beträgt.

Der 16te Theil von 48 kr. aber ist 3 kr.; denn 16mal 3 kr. sind 48 kr. Bringt man nun die 2 fl. 3 kr. 3 pf. und die 3 kr. in eine Summe, so kommen 2 fl. 6 kr. 3 pf. als Antwort zum Vorscheine.

§. 137.

§. 137.

6) Bestimmung des Werthes für 1 Stück, wenn derselbe für 20 oder 24 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 20 Stücke gelten; eben so viele Groschen kostet 1 Stück.

b) So viele Gulden 24 Stücke kosten; eben so viele Landmünzen kostet 1 Stück.

I. Beispiel zu a.

Was kostet 1 Loth, wenn 20 Loth 7 fl. gelten?

Auflösung:

Weil 20 Loth 3 fl. gelten, so kostet jedes Loth den 20sten Theil von 3 fl. Der 20ste Theil von 1 fl. ist 3 kr. oder 1 Groschen, von 7 fl. also 7 Groschen oder 21 kr.; deßhalb kostet 1 Loth 21 kr.

II. Beispiel zu a.

Wie hoch kommt 1 Elle Leinwand, wenn 20 Ellen 12 fl. 20 kr. kosten?

Auflösung:

Eine Elle kostet hier den 20sten Theil von 12 fl. 20 kr. Der 20ste Theil von 1 fl. ist 1 Groschen (I. §. 88. C.), von 12 fl. also 12 Groschen oder 36 kr., und der 20ste Theil von 20 kr. ist 1 kr.; weßhalb 1 Elle 36 und 1 kr., oder 37 kr. kostet.

I. Beispiel zu b.

Wie theuer ist die Elle, wenn 24 Ellen 28 fl. kosten?

Auflösung:

Da 24 Ellen 28 fl. kosten, so kostet jede Elle den 24sten Theil von 28 fl. Der 24ste Theil von 1 fl. ist 2½ kr. oder eine Landmünze, von 28 fl. also 28 Landmünzen.

Weil 24 Landmünzen 1 fl. geben (I. §. 88. C.

Anm. 1.), so theilt man die 28 fl., die nun als Landmünzen zu betrachten sind, mit 24; der Quotient gibt 1 fl., und der Rest gibt 4 Landmünzen, oder 4 mal $2\frac{1}{2}$ kr., also 8 kr. und 4 halbe Kreutzer, oder zusammen 10 kr. Daher kostet 1 Elle 1 fl. 10 kr.

II. Beispiel zu b.

Was kostet 1 Stück, wenn 24 Stücke 26 fl. 54 kr. kosten?

Auflösung:

Jedes Stück kostet hier den 24sten Theil von 26 fl., und von 54 kr. Der 24te Theil von 1 fl. ist 1 Landmünze, von 26 fl. also 26 Landmünzen, oder, weil 24 Landmünzen 1 fl. geben, 1 fl. 5 kr., und der 24ste Theil von 54 kr. ist $2\frac{6}{24}$ kr. oder 2 kr. 1 pf., da man den Bruch $\frac{6}{24}$ mit 6 verkleinern kann (§. 13.) und dadurch $\frac{1}{4}$ kr. oder 1 pf. herauskommt.

Bringt man endlich 1 fl. 5 kr. und $2\frac{1}{4}$ kr. in eine Summe, so erhält man zur Antwort 1 fl. $7\frac{1}{4}$ kr. oder 1 fl. 7 kr. 1 pf.

§. 138.

7) Bestimmung des Werthes für 1 Stück, wenn derselbe für 30 oder 40 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 30 Stücke kosten; eben so viele halbe Batzen kostet 1 Stück; oder:

So viele Gulden man in einem Monate bezieht; eben so viele halbe Batzen erhält man des Tages.

b) So viele Gulden 40 Stücke kosten; so vielmal 6 Pfenninge kostet 1 Stück.

Beispiel zu a.

Was trifft auf 1 Tag, wenn man monatlich 50 fl. bezieht?

Auflösung:

Da man in einem Monate oder in 30 Tagen 50 fl. bezieht, so trifft auf jeden Tag der 30ste Theil von 50 fl. Der 30ste Theil von 1 fl. ist 2 kr. oder 1 halber Batzen, von 50 fl. also 50 halbe Batzen.

Man theilt, weil 30 halbe Batzen 1 fl. geben, die 50 halbe Batzen mit 30; der Quotient 1 gibt 1 fl., und der Rest 20 gibt 20 halbe Batzen oder 40 kr., daher erhält man für 1 Tag 1 fl. 40 kr.

Dagegen könnte man auch die 50 halbe Batzen auf die im §. 124. angeführte Weise in Gulden verwandeln.

Beispiel zu b.

Was kostet 1 Loth Gewürz, wenn 1¼ Pfund 36 fl. kostet?

Auflösung:

Ein Pfund hat 32 Loth, und ¼ Pfund das Viertel von 32 Loth, also 8 Loth; deßwegen sage man 40 Loth anstatt 1¼ Pfund (I. §. 85. A.).

Weil nach der Bedingung 40 Loth 36 fl. kosten, so kostet 1 Loth den 40sten Theil von 36 fl. Der 40ste Theil von 1 fl. ist 6 Pfenning oder 1½ kr., von 36 fl. also 36 ganze und 36 halbe Kreutzer. Die 36 ganze Kreutzer, und 36 halbe, oder 18 ganze Kreutzer geben zusammen 54 kr.; daher kostet 1 Loth 54 kr.

Dagegen kann man auch, weil der Groschen 3 kr. oder 12 Pfenning hat, die 6 Pfenning als halbe Groschen betrachten. Der 40ste Theil von 36 fl. ist 36 halbe Groschen, somit 18 ganze Groschen, und 18 Groschen, mit 3 multiplizirt, geben wieder 54 kr. zur Antwort.

§. 139.

8) Bestimmung des Werthes für 1 Stück, wenn derselbe für 48 oder 60 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 48 Stücke kosten, eben so vielmal 5 Pfenninge kostet 1 Stück.

b) So viele Gulden 1 Eimer, 1 Schober, 1 Schock oder überhaupt 60 Stücke kosten; eben so viele Kreutzer kostet 1 Maaß, 1 Schaub, oder überhaupt 1 Stück.

Beispiel zu a.

Was kostet 1 Elle, wenn 48 Ellen 43 fl. kosten?

Auflösung:

Jede dieser 48 Ellen kostet den 48sten Theil von 43 fl. Der 48ste Theil von 1 fl. ist 5 pf. oder 1 kr. 1 pf., von 43 fl. also 43 kr. und 43 pf. Die 43 pf. geben, wenn sie durch 4 getheilt werden, 10 kr. 3 pf., und machen mit den 43 kr., zu welchen sie gezählt werden, 53 kr. 3 pf.

Beispiel zu b.

Wenn 1 Eimer Wein 48 fl. kostet, was kostet die Maaß?

Auflösung:

Weil der Eimer 60 Maaß hat (I. §. 82.), und 60 Maaß 48 fl. kosten, so kostet 1 Maaß den 60sten Theil von 48 fl. Der 60ste Theil von 1 fl. ist 1 kr., von 48 fl. also 48 kr.; daher kostet 1 Maaß 48 kr.

§. 140.

9) Bestimmung des Werthes für 1 Stück, wenn derselbe für 80 oder 96 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 80 Stücke kosten; eben so vielmal 3 Pfenning kostet 1 Stück.

b) So viele Gulden 96 Stücke kosten; eben so vielmal 5 Häller kostet 1 Stück.

Beispiel zu a.

Jemand hat für 1 Eimer und 20 Maaß Bier 7 fl. bezahlt; wie theuer war die Maaß?

Auflösung:

Ein Eimer und 20 Maaß geben zusammen 80 Maaß (I. §. 82. Nro. 4.); deßhalb kostet jede Maaß den 80sten Theil von 7 fl. Der 80ste Theil von 240 Pf., oder von 1 fl. ist 3 Pf., von 7 fl. also 7mal 3 Pf. oder 21 Pf., und 21 Pf. sind 5 kr. 1 pf., indem 80mal 3 Pf. 240 Pf. oder 1 fl., und 4 Pf. 1 kr. geben (I. §. 88. C.).

Beispiel zu b.

Wie theuer wäre das Loth, wenn 3 Pfund um 7 fl. verkauft würden?

Auflösung:

Weil 1 Pfund 32 Loth hat, und deßhalb 3 Pf. 3mal 32 Lth. oder 96 Lth. geben, so kostet hier jedes Lth. den 96sten Theil von 7 fl. Der 96ste Theil von 1 fl. oder 480 Häll. ist 5 Häll., von 7 fl. also 7mal 5 Häll., oder 35 Häll. Da endlich 8 Häll. 1 kr., und also 32 Häll. 4 kr. geben, so geben 35 Häll. 4 kr. 3 hlr.; weßhalb ein Loth 4 kr. 3 hlr. kosten würde.

§. 141.

10) Bestimmung des Werthes für 1 Stück, wenn derselbe für 120 oder 160 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 120 Stücke kosten; eben so viele halbe Kreutzer oder Zweierlinge kostet 1 Stück.

b) So viele Gulden 160 Stücke kosten; eben so vielmal 3 Häller kostet 1 Stück.

Beispiel zu a.

Was kostet 1 Elle Band, wenn 120 Ellen 17 fl. kosten?

Auflösung:

Da 120 Ellen 17 fl. kosten, so kostet jede Elle den 120sten Theil von 17 fl. Der 120ste Theil von 1 fl. ist 2 pf. oder 1 Zweier, von 17 fl. also 17 Zweier; halbirt man diese, so erhält man 8 kr. 2 pf. zur Antwort, weßhalb 1 Elle 8 kr. 2 pf. kostet.

Beispiel zu b.

Was kostet 1 Korkstöpsel, wenn 160 Stücke 2 fl. kosten?

Auflösung:

Weil 160 Stücke 2 fl. kosten, so kostet 1 Stück den 160sten Theil von 2 fl. Der 160ste Theil von 1 fl. oder 480 Hällern ist 3 hlr., von 2 fl. also 2mal 3 hlr. oder 3 pf. Daher kostet 1 Stück 3 pf.

§. 142.

11) Bestimmung des Werthes für ein Stück, wenn derselbe für 240 oder 480 Stücke bekannt ist.

a) So viele Gulden 240 Stücke kosten, eben so viele Pfenninge kostet 1 Stück.

b) So viele Gulden 480 Stücke kosten, eben so viele Häller kostet 1 Stück.

Beispiel zu a.

Was kostet das Pfund Salz, wenn 2 Zentner und 40 Pfund 12 fl. gelten?

Auflösung:

Jedes Pfund kostet den 240sten Theil von 12 fl. Der 240ste Theil von 1 fl. ist 1 pf. (I. §. 88. C.), von 12 fl. also 12 pf., oder 3 kr. Daher kostet 1 Pfund 3 kr.

Beispiel zu b.

Wie hoch kommt 1 Elle, wenn 480 Ellen 18 fl. kosten?

Auflösung:

Da 480 Ellen auf 18 fl. kommen, so kostet 1 Elle den 480sten Theil von 18 fl. Der 480ste Theil von 1 fl. ist 1 Häller, von 18 fl. also 18 hlr., oder 2 kr. 1 pf., weil 8 Häller 1 kr. geben. Deßhalb kostet 1 Elle 2 kr. 1 pf.

III. Abschnitt.

Die Bestimmung des Werthes für zwei, drei, vier fünf ꝛc. Stücke, wenn derselbe für mehrere Stücke bekannt ist, wie auch die Wochenlohn-, Getreid-, Besoldungs-, und Papier-Rechnung, sammt der Berechnung jener Dinge, welche nach dem Gewichte verkauft werden.

I.

Die Bestimmung des Werthes für mehrere Dinge aus dem bekannten Werthe mehrerer Dinge.

§. 143.

Bestimmung des Werthes für zwei, drei, vier ꝛc. Stücke.

Soll man aus dem Betrage mehrerer Stücke auf den Werth von zwei, drei, vier ꝛc. Stücken schließen, so bestimme man nach den bisher gegebenen Vorschriften den Werth für ein Stück, und daraus den verlangten Werth für mehrere Stücke.

Um diese Aufgaben auf eine einfachere Weise aufzulösen, kann man auch das bekannte Frageglied, und die Zahl, welche den Werth für eine bestimmte Anzahl von Dingen angibt, mit einander multipliziren, und das Produkt mit dem noch übrigen Bedingungsgliede dividiren (§. 74.)

I. Beispiel:

Wenn 2 Ellen 9 fl. kosten, was kosten 6 Ellen?

I. Auflösung:

Wenn 2 Ellen 9 fl. kosten, so kostet nach der im §. 132. bei a. aufgestellten Regel 1 Elle 9 halbe Gulden, oder 4 fl. 30 kr.

Da nun 1 Elle 9 halbe Gulden kostet, so kosten 6 Ellen 6 mal 9 halbe Gulden, oder 54 halbe Gulden, welche 27 ganze Gulden geben; daher kosten 6 Ellen 27 fl.

II. Auflösung:

Man multiplizire 6 mit 9, man erhält zum Produkte 54, welches, mit 2 dividirt, zum Quotienten 27 gibt; weßhalb 1 Elle 27 fl. gilt.

Nach dem Regel-Detri-Ansatze kann die Auflösung schriftlich auf folgende Weise dargestellt werden:

Ellen	fl.	Ellen
2	9	6
	6 mal	
	54	
	: 2	27 fl.
	54	
	—	

Oder in der Gestalt der Proportion:

2 Ell. : 6 Ell. = 9 fl. : x fl.,
daher $2 : 6 = 9 : x$,
und $x = \frac{6 \times 9}{2} = {}^{54}/_{2} = 27$.

Es kosten also 6 Ellen 27 fl.

II. Beispiel:

Wenn 7 Pfund 11 kr. kosten, was kosten 9 Pfund?

Auflösung:

Weil 7 Pfund 11 kr. kosten, so kostet 1 Pfund $^{11}/_{7}$ kr.; kostet aber 1 Pfund $^{11}/_{7}$ kr., so kosten 9 Pfund 9 mal $^{11}/_{7}$ kr., also $^{99}/_{7}$ kr., oder $14\,^{1}/_{7}$ kr.; ferner 1 kr. hat 8 Häller, $^{1}/_{7}$ kr. also $^{8}/_{7}$ Häller oder $1\,^{1}/_{7}$ Häller.

Daher kosten 9 Pfund 14 kr. $1\,^{1}/_{2}$ Häller.

II.

Wochenlohnrechnung.

§. 144.

Bestimmung des Lohnes für eine ganze Woche, wenn derselbe für einen Tag bekannt ist, und umgekehrt.

Wird die Woche zu 6 Tagen gerechnet, so hat man

a) Am Schlusse der Woche so viele Sechser, als viele Kreutzer man des Tages hat; ferner

b) Hat man so viele Zehner des Tages, als viele Gulden Wochenlohn man hat.

Beispiel zu a.

Wenn ein Maurer 54 kr. Taglohn hat, wie groß ist sein Wochenlohn?

Auflösung:

Nimmt man täglich 1 kr. ein, so macht es in 6 Tagen oder in einer Woche 6 kr. oder 1 Sechser; nimmt man nun täglich 54 kr. ein, so macht es am Ende der Woche 54 Sechser, oder 5 fl. 24 kr. (§. 114. a.).

Beispiel zu b.

Jemand verdient sich in einer Woche 7 fl., wie groß war der Taglohn dieser Person?

Auflösung:

Hätte man in 6 Tagen, oder in einer Arbeitswoche 1 fl. eingenommen, so wäre der Taglohn 1 Zehner gewesen, weil der Gulden 6 Zehner hat; nun erhält man aber in einer Woche 7 fl., deßhalb ist der Taglohn 7 Zehner, oder 1 fl. 10 kr. (§. 116. a.).

III.

Getreidrechnung.

§. 145.

Bestimmung des Werthes des Metzens aus dem Preise des Schäffels, und umgekehrt.

a) So viele Gulden das Schäffel kostet, so viele Zehner oder Sechstelgulden kostet der Metzen; und

b) So viele Kreutzer der Metzen kostet, eben so viele Sechser kostet das Schäffel.

Beispiel zu a.

Wie hoch kommt der Metzen, wenn das Schäffel 38 fl. kostet?

Auflösung:

Das Schäffel kostet 38 Zehner, oder 6 fl. 20 kr., da 6 Zehner 1 fl. geben (§. 116. a.).

Beispiel zu b.

Wenn 1 Metzen 4 fl. 30 kr. kostet, was kostet das Schäffel?

Auflösung:

Die 4 fl. 30 kr. geben 270 kr.; deßhalb kostet das Schäffel 270 Sechser oder 27 fl., da 10 Sechser 1 fl. geben (§. 114. a.).

§. 146.

Bestimmung des Werthes des halben Metzens aus dem Preise des Schäffels, und umgekehrt.

a) So viele Gulden das Schäffel kostet, eben so viele Fünfer (Fünfkreutzerstücke oder Zwölftelgulden) kostet der halbe Metzen; und

b) So viele Kreutzer der halbe Metzen kostet, eben so viele Zwölfer kostet das Schäffel.

Beispiel zu a.

Wenn das Schäffel 31 fl. 42 kr. kostet, was kostet der halbe Metzen?

Auflösung:

Die 31 fl. erscheinen als 31 Fünfer, und diese geben 2 fl. 35 kr. (§. 129. a.); dann theilt man 42 mit 12, und zählt den Quotienten 3 zu den 35 Kreutzern; endlich verwandelt man die bei der Division gebliebenen 6 kr. in Häller, und theilt die dadurch erhaltenen 48 Häller mit 12, der Quotient gibt 4 hlr.

Daher kostet der halbe Metzen 2 fl. 38 kr. 4 hlr.

Beispiel zu b.

Was kostet das Schäffel Roggen, wenn der halbe Metzen 2 fl. 49 kr. kostet?

Auflösung:

Wenn der halbe Metzen 2 fl. oder 120 kr. kostet, so kostet das Schäffel 120 Zwölfer, oder, weil 5 Zwölfer 1 fl. geben (I. §. 88. C.), 24 fl.; kostet ferner der halbe Metzen 49 kr., so kostet das Schäffel 49 Zwölfer, oder 9 fl. 48 kr. Zählt man diese 9 fl. 48 kr. zu den vorigen 24 fl., so erhält man 33 fl. 48 kr. als den gesuchten Werth für ein Schäffel.

§. 147.

Bestimmung des Werthes des Mäßleins oder Sechszehntelmetzens aus dem Preise des Schäffels, und umgekehrt.

a) So viele Gulden das Schäffel kostet, eben so viele Zweieringe und Häller kostet das halbe Maßl, oder Mäßlein; und

b) So viele Häller das halbe Maßl, oder der Sechszehntelmetzen kostet, eben so viele Zwölfer kostet das Schäffel.

Beispiel zu a.

Wenn das Schäffel Korn 36 fl. kostet, was kostet der Sechszehntelmetzen, oder das halbe Maßl?

Auflösung:

Die 36 fl. geben 36 Zweieringe und 36 Häller; diese geben 4 kr. 4 hlr., und jene 18 kr. Daher kostet das halbe Maßl oder Mäßlein 22 kr. 4 hl.

Beispiel zu b.

Wenn 1 halbes Maßl auf 16 kr. kommt, was ist der Werth des Schäffels?

Auflösung:

Die 16 kr. geben 128 Häller, weßhalb das Schäffel 128 Zwölfer, oder 25 fl. 36 kr. kostet.

Oder die 16 kr. geben 64 pf., und diese sind nun 64 Vierundzwanziger; 64 Zwölfer geben 12 fl. 48 kr. und 12 fl. 48 kr. zweimal gerechnet geben zur Antwort 25 fl. 36 kr.

§. 148.

Bestimmung des Werthes des Dreißgers aus dem Preise des Schäffels, und umgekehrt.

a) So viele Gulden das Schäffel kostet, eben so viele Pfenninge und Häller kostet der Dreißger; und

b) So viele Häller der Dreißger kostet, eben so viele Vierundzwanziger kostet das Schäffel.

Beispiel zu a.

Wenn 1 Schäffel Gersten 24 fl. kostet, was kostet ein Dreißger oder ein Zweiunddreißger-Metzen?

Auflösung:

Würde das Schäffel 1 fl. kosten, so wäre, da das Schäffel 192 Dreißger hat (I. §. 83.), der Werth eines Dreißgers der 192ste Theil eines Guldens, mithin 5 halbe Häll. oder 1 pf. und ½ hlr. Nun kostet aber das Schäffel 24 fl., also kostet der Dreißger 24mal

1 pf. und 24 mal ½ hlr. Die 24 pf. geben 6 kr., und 24 halbe Häller geben 1 kr. 4 hlr.

Daher kostet der Dreißger 7 kr. 4 hlr.

Beispiel zu b.

Wenn der Dreißger 5 kr. gibt, welchen Werth hat das Schäffel?

Auflösung:

Würde der Dreißger 1 Häller kosten, so würde das Schäffel, weil es 192 Dreißger hat, 192 hlr. oder 24 kr. kosten; nun aber kostet der Dreißger 5 kr. oder 40 hl., also kostet das Schäffel 40 Vierundzwanziger oder 16 fl., da 5 Vierundzwanziger 2 fl. geben.

IV.

Besoldungsrechnung.

§. 149.

Bestimmung der Besoldung für sechs, vier, drei und zwei Monate aus der jährlichen Besoldung.

Weil 6 Monate die Hälfte, 4 Monate das Drittel, 3 Monate das Viertel, und 2 Monate das Sechstel von 12 Monaten oder 1 Jahre sind, so dividirt man die Jahresbesoldung mit 2, 3, 4 oder 6, je nachdem man die Besoldung für 6, 4, 3 oder 2 Monate bestimmen will.

I. Beispiel:

Wie hoch kommt man in einem halben Jahre, oder in 6 Monaten, wenn man jährlich 700 fl. Einkommen hat?

Auflösung:

Weil man in einem Jahre 700 fl. bezieht, so erhält man in einem halben Jahre die Hälfte von 700 fl., mithin 350 fl.

II. Beispiel:

Wenn man jährlich 1250 fl. Besoldung hat, wie viel trifft auf 4 Monate?

Auflösung:

Weil 4 Monate das Drittel oder der 3te Theil von 12 Monaten sind, so nimmt man von 1250 den 3ten Theil; das Drittel von 1200 fl. ist 400 fl., und das Drittel von 50 fl. ist 16²/₃; daher trifft es auf 4 Monate 416²/₃ fl., oder 416 fl. 40 kr.

III. Beispiel:

Was trifft in 3 Monaten, wenn man jährlich 647 fl. bezieht?

Auflösung:

Weil man jährlich 647 fl. bezieht, so erhält man in 3 Monaten den 4ten Theil von 647 fl.; der 4te Theil von 640, oder von 64 Zehnern ist 16 Zehner oder 160, und der 4te Theil von 7 ist 7/4 oder 1³/₄; daher erhält man in einem Vierteljahre 161³/₄ fl. oder 161 fl. 45 kr.

IV. Beispiel:

Wie viel nimmt man in 2 Monaten ein, wenn man jährlich 650 fl. hat?

Auflösung:

Weil 2 Monate der 6te Theil von 12 Monaten sind, so erhält man in 2 Monaten den 6ten Theil von 650 fl.; der 6te Theil von 600 fl. ist 100 fl., und der 6te Theil von 50 fl. ist 8²/₆ fl. oder 8 fl. 20 kr.; daher bekommt man in 2 Monaten 108 fl. 20 kr.

§. 150.

Bestimmung der monatlichen und täglichen Einnahme aus dem jährlichen Einkommen.

a) Will man von dem jährlichen Einkommen auf die monatliche Einnahme schließen, so suche

man zuerst, was in 2 Monaten trifft, und halbire dann diesen Betrag;

b) Weiß man einmal, was in 2 Monaten trifft, so weiß man auch, was man des Tages bezieht; denn so viele Gulden man in 2 Monaten bezieht, eben so viele Kreutzer bezieht man des Tages.

Beispiel:

Jemand hat eine jährliche Besoldung von 800 fl.; wie viel trifft es auf einen Monat, und wie viel auf einen Tag?

Auflösung:

a) Weil man jährlich 800 fl. bezieht, so erhält man in 2 Monaten den 6ten Theil von 800 fl., mithin $133\frac{2}{6}$ fl. oder 133 fl. 20 kr., und somit in einem Monate die Hälfte von 133 fl. 20 kr., oder 66 fl. 40 kr.;

b) Weil man in 2 Monaten $133\frac{2}{6}$ fl. oder $133\frac{1}{3}$ fl. bezieht, so erhält man in einem Tage, wenn man das Jahr zu 360 Tagen rechnet, $133\frac{1}{3}$ kr., oder, weil 120 kr. zwei Gulden geben, 2 fl. $13\frac{1}{3}$ kr., folglich 2 fl. 13 kr. $2\frac{2}{3}$ hlr.

Daher bezieht man bei dieser Besoldung in einem Monate 66 fl. 40 kr., und in einem Tage 2 fl. 13 kr. $2\frac{2}{3}$ hlr.

Anmerkung: Auf eine ähnliche Weise kann man von der täglichen Einnahme oder Ausgabe auf die jährliche Einnahme oder Ausgabe schließen; denn so viele Kreuzer man in einem Tage einnimmt, oder ausgibt, eben so vielmal 6 fl. macht es in einem Jahre, wenn man das Jahr zu 360 Tagen rechnet.

V.

Papierrechnung.

§. 151.

Bestimmung des Werthes des Buches, des Risses, und des Ballens aus dem Preise des Bogens.

a) So viele Häller ein Bogen gilt, eben so viele Groschen kostet ein Buch.

b) So viele Groschen ein Buch gilt, eben so viele Gulden kostet ein Riß.

c) So viele Gulden ein Riß gilt, eben so vielmal 10 fl. kostet 1 Ballen.

Beispiel zu a.

Wie hoch kommt ein Buch Papier, wenn der Bogen 2½ Pfenning kostet?

Auflösung:

Weil der Bogen 2½ pf. oder 5 hlr. kostet, und 24 Bogen Schreibpapier ein Buch geben (I. §. 34. A.), so kostet das Buch 5 Groschen oder 15 kr.

Beispiel zu b.

Was muß man für ein Riß Papier zahlen, wenn das Buch 16 Groschen kostet?

Auflösung:

Wenn ein Buch nur 1 Groschen kosten würde, so kämen 20 Buch oder 1 Riß auf 20 Groschen oder 1 fl.; nun kostet aber das Buch 16 Gr., daher kostet das Riß 16 fl.

Beispiel zu c.

Was ist ein Ballen Schreibpapier werth, wenn 1 Riß 11 fl. kostet?

Auflösung:

Würde 1 Riß nur 1 fl. kosten, so wäre der Betrag für einen Ballen 10 fl.; da aber das Riß 11 fl. gilt, so kostet der Ballen 11 mal 10 fl. oder 110 fl.

§. 152.

Bestimmung des Werthes eines Bogens, Risses, und Buches aus dem Preise des Ballens.

a) So viele Gulden ein Ballen gilt, eben so viele Zehntelgulden oder Sechser kostet ein Riß.

b) So viele Zehntelgulden oder Sechser ein Riß gilt, eben so viele Zehntelgroschen kostet ein Buch.

c) So

c) So viele Zehntelgroschen ein Buch gilt, eben so viele Zehntelhäller kostet ein Bogen.

Beispiel:

Wenn ein Ballen Papier 88 fl. kostet, was kostet ein Riß, ein Buch, und ein Bogen?

Auflösung:

a) Weil ein Ballen 88 fl. kostet, so gilt ein Riß 88 Zehntelgulden oder Sechser, also 8 fl. 48 kr. (§. 114. a.).

b) Weil ein Ballen 88 Sechser kostet, so kostet das Buch 88 Zehntelgroschen; diese verwandelt man in Groschen, wenn man sich das letzte Ziffer an der Einerstelle abgesondert vorstellt, das dann Zehntelgroschen ausdrückt, während die links stehenden Ziffern ganze Groschen bedeuten. Dadurch findet man, daß ein Buch $8\frac{8}{10}$ Groschen, oder $26\frac{2}{5}$ kr. kostet, da der Groschen 3 kr. hat, und $\frac{8}{10}$ Groschen $\frac{24}{10}$ kr., oder $2\frac{2}{5}$ kr. geben.

c) Der Bogen endlich kostet 88 Zehntelhäller; schneidet man in Gedanken das letzte Ziffer rechts an der Stelle der Einer weg, so findet man, daß 1 Bogen $8\frac{8}{10}$ Häller, oder 1 kr. $\frac{4}{5}$ hlr. kostet (§. 13.).

VI.

Berechnung jener Dinge, welche nach dem Gewichte verkauft werden.

§. 153.

Bestimmung des Werthes des Zentners aus dem Preise des Pfundes.

a) So viele Groschen ein Pfund gilt, so vielmal 5 fl. kostet ein Zentner.

b) So viele Sechser ein Pfund gilt, so vielmal 10 fl. kostet ein Zentner.

c) So viele einzelne Gulden ein Pfund gilt, eben so viele Hundert Gulden kostet der Zentner.

Beispiel:

Wie hoch kommt der Zentner, wenn das Pfund 9 kr. oder 3 Groschen, dann wenn es 54 kr. oder 9 Sechser, und wenn es 15 fl. kostet?

Auflösung:

1) Würde das Pfund 1 Groschen kosten, so würde der Zentner, welcher 100 Pfund hat (I. §. 85. A.), 100 Gr. oder 5 fl. kosten; nun kostet aber das Pfund 3 Gr., daher kostet der Zentn. 3mal 5 fl., also 15 fl.

2) Wenn das Pfund 1 Sechser kostet, so kostet der Zentner 100 Sechser oder 10 fl.; weßhalb der Zentner, wenn das Pfund 9 Sechser kostet, 9mal 10 fl. oder 90 fl. kostet.

3) Wenn endlich das Pfund 15 fl. kostet, so kostet der Zentner 15mal 100 fl., mithin 1500 fl.

Anmerkung: 1) Wenn man umgekehrt den Werth des Pfundes aus dem Preise des Zentners bestimmt, so kostet das Pfund so viele einzelne Gulden, als viele Hundert Gulden der Zentner kostet, und so vielmal zehen Gulden der Zentner kostet, eben so viele einzelne Sechser gilt das Pfund.

2) Will man die in diesem Hauptstücke angeführten Auflösungen an der Tafel, oder auf dem Papier mittels des Ansatzes in der Gestalt der Proportion, oder nach dem reesischen und dem Ketten-Ansatze schriftlich darstellen, so findet man hierzu im vorausgehenden II. Hauptstücke die benöthigten Regeln ausführlich dargestellt.

3) Ich führe für das Kopfrechnen in Betreff der Auflösung der Regel-Detri-Aufgaben nicht mehrere Fälle an. Wer das bisher Gesagte aufgefaßt, und sich in der Auflösung der hier vorkommenden Beispiele gehörig geübt hat, wird bei der Auflösung ähnlicher leichterer Aufgaben keine Schwierigkeit finden. Die schwereren und verwickelteren Aufgaben, namentlich die der zusammengesetzten, und der verkehrten Regel Detri, sind ohnehin mehrentheils schriftlich aufzulösen.

Anhang,

welcher die in einigen Kantonen der Schweiz üblichen Maaße, Gewichte und Münzen, und eine Sammlung mehrerer unaufgelös'ter Beispiele enthält.

I. Abtheilung,

welche die in den Schweizer Kantonen St. Gallen, Appenzell, Thurgau, Zürich und Luzern üblichen Maaße, Gewichte und Münzen enthält.

A. Kanton St. Gallen.

I. Münzen.

Dieser Kanton führt Buch und Rechnung in Gulden zu 60 Kreutzern von 4 Pfenningen oder 8 Hällern, nach dem deutschen Vierundzwanzig-Guldenfuße.

An wirklichen oder reellen Münzen wurden früherhin im Golde doppelte und einfache Dukaten zu 10 fl. und 5 fl. rc. geprägt, welche aber jetzt selten mehr vorkommen. Im Silber wurden nach dem 24 Guldenfuße sowohl von dem ehemaligen Fürstabte, als auch von der Stadt St. Gallen ausgeprägt: Ganze und halbe Thaler zu $2\frac{2}{5}$ fl. und $1\frac{1}{5}$ fl., dann halbe Gulden oder 30 kr. Stücke, und Ort oder 15 kr. Stücke, ferner 6 und 3 kr. Stücke oder Sechser und Groschen, und endlich Batzen, halbe Batzen und Kreutzer. Letztere Münzen machen noch jetzt den Hauptbestandtheil des Scheidemünzverkehrs aus, wozu noch die neuen, von dem jetzigen Kanton St. Gallen auf schweizerischem Münzfuße geprägten Scheidemünzen kommen, die aber wegen des in der östlichen Schweiz gebräuchlichen deutschen Geldkurses nicht höher als die übrigen Scheidemünzen kursiren.

Von fremden Münzsorten kursiren und gelten hier im Golde französische neue Louisd'ors zu 11 fl., doppelte Napoleonsd'ors zu 18 fl. 34 kr., die einfachen somit zu 9 fl. 17 kr., deutsche Karolins zu 11 fl., Son-

veraind'ors zu 16 fl., folglich die halben zu 8 fl., deutsche Friedrichsd'ors zu 9 fl., ganze Maxd'ors zu 7 fl. 20 kr. und halbe zu 3 fl. 40 kr., und endlich Dukaten für 5 fl. 30 kr., und Goldgulden für 3 fl. 20 kr.

Unter den Silbermünzen kursiren und gelten die ganzen französischen Laubthaler zu 2 fl. 45 kr., und die halben zu 1 fl. 22½ kr., die 5 Livres Thathaler zu 2 fl. 19 kr., die ganzen Brabanter, und die baierischen und österreichischen Kronenthaler zu 2 fl. 42 kr., und die halben zu 1 fl. 21 kr., dann die ganzen deutschen Konventions- oder Baierthaler zu 2 fl. 24 kr., und die halben zu 1 fl. 12 kr. Endlich kursiren die deutschen 24-, 12-, 6-, 3- und 1 Kreuzerstücke, so wie alle anderen deutschen und französischen Münzsorten, nach dem 24 Guldenfuße.

II. Gewichte.

Der Zentner hat 100 Pfund. Man hat aber schweres und leichtes Gewicht; vom ersteren hat das Pfund 40 Loth oder 12164 holländische Asen, und von letzterem 32 Loth oder 9678 solche Asen. Im Sarganischen wird das Pfund Krine genannt, und hält 48 Loth oder 14596⅘ holl. Asen.

III. Maaße.

1) Längenmaaß.

Der Schuh oder Fuß ist der rheinländische und enthält 139½ französische Linien.

Die Hauptstadt St. Gallen, so wie ganz Toggenburg, Wyl, Goßau, Rorschach, Rheineck und Altstädten führen zugleich dreierlei Ellenmaaße; nämlich:

a) Für Baumwollwaaren, Mouseline ꝛc. den Pariserstab;

b) Für Leinwandtücher eine große Elle, wovon dreizehen gleich acht Pariserstäben sein sollen. Eine solche Leinwandelle beträgt 324⁸⁄₃₉ franz. Linien; bei der Ausmessung mit dieser Elle wird immer die Haltung oder die Breite des Daumenfingers zugegeben, was bei dem Pariserstabe nicht geschieht;

c) Für Wollwaaren eine gemeine Elle, womit eben-

falls wieder unter Zugabe des Daumens gemessen wird. Fünfzehen von diesen Ellen sollen der Länge von 8 Parisерstäben gleich kommen. Wenn man den Stab zu $526^5/_6$ franz. Linien rechnet, so beträgt die Länge dieser Elle 281, oder eigentlich nur $280^{44}/_{45}$ franz. Linien.

Nach den auf Veranstaltung des hohen Finanzdepartements von St. Gallen kürzlich vorgenommenen Vermessungen hat sich ergeben, daß die St. Gallner große oder Leinwandelle 326 franz. Linien, und die gemeine Wollwaarenelle 271 solche Linien, somit jene 27 Zoll 2 Linien, und diese 22 Zoll 7 Linien hält, da im Duodezimalmaaße der Zoll in 12 Linien abgetheilt wird (I. §. 79.). Mit dem nämlichen französischen Fußmaaße wurden auch die übrigen, im Kanton St. Gallen gebräuchlichen Ellenmaaße gemessen. Nach diesen Vermessungen hält zu Rapperschwyl die dort übliche Züricherelle 22 Zoll 3 Lin. = 267 franz. Linien, dann zu Uznach, Schänis und Wesen die Glarner Elle 22 Zoll 9 Lin. = 273 franz. Linien, ferner in der ehemaligen Grafschaft Werdenberg die eigene Elle 24 Zoll 2 Lin. = 290 franz. Linien, und in Wallenstadt, Sargans und Ragaz die Churerelle 24 Zoll 7 Lin. = 295 franz. Linien.

Die geringen Abweichungen, die zwischen den üblichen und den Muttermaaßen Statt finden, sind wenig zu berücksichtigen, indem die angeführten Vermessungen die wirkliche Länge der in den genannten Orten jetzt gebräuchlichen Ellenmaaße angeben, die als die wirklich bestehenden einsweilen auch hier angenommen werden müssen.

2) Kubisches Maaß.

a) Getreidmaaß.

Die Eintheilung der Getreidmaaße ist im ganzen Kanton die nämliche, und besteht in Mütt von 4 Vierteln, oder 16 Mäßlein; der kubische Inhalt derselben ist aber sehr verschieden.

In Rorschach, wo der Hauptgetreidmarkt des Kantons ist, hat man für glatte und rauhe Früchte das gleiche Maaß, wovon das Viertel demjenigen von Zürich

für glatte Früchte ganz gleich ist, und deßhalb ebenfalls 1035 franz. Kubikzoll enthält.

Nach den im fünften Hefte des St. Gallenschen Kantonsblattes den 12. Febr. 1805 bemerkten Verhältnissen verschiedener im dortigen Kantone gebräuchlicher Getreidemaaße zum Rorschacher enthält das Getreidviertel von Lichtensteig im Glattmaaße in Rorschach $18\frac{3}{8}$ Mäßlein, und im rauhen Maaße in Rorschach $22\frac{5}{8}$ Mäßl., von St. Gallen in beiden Maaßen in Rorschach $15\frac{1}{16}$ Mäßl., von Sargans in beiden Maaßen allda $27\frac{1}{2}$ Mäßl., von Werdenberg in beiden Maaßen allda $23\frac{7}{8}$ Mäßl., und von Wyl im glatten Maaße 20, und im rauhen 24 Rorschacher Mäßlein. Zu Rapperschwyl enthält ein Getreidviertel im Glattmaaße beinahe $1046\frac{2}{3}$, und im rauhen Maaße gegen $1118\frac{3}{4}$ franz. Kubikzoll.

b) Getränkmaaß.

Das üblichste Getränkmaaß ist das ehemalige Abt St. Gallensche Landschaftsmaaß, dessen man sich im ganzen Rheinthale, in Rorschach, St. Gallen, Goßau und Wyl bedient.

Es besteht in Saum zu 4 Eimern, wovon einer 32 Landmaaße hat. Der Saum enthält 128 Maaße und sein kubischer Inhalt beträgt 10304 franz. Kubikzoll, da eine Maaß $80\frac{1}{2}$ solche Zoll enthält.

Eintheilung dieses Getränkmaaßes.

Saum	Eimer	Viertel	Maaß	Schoppen
1	4	16	128	512
	1	4	32	128
		1	8	32
			1	4

Bei Most oder jungem trüben Weine hat man das nämliche Maaß, nur mit dem Unterschiede, daß anstatt 32 dann 36 Maaße auf den Eimer gegeben werden, wodurch dieser um 4 Maaße vergrößert wird.

In der Stadt St. Gallen hat man noch ein besonderes Maaß, welches ausschließlich beim Ausschenken der Getränke gebraucht wird. Von diesem betra-

gen ebenfalls 36 Maaße einen Eimer, ohne daß dieser aber, wie beim trüben Maaße, vergrößert wird. Deßhalb ist das Stadtschenkmaaß geringer als das Landschaftsmaaß, und letzteres verhält sich zum ersteren wie 8 zu 9, und die Stadt St. Gallensche Schenkmaaß enthält nur 71⁵⁄₆ franz. Kubikzoll.

In Rapperschwyl gilt im Großen das Zürchermaaß, zum Ausschenken aber ist ebenfalls ein besonderes Stadtmaaß eingeführt, welches kleiner ist und auf jedem Viertel eine Maaß beträgt, so daß also 16 Maaß ein Viertel und 96 ein Zürchersaum betragen; eine Schenkmaaß hält da 86¼ franz. Kubikzoll.

In Uznach, Schänis und Wesen wird das Glarnermaaß gebraucht, wo der kubische Inhalt einer Maaß 89⁷⁄₁₀ franz. Kubikzoll beträgt. Zwei solche Maaß, derer eine 4 Schoppen hat, geben 1 Kopf, dann 7½ Kopf geben 1 Viertel, und 4 Viertel geben 1 Eimer, so daß dieser aus 4 Vierteln, oder 30 Kopf, oder 60 Maaß, oder endlich aus 240 Schoppen besteht.

B. Kanton Appenzell.

I. Münzen.

Dieser Kanton führt Buch und Rechnung, wie die übrigen Kantone der östlichen Schweiz, in Gulden zu 60 Kreutzern von 4 Angstern, nach dem deutschen Konventionsfuße die Louisd'or zu 11 fl. gerechnet.

An wirklich geprägten oder reellen Münzen (I. §. 88.) kursiren seit 1803 unter dem Appenzeller Kantonsstempel halbe Frankenstücke, Batzen und halbe Batzen, die nach dem von der hohen eidsgenossischen Tagsatzung vorgeschriebenen Korn und Schrot ausgeprägt wurden. Ehemals gab es nebst den Appenzeller-Dukaten von 1737 bis 1740 noch in Silber Neun-, Fünf- und Vierbätzner, 6 Kreutzer- oder 5 Schillingstücke, ganze und halbe Batzen, und 3 Kreutzer- und 1 Kreutzerstücke, welche aber jetzt selten mehr vorkommen.

Als fingirte Münzen können nur nebst den Schillingen die in Straffällen manchmal üblichen

Pfunde, welche mit den Gulden gleichen Werth haben, und die Schillinge betrachtet werden.

Eintheilung der sämmtlichen Appenzeller-Münzen.

Gulden oder Pfund	Batzen	Schilling	Kreutzer	Angster
1	15	50	60	240
	1	$3\frac{1}{3}$	4	16
		1	$1\frac{1}{5}$	$4\frac{4}{5}$
			1	4

II. Gewichte.

Diese sind an allen Orten des Kantons die nämlichen, und bestehen in schwerem und leichtem Gewichte; von jenem hat das Pfund 40 Loth und wiegt 12164 holländische Asen (I. §. 85.), und von diesem hat das Pfund nur 32 Loth, und wiegt 9678 solche Asen.

III. Maaße.

1) Längenmaaß.

Der Fuß oder Schuh ist hier der rheinländische, und enthält $139\frac{1}{2}$ französische Linien. Die Elle theilt sich in die Leinwandelle von $355\frac{40}{100}$ franz. Linien, und in die Wollenelle von $273\frac{10}{100}$ solche Linien. Beide Ellenmaaße sind ebenfalls im ganzen Kanton die nämlichen.

2) Kubisches Maaß.

a) Getreidmaaß.

Dieses ist auch im ganzen Kanton das nämliche, und besteht in Mütt zu 4 Vierteln. 1 Mütt enthält nach offizieller Angabe 4606 franz. Kubikzoll und deßhalb 1 Viertel dieses Maaßes $1151\frac{1}{2}$ solche Zoll.

b) Getränkmaaß.

Dieses ist auch, wie alle übrigen Maaße, im ganzen Kanton das nämliche. Dasselbe besteht in Eimern zu 32 Maaßen, von welchen eine 66 franz. Kubikzoll hält.

C. Kanton Thurgau.

I. Münzen.

Dieser Kanton führt Buch und Rechnung theils in Gulden zu 60 Kreutzern von 4 Angstern nach dem deutschen 24 Guldenfuße, und theils in Franken zu 20 Sels à 12 Deniers Schweizerwährung.

Von wirklich geprägten Münzen dieses Kantons sind bloß Batzen und halbe Batzen im Umlaufe, welche nach dem eidgenossischen Münzfuße ausgeprägt sind. Alle dort kursirenden französischen und deutschen Münzen gelten im Vierundzwanzig-Guldenfuße.

II. Gewichte.

Diese sind die nämlichen, wie im Kanton Appenzell, und bestehen, wie dort, in Pfunden nach dem schweren und leichten Gewichte.

III. Maaße.

1) Längenmaaß.

Der gewöhnliche Fuß ist der rheinländische von $139^1/_2$ franz. Linien. Die Ellen sind die nämlichen, wie im Kanton Appenzell.

2) Kubisches Maaß.

a) Getreidmaaß.

Das gewöhnliche Getreidmaaß ist das Viertel, welches in 16 Mäßlein eingetheilt wird. Dasselbe ist aber an verschiedenen Orten verschieden, und enthält in Frauenfeld beinahe $1246^1/_5$ franz. Kubikzoll, und bei rauhen Früchten $1457^1/_2$ solche Zoll, dann in Bischofszell $1091^5/_8$ franz. Zoll, und in Dießenhofen $921^3/_4$ solche Zoll.

b) Getränkmaaß.

Dieses besteht in Eimern zu 32 Maaß, und soll überall das nämliche sein; eine Maaß hält im Kubikinhalte $80^1/_2$ franz. Kubikzoll.

D. Kanton Zürich.

I. Münzen.

Dieser Kanton führt Buch und Rechnung in Gulden zu 40 Schilling (40 ßl.) von 12 Hällern, oder zu 16 Batzen von 3¾ Kreutzern, oder endlich zu 60 Kreutzern von 8 Hällern.

An wirklich geprägten Münzen gibt es im Golde doppelte, einfache, halbe und Viertelsdukaten, derer Preis durch das Münzedikt vom 15. Mai 1786 auf 4¾ fl. bestimmt wurde. Sie sind aber jetzt sehr selten, und wahrscheinlich gar nicht mehr im Umlaufe.

In Silber gibt es ganze, halbe und Viertel-Thaler zu 2 fl., 1 fl. und ½ fl., ferner 8-, 4-, 2-, 1 und ½ Batzenstücke, und endlich Schillinge zu 6 Pfenningen oder 12 Hällern.

In Kupfer gibt es Rappen oder 3 Hällerstücke und Angster oder Pfenninge, wovon 6 einen Schilling ausmachen.

An fingirten oder Rechnungs-Münzen gibt es Mark Silber zu 2 fl. 20 Schilling (2 fl. 20 ßl.) oder 5 Pfund Häller, dann Thaler Silber zu 1 fl. 32 ßl., und Pfund Häller zu 20 Schilling (20 ßl.). Endlich gibt es an solchen Münzen noch Kreutzer zu 4 Pfenning und Häller, wovon 12 auf einen Schilling gehen.

Eintheilung der sämmtlichen Züricher-Rechnungsmünzen.

Mark Silber	Thaler	Gulden	Pfund Häller	Batzen	Schilling	Kreutzer	Rappen	Angster	Häller
1	1 7/18	2½	5	40	100	150	400	600	1200
	1	1 4/5	3 3/5	28 4/5	72	108	288	432	864
		1	2	16	40	60	160	240	480
			1	8	20	30	80	120	240
				1	2½	3¾	10	15	30
					1	1⅛	4	6	12
						1	2⅔	4	8
							1	1½	3
								1	2

Nach dem erwähnten Münzedikte kursiren und gelten von fremden Münzen: Französische große Thaler zu 2 fl. 20 Schilling (2 fl. 20 ßl.), baierische und andere Konventionsthaler zu 2 fl. 8 ßl., Dukaten, 68 Stücke auf ein Mark, zu 4 fl. 30 ßl., drei Goldgulden oder Carlsd'ors mit 2 Gran Abgang zu 10 fl. 10 ßl., zwei Goldgulden oder Maxd'ors mit 1 Gran Abgang zu 6 fl. 33 ßl. 4 hlr., 1 Goldgulden oder ½ Maxd'or mit 1 Gran Abgang zu 3 fl. 16 ßl. 8 hlr., alte Louisd'ors von Ludwig XIV. und spanische Duplonen ohne Abgang zu 8 fl. 16 ßl., französische Schildlouisd'ors von 1726 bis 1784 mit 1 Gran Abgang zu 10 fl. 10 ßl., und die französischen neuen Louisd'ors zu 10 fl.

Wenn man den Kurs im Kanton Aargau nach dem Münzedikte vom 15. April 1807 in Züricher-Währung reduzirt, so gelten in Zürich die französischen 40 Frankenstücke mit dem Bilde Napoleons 16 fl. 35 ßl., und die 20 Frankenstücke 8 fl. 17 ßl. 6 hlr., ganze Souveraind'ors 14 fl. 20 ßl., und halbe 7 fl. 10 ßl., die französischen 5 Frankenstücke 2 fl. 4 ßl. 4½ hlr., die Brabanter Thaler 2 fl. 18 ßl., die Mailänder Thaler 1 fl. 36 ßl. 3 hlr., und die deutschen 6 Batzenstücke 13 ßl. 9 hlr., somit die 3 Batzenstücke 6 ßl. 10½ hlr.

II. Gewichte.

Die Gewichte sind im ganzen Kanton nicht überall gleich, und oft selbst an einem und demselben Orte nach der Verschiedenheit der Gegenstände, die damit ausgewogen werden sollen, verschieden.

In Zürich gibt es das schwere oder Krämergewicht, nach welchem der Zentner 100 Pfund, und das Pfund 36 Loth hat, und zugleich gibt es da das leichte oder so genannte Antorfer Gewicht, wovon das Pfund zwei Mark, aber nur 32 Loth hat. Nach den von Herrn Schanzenherr Feer in Zürich angestellten Versuchen wiegt das Züricher schwere Pfund, wenn man die köllnische Mark zu 4864 holländische Asen annimmt, 1098 18/25, und das leichte Pfund 9776 16/25 holländ. Asen, womit auch Vega in seinen Tabellen beinahe übereinstimmt.

In Winterthur hat man das nämliche Gewicht, wie in Zürich. Verschieden von diesem ist das Gewicht in Eglisau, wo das Pfund 40 Loth hat. Da das Eglisauer Pfund in Zürich 38 Loth 3 Quint $1\frac{1}{2}$ Pfenning wiegt, und das Züricher schwere Pfund von 36 Loth die vorhin angegebene Größe hat, so wiegt das Eglisauer Pfund $11867\frac{217}{400}$ holländ. Asen; 1152 Pfund Eglisauer Gewicht geben demnach 1243 Pfund Züricher schwer Gewicht.

III. Maaße.

1) Längenmaaß.

Der Fuß oder Werkschuh ist sowohl in Zürich, als auch in Winterthur und Eglisau der nämliche, und enthält $133\frac{6}{10}$ franz. Duodezimallinien. Die Elle aber ist verschieden, und mißt in Zürich $267\frac{2}{10}$, dann in Winterthur $269\frac{1}{8}$, und in Eglisau $267\frac{1}{2}$ franz. Linien.

2) Flächenmaaß.

Die Ruthe hat 10 Fuß. In der Geometrie wird aber der Schuh in 10 Zoll, und ein Zoll in 10 Linien abgetheilt. Bei obrigkeitlichen Vermessungen wird die Größe einer Jauchert für Reben zu 32000, dann für Wiesen eben so, ferner für Aecker zu 36000, und für Waldungen zu 40000 Quadratschuhen angenommen.

3) Kubisches Maaß.

a) Holz-, Torf- und Kohlenmaaß.

Das Klafter Holz hält 6 Fuß in der Länge, und eben so viel in der Breite. Das Klafter Torf oder Turben hält 12 Körbe oder 72 Kubikfuß. Der Holzkohlenkorb hält gestrichen 14, gehäuft aber 18 Viertel; zwei Körbe machen 1 Malter von $27\frac{1}{2}$ Züricher Kubikfuß; das Steinkohlenmaaß hält $11\frac{1}{4}$ Kubikfuß.

b) Getreidmaaß.

Man hat zu den glatten und rauhen Früchten, das ist, zum Kern, Roggen, Weizen rc. und zu den Hil-

senfrüchten besondere Maaße, die in Betreff ihres kubischen Inhaltes an den verschiedenen Orten selbst wieder verschieden sind. Nach den neueren und zuverläßigen Untersuchungen hält ein Viertel glatten Maaßes 1035, und ein Viertel des rauhen 1049½ franz. Kubikzoll.

In Winterthur hält das Viertel glatter Früchte 1219½, und das Viertel rauher oder Hilsenfrüchte 1392⅘ franz. Kubikzoll. In Eglisau hat das Viertel zu den glatten Früchten 1151⅗, zu den Hilsenfrüchten aber 1187 franz. Kubikzoll.

c) Getränkmaaß.

Die Getränkmaaße theilen sich in das lautere und in das trübe Maaß; beide sind aber, wie die Getreidmaaße, in den drei genannten Orten von verschiedenem kubischen Inhalte.

In Zürich gibt es dreierlei Maaße, nämlich die trübe Sinn, die lautere Sinn, und das Stadt- oder eigentliche Schenkmaaß. Von jedem der beiden ersten Maaße hält die Maaß 92 franz. Kubikzoll, und dieselben haben die nämliche Eintheilung, nur hält der Eimer der trüben Sinn zwei Köpfe oder 4 Maaß mehr, als im lautern Maaße, hat also da 64 Maaß, und beim lautern Maaße 60 Maaß. Die Stadt- oder Schenkmaaß, welche in der Stadt und im Stadtbanne zum Weinausschenken gebraucht wird, hält nur 78⁸⁄₁₀ franz. Kubikzoll.

In Winterthur ist das lautere und trübe Maaß ebenfalls von gleichem kubischen Inhalte; ein Maaß davon beträgt 66⅕ Kubikzoll. Von der trüben Sinn enthält der Eimer 31, und von der lauteren nur 30 Maaß.

In Eglisau hält sowohl die lautere als trübe Maaß 66 franz. Kubikzoll. Die Eimer sind ebenfalls von einander verschieden, so daß der Eimer lauteren Maaßes 30, und des trüben Maaßes 32 Maaße hält.

E. Kanton Luzern.

I. Münzen.

Dieser Kanton führt Buch und Rechnung in Gulden von 40 Schillingen oder 60 Kreutzern; die franz. neuen Louisd'ors werden da zu 12 fl. gerechnet.

An wirklich geprägten Münzen gibt es im Golde ganze Duplonen von 12 fl., und halbe von 6 fl., wie auch 20 und 10 Frankenstücke, und im Silber 5-, 1- und ½ Batzenstücke, wie auch Schillinge und Kreutzer.

An fingirten oder Rechnungsmünzen gibt es Kronen zu 2 fl., dann Gulden zu 40 Schillingen, und Pfunde zu 20 Schillingen.

Eintheilung der sämmtlichen Luzerner Rechnungsmünzen.

Kronen	Gulden	Batzen	Schilling	Kreutzer	Rappen	Angster	Häller
1	2	30	80	120	320	480	960
	1	15	40	60	160	240	480
		1	2⅔	4	10⅔	16	32
			1	1½	4	6	12
				1	2⅔	4	8
					1	1½	3
						1	2

Nach den Münzedikten vom 13. Febr. 1804 und 22. April 1805 gelten hier von fremden Münzen in Geldsorten nebst den franz. doppelten, einfachen und halben Louisd'ors auch französische 40 Frankenstücke mit dem Bilde Napoleons zu 270, und 20 Frankenstücke zu 135 Batzen, und mailändische Duplonen oder Souveraind'ors zu 230 Batzen. Die übrigen ausländischen Geldsorten werden vom Münzamte nur als Metall angenommen.

Von Silbersorten gelten hier die franz. neuen Thaler 40 Batzen, die Brabanter Thaler 39 Batzen, die baierischen oder Konventionsthaler 34 Batzen, und die Züricher Zwanzigschillingstücke 8 Batzen, hingegen aber

die Zehenschillingstücke 4 Batzen, dann die Luzerner Zehenschillingstücke 3 Batzen 3 Rappen, und die Fünfschillingstücke allda 1 Batzen 6 Rappen, drei Luzernerzehenschillingstücke 10, und drei Fünfschillingstücke allda 5 Batzen ꝛc.

Von Scheidemünzen gelten die Freiburger Batzenstücke 8 Rappen, und solche halbe Batzenstücke 4 Rappen, dann alle Kreutzer der Schweizer Kantone 2 Rappen, und die Vierer oder ⅛ Batzen und Bluzger gelten 1 Rappen.

II. Gewicht.

Das Luzerner Pfund wiegt 10391 holländische Asen.

III. Maaße.

1) Längenmaaß.

In Luzern ist der gewöhnliche rheinländische Fuß eingeführt, welcher 139½ franz. Linien mißt. Zwei Fuß machen 1 Elle aus, welche demnach 279 franz. Linien beträgt. Zum Bau- und Feldmaaß hat man einen eigenen Werkschuh, welcher 126 franz. Linien enthält.

2) Flächenmaaß.

Die große Jauchert hält 45000, die kleine aber 31250 Quadratwerkschuh.

3) Getreidmaaß.

Dieses ist zwar für die glatten und rauhen Früchte das nämliche, aber in den verschiedenen Distrikten des Kantons von verschiedenem Inhalte. Das Malter wird abgetheilt in 4 Mütt, ein Mütt in 4 Viertel, ein solches in 2 halbe Viertel, ein Halbviertel in 5 Immi, ein solches in 1⅗ Becher, und dieser in 10 Primen.

Nach den Untersuchungen des sel. Herrn Feldmessers Heß hält das Viertel in Luzern 1752, in Willisau 1352, in Hoof 1346, in Sursee 1135, und in

Münster 1132 franz. Kubikzoll; indeß hat man aber an diesen Orten im Handel und Wandel einen anderen Maaßstab angenommen, nach welchem ein Malter vom Luzerner Maaß in Hof mit 25, in Willisau mit 24, und in Sursee und Münster mit 21$^{3}/_{10}$ halben Vierteln verglichen wird.

4) Getränkmaaß.

Dieses besteht hier in Saumen von 3$^{1}/_{3}$ Ohms, oder 100 Maaß, oder 400 Schoppen, oder 4000 Primen, so daß ein Saum 3$^{1}/_{3}$ Ohm, ein Ohm 30 Maaß, eine Maaß 4 Schoppen, und 1 Schoppen 10 Primen hat. Nach den neueren Untersuchungen hält ein Saum 8712 franz. Kubikzoll, weßhalb $^{1}/_{8}$ Saum von 12$^{1}/_{2}$ Maaß allda 1089 solche Zoll beträgt.

Anmerkung: 1) Die vorstehenden Notizen über die in den fünf genannten Kantonen üblichen Maaße, Gewichte und Münzen habe ich eben so angeführt, wie ich sie in der schweizerischen Münz-, Maaß- und Gewichtskunde des Herrn Friedrich Heldmann gefunden habe. Wer über diese Kantone, wie über die übrigen Kantone der Schweiz, in Absicht auf die Maaßverhältnisse eine ausführlichere Darstellung und nähere Angaben wünscht, den verweise ich auf diese Schrift selbst, welche in allen schweizerischen Buchhandlungen zu haben ist.

2) Die Schwere der Gewichte ist hier noch holländischen Asen bestimmt, dann zur Angabe der Längenmaaße wurde der alte französische Längenschuh gewählt, und der Inhalt der kubischen Maaße wurde nach dem französischen Kubikschuh bestimmt; beide letztere sind nach dem Duodezimalmaaße abgetheilt (I. §. 79 und 81.). Nach diesen nämlichen französischen Maaßen wurde auch im ersten Theile dieses Lehrbuches im I. Abschnitte des II. Hauptstückes die Größe der baierischen Maaße und Gewichte angegeben.

II. Abtheilung,

welche Beispiele zur Uibung in der Rechnung mit den gemeinen Brüchen, und in der Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel Detri enthält.

I.

Beispiele über die gemeinen Brüche.

a) Beispiele über die Vorübungen zu den vier Spezies mit Brüchen.

1) Was betragen $\frac{12}{5}$ fl., $\frac{78}{4}$ Pfund, $\frac{138}{16}$ Zentner, und $\frac{58}{6}$ Eimer, den letzteren zu 60 Maß gerechnet?

2) Man verwandle die Ganzen 8, 12, 14 und 19 in Brüche mit dem Nenner 5, und mache die Ganzen 6, 7, 9 und 13 zu Brüchen mit beliebigen Nennern.

3) Was betragen die Brüche $\frac{3}{5}$ fl., $\frac{3}{4}$ kr., $\frac{5}{9}$ Zentner, $\frac{7}{8}$ Monat, $\frac{5}{8}$ Grad, $\frac{9}{10}$ Minuten, $\frac{3}{4}$ Jahr, und $\frac{5}{6}$ Stund in Einheiten niederer Ordnung?

4) Man verändere die Brüche $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$ und $4\frac{1}{2}$ in Brüche, welche die Zahl 60 zum Nenner haben.

5) Wie viel Gulden geben $\frac{3}{4}$ kr., dann wie viel Zentner $\frac{5}{8}$ Loth, und wie viel Stunden $\frac{5}{6}$ Sekunden?

6) Man suche zu den Zahlen 625 und 1000, dann zu 1875 und 10000, und zu 108108 und 153153 das größte gemeine Maaß, und verkleinere darnach die Brüche $\frac{625}{1000}$, dann $\frac{1875}{10000}$ und $\frac{108108}{153153}$.

7) Welcher von den Brüchen $\frac{3}{143}$ fl., dann $\frac{3}{19}$ kr., und $\frac{3}{4}$ Häller ist dem Werthe nach der größte, und welcher ist der kleinste Bruch?

8) Eine Dorfgemeinde hat zur Anlegung eines Weges nach dem Steuerfuße den verhältnißmäßigen Antheil $\frac{112}{313}$ beizutragen; wie viel beträgt dieser Antheil, wenn der Bruch durch Annäherung ohne merkliche Veränderung des Werthes in einen anderen Bruch verwandelt wird, dessen Zähler und Nenner kleinere Zahlen sind?

9) Petrus hat $\frac{7}{8}$ fl. zu bezahlen; mit wie viel Kreutzern kann er es berichtigen?

10) Wie viele Kreutzer betragen $\frac{5}{12}$ eines Kronenthalers?

11) Paulus, als er starb, war $\frac{5}{8}$ Jahr alt; wie viele Tage hat er gelebt?

12) Eine Hausfrau kaufte $\frac{5}{6}$ Duzend Teller; wie viel waren es an der Zahl?

13) Petrus hat $\frac{5}{12}$ Riß Schreibpapier, und $\frac{19}{100}$ Riß Druckpapier vorräthig; wie viel Buch beträgt das Schreib- und das Druckpapier?

14) Welchen Guldenbruch, das ist, welchen Bruch eines Guldens geben $37\frac{1}{2}$ kr.?

15) Welchen Zentnerbruch geben 14 Loth 2 Quintl?

16) Welchen Baierthalerbruch geben 56 kr. 4 Häller?

b) Beispiele über die Addition mit Brüchen.

17) Karl erhielt von seinem Vater zur Belohnung seines Fleißes $1\frac{2}{5}$ fl., von seiner Mutter $2\frac{5}{8}$ fl., und von seinem Onkel $1\frac{3}{4}$ fl.; wie viel erhielt er zusammen?

18) Ein Wirth kaufte Wein ein, und zwar: $3\frac{1}{2}$ Eimer, $16\frac{1}{4}$ Eimer, $8\frac{5}{6}$ Eimer, $19\frac{7}{8}$ Eimer und $24\frac{5}{7}$ Eimer; wie viele Eimer beträgt dieses zusammen?

19) Ein Kaufmann erhielt 5 Fässer mit Waaren. Davon wog das erste $5\frac{1}{2}$ Zentner, das zweite $8\frac{3}{4}$ Zentn., das dritte $9\frac{5}{6}$ Zentn., das vierte $6\frac{3}{8}$ Zentn., und das fünfte $2\frac{7}{16}$ Zentner; wie schwer waren diese 5 Fässer zusammen?

20) Was betragen zusammen $7\frac{5}{8}$, dann $4\frac{1}{3}$, ferner $5\frac{4}{7}$ und $8\frac{2}{4}$ Pfund?

21) Ein Kaufmann hatte 4 Stücke Tuch. Davon hielt das erste $50\frac{3}{4}$ Ellen, das zweite $46\frac{1}{3}$ Ell., das dritte $56\frac{5}{16}$ Ell., und das vierte $38\frac{7}{8}$ Ellen; wie viel Ellen betrugen alle 4 Stücke zusammen?

22) Von 5 Zuckerhüten wog der erste $12\frac{3}{4}$ Pfund, der zweite $15\frac{7}{8}$ Pf., der dritte $18\frac{3}{20}$ Pf., der vierte $14\frac{7}{32}$ Pf., und der fünfte $10\frac{13}{16}$ Pfund; wie schwer waren alle zusammen?

23) Ein Gesell hat bei einem Meister $1\frac{1}{4}$ Tag, $6\frac{1}{2}$ Tag, $5\frac{3}{4}$ Tag, $13\frac{1}{3}$ Tag, $4\frac{5}{6}$ Tag, und $7\frac{3}{8}$ Tag gearbeitet; wie viele Tage war er in der Arbeit?

24) Jemand kaufte auf einem Jahrmarkte Folgendes: Tuch für $5\frac{3}{4}$ fl., ein Paar Strümpf für $1\frac{1}{3}$ fl., ein Band für $1\frac{1}{5}$ fl., und Leinwand für $3\frac{1}{2}$ fl.; welche Summe betrug die ganze Ausgabe?

25) Von einem Stücke Tuch wurden verkauft: $3\frac{3}{4}$ Ellen, $4\frac{1}{8}$ Ell., $9\frac{7}{8}$ Ell., $6\frac{5}{9}$ Ell., $7\frac{4}{5}$ Ell., und $15\frac{1}{5}$ Ellen; wie viel Ellen wurden zusammen verkauft?

26) Ein Landmann hat 5 Aecker zu besäen, den ersten mit $5\frac{3}{4}$ Schäffel, den zweiten mit $9\frac{5}{16}$ Sch., den dritten mit $7\frac{1}{2}$ Sch., den vierten mit $10\frac{1}{8}$ Sch., und den fünften mit $5\frac{1}{4}$ Schäffel; wie viel Schäffel Getreid braucht er zusammen?

27) Jemand besitzt an Hausgründen $16\frac{1}{2}$, an überländ. Aeckern $19\frac{3}{4}$, an Wiesen $17\frac{4}{5}$, an Weingärten $15\frac{1}{4}$, und an Krautgärten $6\frac{9}{10}$ Jauchert; wie viel besitzt er zusammen?

28) Ein Wirth übernahm von einem Weinhändler verschiedene Weine, als: $12\frac{1}{2}$ Eimer Burgunder, $8\frac{3}{5}$ E. Neckar,

$10\frac{3}{4}$ E. Würzburger, und $20\frac{5}{8}$ E. See-Wein; wie viel hat er zusammen übernommen?

29) In einem Keller liegen 4 Fässer Wein. Das erste hält $2\frac{1}{2}$, das zweite $3\frac{2}{3}$, das dritte $4\frac{1}{4}$, und das vierte $5\frac{2}{5}$ Eimer; wie viel Eimer halten diese Fässer zusammen?

30) Ein Vater hinterläßt folgendes Vermögen: $2130\frac{2}{3}$ fl. + $112\frac{2}{5}$ fl. + $40130\frac{5}{8}$ fl. + $248\frac{3}{4}$ fl. + $893\frac{7}{12}$ fl.; wie groß war sein Vermögen?

31) Ein Bauer hat $6\frac{3}{4}$, $9\frac{5}{8}$, $10\frac{1}{2}$ und $9\frac{5}{12}$ Schober gedroschen; wie viel Schober beträgt dieses zusammen?

32) In einem Dorfe besteht die Bauerschaft in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$, und $\frac{1}{16}$ Höfen; wie viele Höfe sind es zusammen?

33) Alle Körper, wenn sie in eine flüßige Materie versenkt werden, verlieren etwas von ihrer Schwere. Nun lehrt die Erfahrung, daß das Gold im Wasser verliere $\frac{1}{18}$, das Quecksilber $\frac{1}{14}$, das Blei $\frac{1}{12}$, das Silber $\frac{1}{10}$, das Kupfer $\frac{1}{9}$, das Eisen $\frac{1}{8}$, und das Zinn $\frac{1}{7}$ seiner Schwere. Wenn demnach von jedem ein Pfund genommen, und in das Wasser gehängt würde, wie viel würden alle diese Körper zusammen an ihrer Schwere verlieren?

34) Wenn ein Stück Gold genommen wird, welches 100 Loth wiegt, so wiegt ein gleich großer Körper von Blei $60\frac{10}{19}$, von Silber $54\frac{22}{57}$, von Kupfer $47\frac{7}{19}$, von Eisen $42\frac{2}{19}$, von Zinn $38\frac{18}{19}$, und von Wasser $5\frac{5}{19}$ Loth; wie schwer sind diese sieben Körper, die gleichen Kubikinhalt haben, zusammen?

35) Ein Münzmeister fand nach genauer Untersuchung einiger abgenützter Thaler, daß fünf Stücke davon um $\frac{7}{16}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{16}$ und $\frac{9}{16}$ Quintel zu leicht waren; wie viel fehlte am Gewichte allen fünf Stücken zusammen?

36) Die einzelnen Punkte einer kaufmännischen Rechnung betrugen 20 fl., $15\frac{1}{2}$ fl., $18\frac{2}{3}$ fl., $14\frac{1}{4}$ fl., $9\frac{5}{6}$ fl. und $12\frac{3}{4}$ fl.; wie viel betrug die ganze Summe?

c) Beispiele über die Subtraktion mit Brüchen.

37) Von $\frac{7}{8}$ fl. sind $\frac{3}{8}$ fl. verzehrt, und von $\frac{3}{4}$ Ellen hat man $\frac{1}{4}$ Ell. abgegeben; wie viel blieb jedesmal noch übrig?

38) Jemand hat $\frac{5}{8}$ Schäffel Getreid zu liefern, und gibt daran $\frac{3}{16}$ Sch. ab; wie viel ist noch zu liefern?

39) Von $20\frac{1}{4}$ Ellen wurden $10\frac{2}{3}$ Ellen verschnitten; wie viel blieben noch übrig?

40) Ein Bauer hat $12\frac{5}{6}$ Schäffel Haber als Gilt zu liefern, und bringt nur $9\frac{2}{3}$ Schäffel; wie viel blieb er noch schuldig?

41) In einer gewißen Haushaltung betrug in einer Woche die Einnahme $26\frac{2}{3}$ fl., und die Ausgabe $18\frac{2}{5}$ fl.; wie viel blieb von der Einnahme noch übrig?

42) Petrus schuldet $138\frac{2}{5}$ fl., und bezahlt $124\frac{3}{4}$ fl.; wie viel fl. bleibt er noch schuldig?

43) Jemand hatte 1325 fl. $16\frac{3}{4}$ kr. einzunehmen, und 1297 fl. $28\frac{3}{8}$ kr. auszugeben; wie viel blieb von der Einnahme noch übrig?

44) Von $14\frac{1}{2}$ Pfund roher Wolle wurden $13\frac{9}{32}$ Pfund Garn geliefert; wie viel ging beim Kratzen und Spinnen verloren?

45) Nach dem, im fünften Hefte des St. Gallenschen Kantonsblattes unterm 12. Februar 1805 bemerkten Verhältnisse verschiedener, im dortigen Kantone gebräuchlicher Getreidemaaße zu dem Rorschacher enthält das Getreid-Viertel von St. Gallen in beiden Maaßen $974\frac{21}{256}$, dann in Sargans $1778\frac{22}{32}$, und in Werdenberg $1544\frac{74}{128}$ französische Kubikzoll; welcher Unterschied findet zwischen diesen drei Vierteln Statt?

46) Zu Rapperschwyl im Kanton St. Gallen enthält die Schenkmaß $86\frac{1}{4}$ franz. Kubikzoll, und die Stadt St. Gallensche Schenkmaaß hält $71\frac{5}{9}$ solche Zoll; um wie viel ist die erstere Maß größer?

47) Im Kanton Appenzell hält die Leinwand-Elle $455\frac{3}{5}$ franz. Linien, und die Wollen-Elle $273\frac{1}{10}$ solche Linien; um wie viel sind diese beiden Ellen von einander unterschieden?

48) Ein Vater ist $60\frac{1}{2}$ Jahr, und sein Sohn $25\frac{3}{4}$ Jahr alt; um wie viel ist der Vater älter?

49) Ein Kaufmann hat $8\frac{1}{2}$ Pfund Zucker, davon verkauft er $5\frac{7}{8}$ Pfund; wie viel hat er noch daran?

50) Wenn das Schäffel Waizen $8\frac{2}{5}$ fl., und das Schäffel Roggen $6\frac{2}{3}$ fl. kostet, um wie viel ist der Waizen theurer als der Roggen?

51) Ein zum Einnetzen gegebenes Stück Tuch von 45 Ellen ist um $3\frac{3}{4}$ Ellen kürzer geworden; wie viel Ellen hielt das Tuch noch?

52) Ein Wirth hat zweierlei Wein. Die Maß des ersteren gilt $24\frac{1}{2}$ kr., und die Maß des zweiten 36 kr.; um wie viel ist der letztere theurer?

53) Ein Bauer muß $421\frac{1}{3}$ fl. Steuer geben, hat aber daran schon $359\frac{7}{8}$ fl. bezahlt; wie viel ist er noch schuldig?

54) In einer Kassa befinden sich $54654\frac{2}{3}$ fl., davon wurden $26456\frac{1}{2}$ fl. ausbezahlt; wie viel bleibt noch in der Kassa?

55) Ein Zimmer ist $18\frac{3}{10}$ Schuh lang, und $11\frac{5}{6}$ Schuh breit; um wie viel ist es länger?

56) Ein Kaufmann erhält $5\frac{1}{2}$ Zentner Baumöhl, das Faß aber wiegt $\frac{3}{4}$ Zentner; wie viel hat er Oehl?

57) Ein Schneider fordert zu einem Kleide $5\frac{3}{4}$ Ellen, er braucht aber nur $4\frac{5}{8}$ Ellen; wie viel muß er wieder zurückgeben?

58) Was bleibt übrig, wenn man $1\frac{1}{5}$ Zentner von $2\frac{1}{2}$ Zentner abzieht?

59) Ein Handelsmann kauft $10\frac{3}{20}$ Zentner Oehl, woran ihm $1\frac{2}{5}$ Zentner eintrocknen; wie viel Oehl bleibt ihm noch übrig?

60) Die Länge des Tages ist im Anfange des Jäners $8\frac{4}{15}$, des Februars $9\frac{11}{30}$, des Märzes $10\frac{27}{30}$, des Aprils $12\frac{7}{10}$, des Mai's $14\frac{1}{3}$, des Junius $15\frac{17}{30}$, des Julius $15\frac{23}{30}$, des August's $14\frac{4}{5}$, des Septembers $13\frac{7}{30}$, des Oktobers $11\frac{8}{15}$, des Novembers $9\frac{4}{5}$, und des Dezembers $8\frac{1}{2}$ Stunden; wie viel nimmt der Tag von Monat zu Monat zu oder ab?

61) Ein Magnetstein, der kaum ein Pfund schwer war, zog ohne Armatur nur $\frac{5}{12}$ Pfund Eisen, und mit der Verstärkung hielt er 60 Pfund; wie viel hielt er im zweiten Falle mehr als im ersten?

62) Petrus legte nach vier Wochen über seine Einnahmen und Auslagen Rechnung ab. In der ersten Woche nahm er ein $46\frac{1}{2}$ fl., und gab aus $18\frac{3}{4}$ fl., in der zweiten Woche nahm er ein $30\frac{5}{8}$ fl., und gab aus $32\frac{1}{3}$ fl., in der dritten Woche nahm er ein $50\frac{1}{12}$ fl., und gab aus $48\frac{1}{5}$ fl., und in der vierten Woche nahm er $68\frac{5}{6}$ fl. ein, und gab $56\frac{7}{10}$ fl. aus; um wie viel war seine ganze Einnahme größer als seine ganze Ausgabe?

d) Beispiele über die Multiplikation mit Brüchen.

63) Wenn 1 Elle Leinwand $\frac{5}{6}$ fl. kostet, was kosten $\frac{3}{4}$ Ellen?

64) Was kosten $8\frac{2}{3}$ Ellen Sammet, wenn 1 Elle 4 Gulden kostet?

65) Von 5 Personen erhält jede $13\frac{7}{8}$ fl.; was beträgt die ganze Summe?

66) Wenn eine Person täglich $\frac{2}{3}$ fl. verdient, wie viel verdient sie in $8\frac{1}{2}$ Tag?

67) Bei dem heil. Evangelisten Lukas lesen wir, der fromme und getreue Knecht habe mit einem Pfunde 10 Pfunde erworben; wie viel beträgt dieses nach unserer Münze, wenn ein Pfund $12\frac{1}{3}$ Reichsthaler beträgt?

68) Eine Wiese trägt jährlich 16 fl.; wie viel erhält man von $\frac{3}{4}$ derselben?

69) Eine Elle kostet $\frac{5}{8}$ Reichsthaler, was kosten $\frac{2}{3}$ Ellen?

70) Wenn wir uns in einem Spiegel auf einmal vom Scheitel bis auf die Fußsole wollen besehen, muß er die Hälfte von unserer Größe haben. Wenn nun eine Person $5\frac{1}{2}$ Schuh groß ist, welche Höhe des Spiegels würde erfordert werden, um sich ganz zu sehen?

71) Wenn 1 Elle Band $15\frac{1}{2}$ kr. kostet, was kosten $4\frac{1}{4}$ Ellen?

72) Wenn das Pfund Kaffee $1\frac{2}{12}$ fl. kostet, was kosten $6\frac{2}{3}$ Pfund?

73) Wenn das Klafter Holz $6\frac{1}{2}$ fl. kostet, was kosten $7\frac{3}{8}$ Klafter?

74) Wenn 1 Elle Seidenzeug $2\frac{1}{3}$ fl. kostet, was kosten $7\frac{1}{2}$ Ellen?

75) Wenn 1 Eimer Wein $9\frac{5}{8}$ fl. kostet, was kosten $15\frac{3}{4}$ Eimer?

76) Wenn 1 Zentner Eisen $13\frac{2}{3}$ fl. kostet, was kosten $18\frac{1}{2}$ Zentner?

77) Wenn 1 Loth Seide $11\frac{1}{2}$ Groschen kostet, was kosten $5\frac{3}{4}$ Loth?

78) Petrus dient $9\frac{3}{5}$ Monat, und erhält monatlich $2\frac{1}{5}$ fl. Lohn; wie viel hat er verdient?

79) Sechs Personen erhalten zusammen eine Erbschaft, und bei gleicher Vertheilung treffen jeder $365\frac{4}{5}$ fl.; wie groß war die ganze Erbschaft?

80) Da ein Kronenthaler $2\frac{7}{10}$ fl. beträgt; wie viel Gulden geben $19\frac{1}{2}$ Kronenthaler?

81) Ein baier. Marxdor hat $7\frac{1}{3}$ fl.; wie viel Gulden geben $15\frac{1}{2}$ solche Goldstücke?

82) Was kosten $6\frac{2}{3}$ Schober Stroh, wenn ein Schober $3\frac{4}{5}$ fl. kostet?

83) Wie viel Gulden geben $245\frac{1}{2}$ baier. Dukaten, wenn 1 Stück $5\frac{1}{2}$ fl. gilt?

84) In der Feldmeßkunst wird gelehrt, daß man den Flächeninhalt eines Viereckes, welches ein Rechteck ist, erhält, wenn man die Länge mit der Breite multiplizirt. Wie groß ist demnach ein Garten, der ein solches Viereck ist, wenn die Länge desselben $238\frac{1}{2}$ Schuh, und die Breite $156\frac{2}{3}$ Schuh beträgt?

85) Nach den Lehrsätzen der Geom trie erhält man den körperlichen Inhalt eines Körpers, der die Gestalt eines senkrechten Parallelepipedums hat, wenn man dessen Länge, Breite und Höhe mit einander multiplizirt. Welchen Raum nimmt ein Zimmer ein, welches die Gestalt eines solchen Körpers hat, und $20\frac{3}{4}$ Schuh lang, $16\frac{5}{6}$ Schuh breit, und $8\frac{2}{3}$ Schuh hoch ist?

86) Nach einigen Angaben hält der Durchmesser der Erde $1718\frac{7}{8}$ geographische Meilen. Nun ist nach la Lande der Durchmesser des Mondes $\frac{3}{11}$, des Merkurs $\frac{321}{800}$, der Venus $\frac{47}{49}$, des Mars $\frac{13}{25}$, der Vesta $\frac{464}{13751}$, der Juno $\frac{2424}{13751}$, der Pallas $\frac{3522}{13751}$, der Ceres $\frac{2752}{13751}$, des Jupiters $10\frac{25}{29}$, des Saturnus $9\frac{983}{1000}$, und des Uranus $4\frac{1}{3}$ mal so groß als der der Erde. Wie viel geogr. Meilen hält nun der Durchmesser eines dieser Weltkörper?

e) Beispiele über die Division mit Brüchen.

87) Wenn $\frac{4}{5}$ Ellen $\frac{2}{3}$ fl. kosten, was kostet 1 Elle?

88) Drei Personen haben mit einander $\frac{2}{5}$ Zentner in gleiche Theile zu theilen, was trifft jeder Person?

89) Fünf Personen haben mit einander $\frac{1}{3}$ einer Erbschaft zu theilen; den wie vielten Theil der Erbschaft erhält jede?

90) Nach einem berühmten Baumeister soll eine Thüre jederzeit so hoch gemacht werden, daß die Höhe $\frac{12}{21}$ von der

Höhe des Zimmers hat. Nun aber macht man die Thüren gewöhnlich halb so breit, als hoch; wie breit müßten nach jener Vorschrift die Thüren gemacht werden?

91) Eine Glocke wiegt $28\frac{3}{4}$ Zentner; wie viel Zinn hält dieselbe, wenn bei ihr der vierte Theil Zinn ist?

92) Wie viel gibt ein Holzstamm von 63 Schuh Scheiterlängen, wenn letztere $3\frac{1}{2}$ Schuh betragen sollen?

93) Ein fester Körper taucht sich in einer flüssigen Materie so tief ein, bis das durch den eingetauchten Theil weggedrückte flüssige Wesen so viel wiegt, als der eingetauchte Körper. Wenn man nun annimmt, ein Kubikschuh Wasser wäge $65\frac{3}{5}$ Pfund; wie tief würde sich ein Schiff im Wasser eintauchen, welches mit der ganzen Ladung 5825 Pfund schwer wäre?

94) Wie oft muß sich an einem Wagen ein Rad, dessen Umfang $10\frac{2}{3}$ Schuh beträgt, um seine Axe drehen, bis es einen Weg zurücklegt, welcher 13009 Schuh der nämlichen Länge beträgt?

95) Man kann schwere, im Wasser versunkene Körper auf folgende Art wieder in die Höhe bringen. Man bindet so viele aufgeblasene Blasen an den versunkenen Körper, bis das Wasser, welches alle zugleich fassen würden, so viel, ja etwas mehr wiegt, als die Schwere des versunkenen Körpers im Wasser beträgt. Wenn nun ein Stück, dessen Schwere im Wasser auf $13\frac{2}{7}$ Zentner geschätzt wird, versunken ist; wie viele Rindblasen müßte man daran binden, um das Stück in die Höhe zu treiben, wenn von denselben jede $\frac{13}{20}$ eines Zentners fassen könnte?

96) Wenn in verfinsterten Zimmern ein hereingelassener Sonnenstrahl durch ein Glasprisma auf weisse Wände hingebrochen wird, so entwirft er ein großes Farbenbild von sieben verschiedenen Koloritstreifen, wovon der violetblaue $\frac{2}{9}$ von der ganzen Bildeslänge, und der orangefarbe $\frac{3}{40}$ desselben enthält; um wie viel ist der erstere Streif größer, als der letztere?

97) Ein Schuldner hat mit seinem Gläubiger den Vertrag gemacht, jedes Jahr den 20sten Theil des Kapitals heimzuzahlen; wenn nun auf diese Weise das Kapital bis auf $\frac{3}{4}$ herabgeschmolzen ist, wie lange dauert die Zurückbezahlung noch?

98) Mit wie viel Dukaten kann man $5946\frac{1}{3}$ fl., und mit wie viel Baierthalern $894\frac{3}{4}$ fl. bezahlen, da ein Dukate $5\frac{1}{2}$ fl., und ein Baierthaler $2\frac{2}{5}$ fl. beträgt?

99) Ein Meister zahlte an seine Gesellen für $3\frac{4}{7}$ Wochen $19\frac{5}{8}$ fl.; wie viel traf es auf eine Woche?

100) Ein Garten, der die Gestalt eines Viereckes hat, welches ein Rechteck genannt wird, beträgt $36408\frac{3}{7}$ Quadratschuh, und hält in der Länge $814\frac{2}{3}$ Schuh; wie breit ist derselbe?

II.

Beispiele über die verschiedenen Aufgaben der Regel Detri.

a) Beispiele über die Aufgaben der einfachen Regel Detri.

101) Wenn 2 Ellen einer gewissen Waare 3 fl. kosten, was kosten 10 Ellen?

102) Wenn 3 Pfund 8 Reichsthaler kosten, was kosten 9 Pfund?

103) Wenn 6 Schäffel 19 fl. kosten, was kosten 42 Schäffel?

104) Wenn man für 18 Gulden 3 Ellen bekommt, wie viel erhält man von der nämlichen Waare für 72 fl.?

105) Wenn 40 Stück 72 fl. kosten, was kosten 5 Stück?

106) Wenn 17 Zentner 51 fl. kosten, was kosten 12 Zentner?

107) Wenn 100 fl. Kapital 5 fl. Zins geben, welchen Zins geben 6430 fl.

108) Ein Taglöhner verdient in 2 Tagen 54 kr.; wie viel kann er in 36 Tagen verdienen?

109) Mit 116 fl. kann sich eine Familie 3 Monate ernähren; wie lange kann sie mit 450 fl. auskommen?

110) Wenn 12 Paar Handschuh 18 fl. kosten; was kosten 27 Paar?

111) Wenn ein Zuckerhut, $5\frac{2}{5}$ Pfund schwer, $9\frac{1}{15}$ fl. kostet, was kosten drei andere Zuckerhüte, wovon der erste $6\frac{1}{2}$, der zweite $7\frac{2}{3}$, und der dritte $8\frac{1}{3}$ Pfund schwer ist?

112) Wenn man für 561 Gulden 3 Zentner einer Waare erhält; wie viel erhält man für 44 fl.?

113) Ein Fuhrmann liefert eine Fracht Waare um $38\frac{2}{5}$ fl. 20 Meilen weit, wie viel kann er billig fordern, wenn er dieselbe Fracht 36 Meilen weit liefern soll?

114) Welchen Zins geben in einem Jahre 2640 fl., wenn man jährlich vom Hundert 4 fl. Zins gibt?

115) Drei baierische Mard'ors geben 22 fl., welche Summe geben 73 solche Goldstücke?

116) Eine Person zahlt jährlich bei 5 Prozenten 640 fl. Zins; wie hoch beläuft sich das ganze Kapital?

117) Wenn $2\frac{1}{2}$ Ellen Tuch 17 fl. kosten, was kosten $29\frac{3}{4}$ Ellen?

118) Ein Pferd wurde für $119\frac{1}{2}$ fl. verkauft, und der Verlurst betrug 7 Prozente; wie theuer wurde das Pferd gekauft?

119) Jemand hat ein Fuder Wein für 375 fl. eingekauft; wie theuer muß es verkauft werden, um 30 Prozent zu gewinnen?

120) Eine Person lebt von Interessen zu 5 Prozenten,

und gibt wochentlich $8\frac{3}{4}$ fl. aus; wie groß ist das hierzu bestimmte Kapital?

121) Ein Taglöhner bekam für $7\frac{2}{3}$ Wochen $8\frac{3}{4}$ fl. Arbeitslohn; wie lange mußte er arbeiten, um $12\frac{3}{4}$ fl. zu erhalten?

122) Ein Kapitalist erhält jährlich $906\frac{1}{3}$ fl. Zins von einem Kapital, welches er zu $4\frac{1}{2}$ Prozent ausgeliehen hat; wie groß ist das Kapital?

123) Eine Person kaufe eine Partie Waaren für 2790 fl., und verlor beim Verkaufe 36 Prozent, wie groß war der ganze Verlurst?

124) Für eine Besatzung reichen 500 Zentner Mehl $7\frac{1}{2}$ Monat zu; wie lange werden 950 Zentner zureichen?

125) Bei einem Tuche von $\frac{6}{4}$ Ellen Breite braucht man zu einem Kleide 6 Ellen; wie viel Ellen braucht man von einem anderen Tuche, welches $1\frac{3}{4}$ Ellen breit ist?

126) Wenn 8 Pferde von einem gewissen Quantum Haber 6 Wochen ernährt werden können, wie lange können davon 10 Pferde ernährt werden?

127) Wenn ein Laib Brot beim Roggenpreise von 12 fl. die Schwere von 4 Pfund haben soll; wie schwer soll er sein, wenn das Schäffel 8 fl. gilt?

128) Wenn ein Proviantvorrath für 100 Mann 6 Monate erklecklich ist; wie lange reicht derselbe für 340 Mann zu?

129) Wenn 8 Männer ein gewisses Geschäft in $18\frac{3}{4}$ Tagen verrichten, wie lange brauchen dazu 12 Männer?

130) Eine Wiese gibt für 18 Pferde 7 Wochen Futter, wie lange können davon 14 Pferde ernährt werden?

131) Wenn 650 fl. Kapital einen gewissen Zins in 8 Monaten geben, welches Kapital wird erfordert, daß es den nämlichen Zins in 6 Monaten gibt?

132) Wenn ein Soldat 6 mal durch 300 Mann Spitzruthen laufen soll, wie lange muß er durch 120 Mann gehen, um die nämliche Strafe zu erhalten?

133) Wenn 6 Gesellen ein Geschäft in 12 Wochen verrichten, wie viel Gesellen muß der Meister haben, wenn es in $8\frac{1}{2}$ Woche verrichtet sein soll?

134) Wenn 12 Mäher an einer Wiese 6 Tage zu mähen haben, wie lange brauchen darzu 20 Mäher?

135) Wenn 2800 Mann auf 10 Monat mit Lebensmitteln versehen sind, welche Mannschaft kann sich damit 2 Jahr und 4 Monat oder 28 Monat ernähren?

136) Wenn man ein Feld in 8 Tagen mit 6 Pflügen bestellen kann, wie viel Pflüge werden erfordert, wenn es in 11 Tagen geschehen soll?

137) Eine Person reicht mit ihrem Gelde 15 Wochen aus, wenn sie wochentlich $5\frac{1}{2}$ fl. ausgibt; wie viel darf dieselbe wochentlich ausgeben, wenn sie mit der nämlichen Summe 20 Wochen auskommen soll?

138) Ein Geschenk sollte unter 64 Arme vertheilt werden, und nach richtiger Theilung sollte jeder $6\frac{1}{2}$ fl. erhalten; wenn nun die nämliche Summe zu gleichen Theilen unter 80 Arme vertheilt werden soll, wie viel trifft es jedem?

139) Welche Summe geben 136 Kronenthaler, da es bekannt ist, daß 10 Kronenthaler 27 Gulden geben?

140) Wie viel baierische Mard'ors braucht man zu 350 fl., da drei solche Goldstücke 22 Gulden geben?

141) Was wiegt eine Million Gulden in Konventionsthalern, wenn 20 solche Geldstücke ein baierisches Pfund wägen?

142) Man gebe an, wie viele Gulden $1456\frac{3}{4}$ kr. geben, dann wie viele Minuten ein Winkel hält, welcher $126\frac{2}{5}$ Grad beträgt, und wie viel Zentner $10456\frac{3}{8}$ Pfund ausmachen?

b) Beispiele über die Aufgaben der zusammengesetzten Regel Detri.

143) Wenn 100 fl. Kapital in einem Jahre 5 fl. Zins geben, welchen Zins geben bei den nämlichen Prozenten 648 fl. in 8 Jahren?

144) Welchen Zins geben 1050 fl. Kapital in 12 Jahren zu $4\frac{1}{2}$ Prozent, wenn 200 fl. in einem Jahre zu 5 Prozenten 10 fl. Zins geben?

145) Wenn 200 fl. Kapital in $\frac{1}{2}$ Jahr 5 fl. Zins geben, welchen Zins geben bei den nämlichen Prozenten $450\frac{1}{2}$ fl. in $2\frac{3}{4}$ Jahren?

146) Wenn ein Gesell jede Woche $2\frac{1}{2}$ fl. erhält, was bekommen zusammen 6 Gesellen in $7\frac{2}{5}$ Wochen?

147) Eine Person legt 24 fl. so an, daß sie damit in 4 Jahren 18 Gulden gewinnt; binnen welcher Zeit könnte diese Person mit 75 Gulden die Summe von 32 Gulden gewinnen?

148) Wenn ein Fuhrmann 16 Zentner einer gewissen Waare 14 Meilen weit für 21 Gulden führt, wie weit wird er 42 Zentner für 126 Gulden führen?

149) Wie viele Sekunden ist eine Person auf der Welt, wenn sie 24 Jahre alt ist?

150) Wenn jede Minute ein Mensch geboren wird, wie viele werden in 100 Jahren geboren?

151) Wenn bei einer Taschenuhr der Perpendikel in 5 Sekunden 24 mal schlägt, wie viele Schläge gibt es in einer Stunde?

152) Wenn man für 4 Bögen Schreibpapier 3 Kreutzer bezahlt, was gelten 8 Ballen solches Papier?

153) Wenn von einer gewissen Waare das Quintl $3\frac{1}{2}$ Häller kostet, was kosten $36\frac{3}{4}$ Zentner?

154) Wenn 9 Taglöhner in 16 Tagen 27 Klafter Holz machen, wie viel Klafter werden 18 Arbeiter in 12 Tagen zu Stande bringen?

155) Wenn 4 Schneider in 6 Tagen 8 Mäntel verfertigen, wie viel Schneider braucht man, um in 12 Tagen 24 Mäntel zu erhalten?

156) Wenn 20 Männer in 6 Monaten eine Mauer errichten, und dabei jedes Monat 4 Wochen, dann jede Woche 5 Tage, und täglich 10 Stunden arbeiten; wie viele Stunden des Tages müßten 10 Männer arbeiten, wenn sie 10 Monate hindurch monatlich 4 Wochen und jede Woche 6 Tage beschäftigt sind, um eine gleich große Mauer zu errichten?

157) Wenn 20 gleichdickbrennende Kerzen in 9 Stunden $10\frac{1}{8}$ Pfund verzehren, wie viel Wachs wird verzehrt, wenn 8 solche Kerzen $5\frac{1}{2}$ Stund brennen?

158) Wenn 840 Mann binnen 16 Tagen 124 Zentner Fleisch verzehren, wie lange werden 560 Mann mit 93 Zentnern auskommen?

159) Eine Festung ist bei einer Besatzung von 2450 Mann auf 10 Monate mit Proviant versehen, wenn man täglich einem Manne $2\frac{1}{2}$ Pfund Brot gibt; wie lange reicht dieser Vorrath für 3000 Mann, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund gibt?

160) Ein Kanal, welcher 120 Schuh lang, 30 Schuh breit und 8 Schuh tief ist, wird von 200 Personen in 18 Wochen fertig gemacht; wie viele Personen braucht man zu einem andern Kanal, welcher 3000 Schuh lang, 40 Schuh breit und 10 Schuh tief ist, wenn er in 24 Wochen hergestellt werden soll?

161) Wenn man 30 Stücke Leinwand, jedes 40 Ellen lang und $1\frac{1}{2}$ Ellen breit, gegen andere Stücke, die 60 Ellen lang und 2 Ellen breit sind, vertauschen will, wie viele Stücke muß man von der letzten Gattung gegen jene erhalten?

162) Wenn das Schäffel Korn 9 fl. gilt, und deßhalb ein Laibbrot im Werthe $7\frac{1}{2}$ kr. $3\frac{3}{4}$ Pfund wiegt, wie schwer muß ein Laib für 12 kr. sein, wenn das Schäffel Korn 11 fl. 24 kr. gilt?

163) Wenn ein Fuhrmann 26 Klafter Holz für $50\frac{2}{3}$ fl. 15 Meilen weit führt, wie weit soll er 8 Klafter für 30 fl. führen?

164) Wie viele Gulden gebühren 20 Arbeitern, welche 15 Wochen, und täglich 6 Stunden arbeiten; wenn 36 Arbeitern, welche täglich 6 Stunden arbeiten, für 4 Wochen 650 fl. gebühren?

165) Zwei Pferde können in 3 Tagen ein Feld umackern, welches $87\frac{1}{2}$ Ruthen lang, und 12 Ruthen breit ist; von welcher Breite wird man ein Feld mit 6 Pferden in $3\frac{3}{4}$ Tagen ackern, wenn dasselbe $90\frac{3}{4}$ Ruthen lang ist?

166) Wie viel Ziegel braucht man man zu einem Dache, welches 60 Schuh lang und 28 Schuh breit ist, wenn man zu einem Dache, welches 40 Fuß lang und 24 Fuß breit ist, 8000 Ziegel braucht?

167) Wenn zu einer Wand, welche 10 Fuß hoch und 10 Fuß breit ist, 3 Viertel Kalk erfordert werden, wie viel Viertel Kalk werden zu Uibertünchung einer Wand erfordert, die 40 Fuß lang und 10 Fuß hoch ist?

168) Wenn ein Gang in einer Mühle binnen 1 Tage 12 Schäffel mahlen kann, wie viel wird eine Mühle, die aus 18 Gängen besteht, in einem Jahre mahlen?

169) Wenn eine Stadt für 1000 Mann Besatzung mit 200 Fässern Mehl auf 6 Monate versehen ist; für welche Besatzung reichen 280 Fässer auf 7 Monate aus?

170) Ein Steinhauer verdient täglich 32 kr., und ein Zimmermann 28 kr.; in wie viel Tagen können 35 Steinhauer so viel verdienen, als 30 Zimmerleute in 40 Tagen?

171) Zu einer Mauer, welche 160 Schuh lang, 12 Schuh hoch und $2\frac{1}{2}$ Schuh dick war, mußte man die Ziegel von dem 1 Stunde entferneten Ziegelofen mit 3 Wägen, jeden zu 224 Ziegel, in 15 Tagen herführen; wie viel Tage braucht man zu einer 200 Schuh langen, 15 Schuh hohen, und 13 Schuh dicken, und vom Ziegelofen 3 Stunden entfernten Mauer mit 5 Wägen, wenn auf jeden 180 Ziegel geladen werden?

172) Wie viel Gulden rein ertragen 96 Jauchert, wenn 1 Jauchert 125 Garben gibt, dann wegen des Zehents von 10 Garben nur 9 Garben bleiben, wenn 12 Garben 1 Schäffel Dinkel, und 1 Schäffel Dinkel $3\frac{1}{2}$ Metzen Kern geben, wenn wegen der Müllergebühren von 16 Metzen nur 15 Metzen übrig bleiben, ferner wenn 1 Metzen Kern 5 Vierling Mehl, 4 Vierling Mehl $5\frac{1}{2}$ Laib Brot geben, 1 Laib Brot 6 Pfund wiegt, 3 Pfund Brot 4 Landmünzen gelten, und wenn 24 Landmünzen 1 Gulden geben?

c) Beispiele über verschiedene andere Rechnungsfälle.

173) Drei Wirthe kaufen mit einander 450 Eimer Wein. Der erste gibt zum Kaufe 740 fl., der zweite 960 fl., und der dritte 1000 fl.; wie viel Eimer trifft jedem?

174) Vier Personen kaufen gemeinschaftlich Eisen. Die erste gibt zum Einkaufe 270 fl., die zweite 540 fl., die dritte 810 fl., und die vierte 1620 fl.; wie viel Zentner erhält jede nach dem Verhältnisse ihrer Einlage, wenn für die sämmtliche Einlage 480 Zentner gekauft wurden?

175) Drei Kaufleute gewinnen mit einander gemeinschaftlich $1620\frac{3}{4}$ fl. Der erste gab als Einlage 654 fl., der zweite 840 fl., und der dritte 312 fl.; was trifft nun jedem seiner Einlage gemäß?

176) Vier Personen gewinnen mit einander 2460 fl. Die Person A gab als Einlage 600 fl. 4 Monate, B 800 fl.

6 Monate, C 1200 fl. 8 Monate, und die Person D gab 1600 fl. 10 Monate zur Erreichung des gemeinschaftlichen Gewinnstes her; welchen Antheil erhält jede, wenn der ganze Gewinnst 2024 fl. 30 kr. beträgt?

177) Drei Bauern pachten eine Wiese um 100 fl.; der erste läßt 30 Stücke Vieh 24 Tage, der zweite 26 Stücke 20 Tage, und der dritte 18 Stücke 16 Tage darauf weiden; wie viel hat jeder am Pachtgelde zu bezahlen?

178) Vier Arbeiter erhalten 48 fl. als den bedungenen Lohn. Der erste arbeitete 8 Tage täglich 12 Stunden, der zweite 9 Tage täglich 10 Stunden, der dritte 18 Tage täglich 8 Stunden, und der vierte 20 Tage täglich 6 Stunden; wie viel trifft jedem seiner Arbeit gemäß?

179) Unter drei Personen wurden 1800 fl. so vertheilt, daß die zweite Person 2 mal so viel als die erste, und die dritte 3 mal so viel als die zweite erhielt; wie viel hat jede Person erhalten?

180) Vier Staatsdiener erhalten wegen einer gemeinnützigen Unternehmung von ihrem Landesherrn eine Belohnung von 11000 fl., die sie nach Verhältniß ihrer Besoldung und ihres Dienstalters zu vertheilen haben. Der erste diente bei einem Gehalte von 800 Gulden bereits $19\frac{3}{4}$ Jahr, der zweite bei 900 Gulden $14\frac{2}{3}$ Jahr, der dritte bei 1000 Gulden $11\frac{5}{8}$ Jahr, und der vierte bei 1200 Gulden $5\frac{1}{12}$ Jahr; wie viel trifft jedem von dieser Remuneration?

181) Wenn bei einem guten Schießpulver zu 16 Loth Salpeter 3 Loth Kohlen, und 2 Loth Schwefel gehören; wie viel von jedem dieser Bestandtheile braucht man zu $650\frac{1}{2}$ Zentn. Pulver?

182) Drei Dörfer haben im Verhältnisse zu ihrer Steuer 1280 fl. unter sich zu vertheilen. Das erste gibt Steuer 650 fl., das zweite 890 fl., und das dritte 1080 fl.; was trifft nun jedem als Vergütung?

Anmerkung: Zur Uibung in der Auflösung solcher Beispiele empfiehlt sich sehr Steinle's Sammlung von 500 praktischen Rechnungsaufgaben, welche über die gemeinen Brüche, und die Aufgaben der Regel Detri allein 300 gut gewählte Beispiele enthält, und bei dem Verleger dieses Werkes, Hrn. Dannheimer in Kempten, im Jahre 1822 unter dem Titel erschienen ist: „Sammlung praktischer Rechnungsaufgaben, stufenweise geordnet und herausgegeben zum Gebrauche der Lehrer und „Schüler, von Johann von Gott Steinle, Elementar-Volksschullehrer. 8. S. 64. Preis, mit der Auflösung 12 kr., ohne „diese 6 kr."

III. Abtheilung,

welche in genauem Abdrucke die beiden Rezensionen enthält, die in der Münchner allgemeinen Literaturzeitung (September-Heft 1821, Nro. 72 und 73. Seite 573 und 584.) über die vier Theile dieses Lehrbuches, so wie über das von dem nämlichen Verfasser herausgegebene Lehrbuch der Geometrie und Trigonometrie, erschienen sind.

A.

Kempten, bei Dannheimer: Lehrbuch der Arihmetik. Zum Gebrauche in den Schulen und zum Selbstunterrichte, von Joh. v. G. Bundschue, Doctor der Philosophie und Professor der höheren Mathematik an dem k. baier. Lyceum zu Dilingen, wie auch correspondirendem Mitgliede der allgem. kameralistisch-ökonomischen Gesellschaft zu Erlangen. 8. Zweite vermehrte Auflage. Erster Theil. 1818 Seiten XVI und 256. Preis 48 kr. — Zweiter Theil. 1818. S. XVI und 280. (Dritte Auflage, 1823. S. XVI und 320.) Preis 1 fl. — Dritter Theil. 1819. S. XVI und 264. Preis 1 fl. — Vierter Theil. S. XVI und 264. (Neue Auflage, 1822. S. XVI und 304.), Preis 1 fl. 36 kr.

Dieses Lehrbuch der Arithmetik ist ganz dem Normativ anpassend, nach welchem in den könial baier. Studienanstalten, von den Studienschulen an bis zur letzten Klasse des Gymnasiums, die Arithmetik und Algebra vorgetragen werden sollen, es gewährt dabei seine Abtheilung in 4 Bändchen den Vortheil, daß die Schüler immer einen Theil um den andern sich anschaffen können, so wie sie in den Klassen immer weiter vorrücken; und der Hr. Verleger hat noch ausserdem die Anschaffung derselben durch billige Preise möglichst erleichtert.

In Grundlegung jenes Normativs behandelt nun der Hr. Verfasser in dem ersten Theil dieses Lehrbuches die sogenannten vier Species der Praktiker in absoluten und concreten Zahlen, mit der Reduction letzterer auf verschiedene, im bürgerlichen Leben eingeführte Maaße und Quantitäten, und fügt diesen mehrere vortreffliche Notizen und Reductions-Tabellen über geometrische, Getränk-, Getreid-, Mehl-, Kalk- und Papier-Maaße und Zeitmaaße, so wie über Gewichte, Münzen und über die Kreislinie bei.

Diesem folgt in dem zweiten Theil die Lehre von Brüchen-Reduction, Verwandlung und Auflösung der Brüche in Reihen, mit den daraus folgenden Operationen mit Brüchen selbst — die Lehre von Verhältnissen, an welche sich zunächst der Vortrag der einfachen und zusammengesetzten, directen und indirecten Regel Detri — der Gesellschafts-, Vermischungs- und Alligations-Regel, der wälschen Praktik, der Zeit-, Zins- und Rabattrechnung mit der Regula Falsi — und einige kaufmännische Rechnungen bei Reduction der Maaße, Gewichte, Münzen und der österreichischen Staatspapiere — mit den Vortheilen des Kopfrechnens bei leichten Proportionen, anschließen.

Der dritte Theil behandelt die Decimal- und Sexagesimal-Brüche, mit der Buchstabenrechnung, den Progressionen und einfachen Gleichungen, und endet mit sehr schätzbaren Tabellen über römische, griechische und hebräische Maaße, Gewichte und Münzen.

In dem vierten und letzten Theil dieses Lehrbuchs betrachtet der Hr. Verfasser die Gleichungen mit mehreren unbekannten Größen, mit den quadratischen; die Progressionen und Logarithmen; den binomischen Satz, und endet denselben mit den Grundbegriffen von Permutationen und Combinationen, so daß also dieser Theil nach jenem Normativ eigentlich für die Oberklasse des Gymnasiums zunächst bestimmt ist, mit welchem die elementare Mathematik auch endet, worauf sodann in den königl. baier. Lyceen der Vortrag der höheren Mathematik beginnt.

Nach dem wesentlichen Inhalt dieses Lehrbuchs, nach seinen dem Normativ anpassenden Abtheilungen, und nach der Faßlichkeit des Vortrags ist daher zu wünschen, daß dies Lehrbuch auf sämmtlichen königl. baier. Studien-Anstalten allgemein eingeführt werden möchte.

B.

Kempten, bei Dannheimer: Lehrbuch der Geometrie und Trigonometrie, zum Gebrauche in den Schulen und zum Selbstunterrichte, von Joh. v. G. Bundschue. 8. Erster Theil, welcher die Longimetrie und Planimetrie enthält. Mit 9 Figurentafeln, 1819, S. VIII und 264. Preis 1 fl. 30 kr. — Zweiter Theil, welcher die Stereometrie und ebene Trigonometrie, nebst der Anwendung der Geometrie und Trigonometrie auf die Feldmeßkunst, enthält. Mit 7 Figurentafeln. 1821. S. XVI und 352. Preis 2 fl.

Da nach dem königl. baier. Regulativ für das Studium der Mathematik vom Jahr 1813 auch die Geometrie und elementare Trigonometrie in der letzten oder Oberklasse des Gymnasiums absolvirt werden sollen, und der Hr. Verfasser nach demselben in vier Bändchen die Arithmetik und Algebra abgehandelt hat, bearbeitet derselbe nun in diesem ersten Band die ersten zwei Abschnitte der Geometrie, nämlich die Longimetrie und Planimetrie, sehr faßlich und bündig, und macht in dem letzten Hauptstück über die Lage der Ebenen die Vorbereitung mit der Stereometrie. Mit dieser beginnt daher auch der zweite Theil, in welchem zunächst sämmtliche noch zur elementaren Geometrie gehörigen Körper nach ihrem Inhalt und nach ihrer Oberfläche berechnet werden.

Bei dem Vortrag der Trigonometrie betrachtet der Hr. Verfasser zunächst den Gyrus der trigonometrischen Linien, mit den Grundformeln dieser Wissenschaft, aus welchen nachgehends etwas zusammengesetztere abgeleitet, logarithmisch aufgelöst, und für die elementare sowohl als analytische Auflösung geradliniger Dreiecke und ihrer Flächenrechnung angewandt werden. Noch fügt der Hr. Verfasser einige praktische Aufgaben bei über das Distanzenmessen mit dem Meßtisch und dem Winkelmesser und über das Höhenmessen, so daß auch diese zwei Theile nach ihrem gehaltvollen Inhalt und nach der Faßlichkeit des Vortrags auf den königl. baier. Gymnasien allgemein eingeführt zu werden allerdings verdienen.

Bei dem Verleger dieses sind auch nachstehende Schulbücher, welche an vielen königl. baierischen Studienanstalten zum Gebrauche eingeführt sind, zu haben:

Böhm, J. Leonh., Schulunterricht über Lyrische Dichtung. gr. 8. 1817. 1 fl. 36 kr.

Cammerer, A. A. K., Praktische Anleitung zum Uebersetzen aus dem Deutschen in das Lateinische, mit steter Hinweisung auf Bröder, Wenk und Grotefend. Vierte verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. 1822. 1 fl.

Bei der immer größer werdenden Verbreitung und Einführung dieses nützlichen Schulbuches an den Studienschulen war auch die dritte beträchtliche Auflage in kurzer Zeit vergriffen. Um nun den Wünschen mehrerer Freunde und achtungswerther Lehrer des In- und Auslandes zu entsprechen, sind in dieser neuen Auflage verschiedene zweckmäßige Verbesserungen und Abänderungen gemacht worden.

Man findet daher an vielen Orten nöthige Zusätze eingeschaltet, mehrere Regeln schärfer bestimmt, und den deutschen, so wie den lateinischen Text vielfach veredelt. — Um die Schüler zu strengem Fleiße in der häuslichen Vorbereitung zu nöthigen, und bei'm Uebersetzen in der Schule das träge Herabsehen und Herauslesen zu verhindern, wurde der lateinische Text nicht mehr, wie es in den frühern Ausgaben geschehen war, in unterlegten Noten, sondern am Schlusse des Buches als Anhang abgedruckt.

Zudem fand man für gut, die Perfecta und Supina der Zeitwörter im latein. Texte durchaus wegzulassen, dafür aber dem Buche ein alphabetisches Verzeichniß der vorzüglichsten Verba nach ihren Hauptzeiten anzuhängen. Dadurch ward nicht nur viel Raum erspart, sondern auch den Anfängern im Lateinschreiben ein sicheres Mittel an die Hand gegeben, sich ohne Lexicon über die Haupt-Tempora der latein. Verba zu belehren.

Cammerer, A. A. K., Lehrbuch der Erdbeschreibung für Schulen und zum Selbstunterrichte. Dritte verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. 1820. 1 fl. 30 kr.

Cammerer, A. A. K., Das Königreich Baiern nach seiner neuesten Eintheilung in acht Kreise, für die vaterländischen Schulen dies- und jenseits des Rheins. Dritte verbesserte und vermehrte Auflage. 12. 1822. 15 kr.

—— Grundriß der allgemeinen Weltgeschichte für Schulen und zur Selbstbelehrung. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. 1821. 45 kr.

—— Neuer methodischer Schulatlas in 30 Blättern, zu jedem Lehrbuche der Geographie. Fol. 1822. geb. 2 fl.

Grieser, J. G., Neues deutsches orthographisches Wörterbuch nebst einleitenden Bemerkungen über einige Hauptpunkte der deutschen Rechtsprech- und Rechtschreiblehre. Zum Gebrauche in Schulen. gr. 8. 1 fl.

—— Tabelle der lateinischen Deklinationen. gr. Folio, 4 kr.

—— Tabelle der Rechtschreibung. Zweite verbesserte Aufl. 4 kr.

—— über sämmtliche Veränderungsarten aller beweglichen oder veränderlichen Redetheile. 8 kr.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bundschue, Johann von Gott,

Lehrbuch der Arithmetik

Bd.: 2

Kempten 1825

Math.p. 59 h-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081545-7